Inhaltsverzeichnis

Die Lösungen zu allen Aufgaben finden Sie auf der beiliegenden CD-ROM!

Vorwort

Schüler[1] individuell zu fördern, bedeutet, sie da abzuholen, wo sie stehen. Konkret heißt das, dass bereits vorhandene Kompetenzen gezielt ausgebaut werden. Um diesem Anspruch gerecht zu werden, sollten Übungsmaterialien entsprechend unterschiedliche Schwierigkeitsstufen bedienen.

In der vorliegenden Unterrichtshilfe finden Sie zu **sechs grundlegenden Themen des 6. Schuljahrs**, die noch einmal in Unterthemen aufgegliedert sind, **Arbeitsblätter auf zwei Niveaustufen**. Zusätzlich gibt es zu Beginn jedes Unterthemas ein **Merkblatt**, mit dem Sie noch einmal die wichtigsten Inhalte wiederholen können. Folgende Themen werden behandelt:

- Teilbarkeit von natürlichen Zahlen
- Einführung in die Bruchrechnung
- Mit Brüchen rechnen
- Einführung in das Rechnen mit Dezimalbrüchen
- Mit Dezimalbrüchen rechnen
- Daten und Zufall

Alle Blätter sind in den Kopfzeilen entsprechend ihrer Einsatzmöglichkeit oder ihres Schwierigkeitsgrades gekennzeichnet: für die Merkblätter, für die leichten Arbeitsblätter, für die schwereren.

Die Aufgaben auf jedem Arbeitsblatt wurden nach dem Prinzip **„vom Leichten zum Schweren"** erstellt. So können sowohl schnellere als auch langsamere Schüler adäquat und effektiv gefördert werden. Im Sinne eines produktiven Übens fördern die Materialien das automatisierende Üben (Fertigkeiten einüben), das operative Üben (Zusammenhänge erkennen), das problemorientierte Üben (Problemlösestrategien entwickeln) und das anwendungsorientierte Üben (Bezug zur Lebenspraxis).

Das entsprechende Merkblatt kann als Folie (zur gemeinsamen Besprechung im Unterricht) oder als Kopiervorlage verwendet werden. Neben einer kurzen Zusammenfassung der wesentlichen Inhalte finden Sie hier auch Beispielaufgaben mit komplett durchgerechneter Musterlösung, die die Vorgehensweise bzw. den Rechenalgorithmus verdeutlichen.

Alle Aufgaben aus dem Buch sowie die vollständigen Lösungen finden Sie in veränderbarer Form auf der beiliegenden **CD-ROM**, d. h., Sie können alle Aufgaben noch einmal individuell auf Ihre jeweilige Lerngruppe zuschneiden, nach Belieben Aufgaben weglassen oder ergänzen usw.

Zur Diagnose und Lernstandsüberprüfung empfehlen wir Ihnen die Bände **„Auer Führerscheine Mathematik Klasse 6"** (Bestell-Nr. 07140) und **„Klassenarbeiten Mathematik 6"** (Bestell-Nr. 07141). Beide Unterrichtshilfen sind nach demselben Inhaltsverzeichnis wie der vorliegende Band konzipiert. Sie können also mit dem kompletten Programm „Auer Führerscheine Mathematik", „Mathematik üben" und „Klassenarbeiten Mathematik" schnell und einfach die Kompetenzen Ihrer Schüler diagnostizieren, entsprechende Materialien zum Üben anbieten und in einer Klassenarbeit abfragen.

Die drei Bände eignen sich somit hervorragend, um einen entsprechenden Förderplan mit genauer Angabe der Stärken und Defizite sowie der Fördermöglichkeiten zu erstellen und ggf. auch an die Eltern weiterzureichen.

Viel Erfolg bei der Arbeit mit den Materialien wünschen Ihnen

Antje Barth, Melanie Grünzig, Simone Ruhm und Dr. Hardy Seifert

[1] Aufgrund der besseren Lesbarkeit ist in diesem Buch mit Schüler auch immer Schülerin gemeint, ebenso verhält es sich mit Lehrer und Lehrerin etc.

Teiler

Wenn du eine Zahl durch eine kleinere Zahl teilen kannst, ohne dass ein Rest übrig bleibt, so ist die kleinere Zahl ein **Teiler der größeren Zahl**.

Beispiel:

24 : 6 = 4 — 24 ist ohne Rest durch 6 teilbar. 6 ist daher Teiler von 24.

Wir verkürzen die Schreibweise so:

6 | 24 (gesprochen: 6 ist Teiler von 24)

Gegenbeispiel:

24 : 7 = 3 Rest 3 — 24 ist mit Rest 3 durch 7 teilbar. 7 ist daher kein Teiler von 24.

Wir verkürzen die Schreibweise so:

7 ∤ 24 (gesprochen: 7 ist kein Teiler von 24)

Alle Zahlen haben aber mehr als einen Teiler. Alle Teiler schreibt man der Größe nach in einer Mengenklammer auf:

T_{24} = {**1**, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Vielfache

Wenn 6 ein Teiler von 24 ist, bedeutet das gleichzeitig, dass 24 ein Vielfaches von 6 ist. 6, 12, 18, 24, 30, … sind Vielfache von 6. Es handelt sich also um die 6er-Reihe.

Hier gibt es keine verkürzte Schreibweise. Die Schreibweise lautet also:

24 ist Vielfaches von 6. — 24 ist kein Vielfaches von 7.

Die Vielfachen einer Zahl schreibt man der Größe nach in einer Mengenklammer auf:

V_6 = {**6**, 12, 18, 24, 30, …}

Die Punkte am Ende der Klammer sind ganz wichtig, da es unendlich viele Vielfache der Zahlen gibt.

1. Ergänze die Lücken.

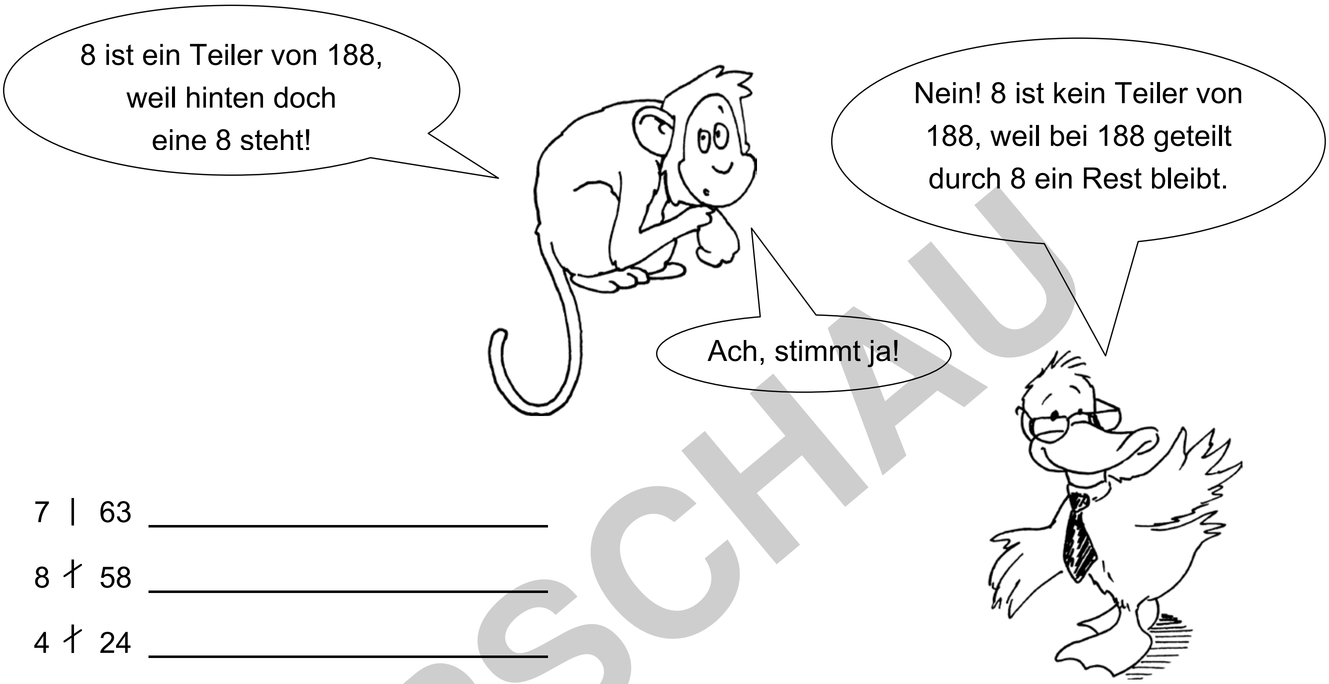
a) $T_8 = \{1, 2, \square, 8\}$

b) $T_{12} = \{1, 2, \square, 4, \square, 12\}$

c) $T_{\square} = \{\square, 3, 5, \square\}$

d) $T_{\square} = \{1, 2, \square, 4, 6, \square, 12, \square\}$

2. Richtig oder falsch? Begründe deine Antwort.



$7 \mid 63$ ______________________________

$8 \nmid 58$ ______________________________

$4 \nmid 24$ ______________________________

$12 \mid 124$ ______________________________

$13 \mid 143$ ______________________________

$7 \nmid 84$ ______________________________

3. Kontrolliere die Teilermengen. Es ist in jeder Teilermenge ein Fehler versteckt. Finde ihn.

a) $T_{31} = \{1, 13, 31\}$

b) $T_{18} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 18\}$

c) $T_{72} = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$

d) $T_{41} = \{1, 2, 7, 14\}$

4. Gib die ersten fünf Elemente der Vielfachenmengen an.

a) $V_7 = \{$ ______________________________ $\}$

b) $V_{12} = \{$ ______________________________ $\}$

c) $V_{23} = \{$ ______________________________ $\}$

d) $V_{15} = \{$ ______________________________ $\}$

5. Kontrolliere Florians Hausaufgaben. Insgesamt hat er sechs Fehler gemacht.

a) $V_6 = \{6, 12, 18, 26, 32, \ldots\}$

b) $V = \{10, 15, 20, 25, 30, \ldots\}$

c) $V_{17} = \{17, 24, 51, 58, 85, \ldots\}$

d) $V_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

1. Ergänze die Lücken.

a) $T_{\square} = \{1, 2, \square, 4, \square, 8, \square, 24\}$

b) $T_{\square} = \{1, 2, \square, 4, \square, \square, 12, \square, 36\}$

c) $T_{\square} = \{1, 2, 4, 8, \square\}$

d) $T_{\square} = \{1, 3, \square, 9, 15, \square\}$

2. Setze das richtige Zeichen ein ($\mid$ oder $\nmid$).

a)	b)	c)	d)
$9 \;\square\; 63$	$12 \;\square\; 144$	$49 \;\square\; 7$	$41 \;\square\; 244$
$5 \;\square\; 41$	$13 \;\square\; 82$	$21 \;\square\; 189$	$17 \;\square\; 1887$
$8 \;\square\; 44$	$16 \;\square\; 96$	$25 \;\square\; 720$	$14 \;\square\; 216$
$3 \;\square\; 21$	$19 \;\square\; 199$	$17 \;\square\; 59$	$27 \;\square\; 3$

3. Gib die Teilermengen an.

a) $T_{19} = \{$ ______________________________ $\}$

b) $T_{35} = \{$ ______________________________ $\}$

c) $T_{84} = \{$ ______________________________ $\}$

d) $T_{26} = \{$ ______________________________ $\}$

4. Ergänze die Lücken.

a) $V_8 = \{8, \square, \square, 32, \square, \ldots\}$

b) $V_{\square} = \{11, \square, \square, \square, 55, \ldots\}$

c) $V_{\square} = \{\square, \square, 39, 52, \square, \ldots\}$

d) $V_{\square} = \{\square, \square, 72, \square, \square, \ldots\}$

5. Handelt es sich um ein Vielfaches? Trage in die Zeile „Antwort" *ja* oder *nein* ein.

Zahl	6	15	12	14	7	23
Vielfaches?	72	51	96	84	239	2330
Antwort						

6. Gib die ersten fünf Elemente der Vielfachenmengen an.

a) $V_9 = \{$ ______________________________ $\}$

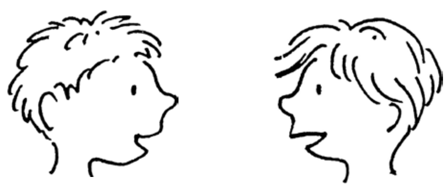
b) $V_{52} = \{$ ______________________________ $\}$

c) $V_{36} = \{$ ______________________________ $\}$

d) $V_{101} = \{$ ______________________________ $\}$

7. Erfinde zu den folgenden Informationen eine Textaufgaben, in der Teiler- oder Vielfachenmengen eine Rolle spielen. Löse deine Aufgabe.

Cedric: „Leon, hast du die Hausaufgaben für Kunst schon gemacht?"
Leon: „Welche Hausaufgaben?"
Cedric: „Wir sollen eine rechteckige Fläche rot malen. Die soll aber 24 cm² groß sein."
Leon: „Und wo ist das Problem?"
Cedric: „Es gibt mehrere Möglichkeiten …"



Teilbarkeit durch 2, 5 und 10

Eine natürliche Zahl ist durch **2** teilbar, wenn die **letzte Ziffer der Zahl eine 0, 2, 4, 6 oder 8** ist. Jede gerade Zahl ist somit durch 2 teilbar.

Beispiel:

$2 \mid 17\,06\underline{4}$ $\qquad$ $2 \nmid 17\,06\underline{5}$

Eine natürliche Zahl ist durch **5** teilbar, wenn die **letzte Ziffer der Zahl eine 0 oder 5** ist.

Beispiel:

$5 \mid 56\,41\underline{0}$ $\qquad$ $5 \nmid 56\,41\underline{9}$

Eine natürliche Zahl ist durch **10** teilbar, wenn **die letzte Ziffer der Zahl eine 0** ist.

Beispiel:

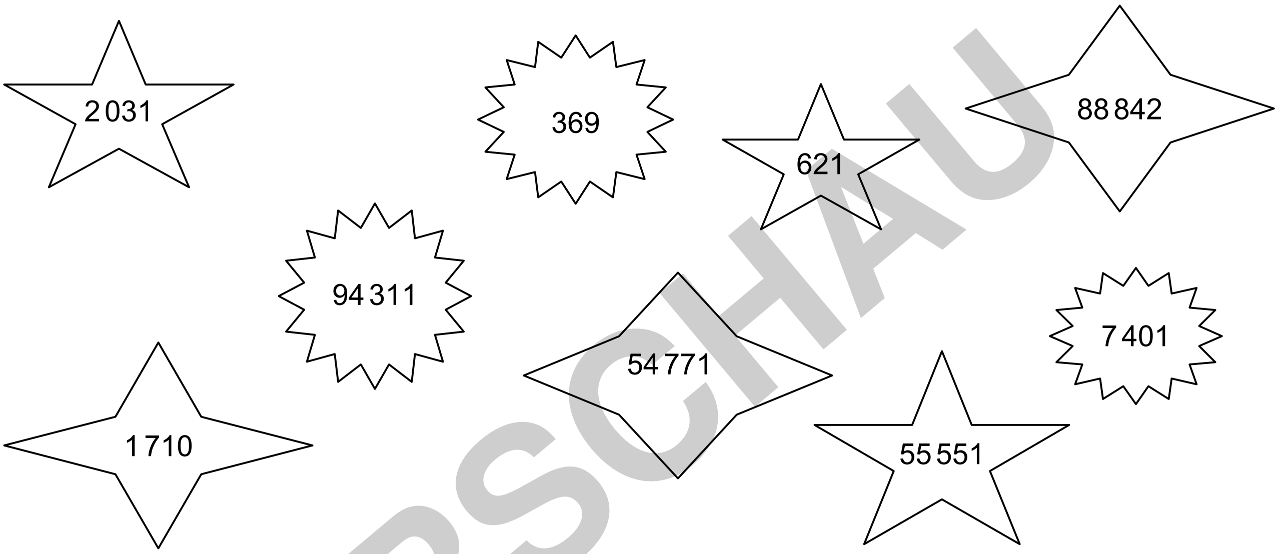
$10 \mid 44\,46\underline{0}$ $\qquad$ $10 \nmid 44\,46\underline{7}$

Um zu prüfen, ob eine Zahl durch 2, 5 oder 10 teilbar ist, muss man sich nur die letzte Ziffer der Zahl ansehen (Endstellenregel).

1. Bilde zunächst die Quersumme der Zahlen. Entscheide dann, ob die Zahl durch 3 oder/ und 9 teilbar ist.

Zahl	54	117	313	243	105	822	605	333
Quersumme	9							
durch 3	ja							
durch 9	ja							

2. Färbe nur die Sterne ein, die durch 3 teilbar sind.



3. Maya sollte mithilfe der Quersumme überprüfen, ob eine Zahl durch 9 teilbar ist. Kontrolliere ihre Aufgaben.

a) 1 223 Quersumme: 1 + 2 + 2 + 3 = 8 ist nicht durch 9 teilbar.
b) 7 308 Quersumme: 7 + 3 + 0 + 8 = 81 ist durch 9 teilbar.
c) 99 908 145 Quersumme:
9 + 9 + 9 + 0 + 1 + 4 + 5 = 37 → ist nicht durch 9 teilbar.
d) 99 027 Quersumme: 9 + 9 + 0 + 2 + 7 = 27 → ist durch 9 teilbar.

4. Ergänze die Zahlen so, dass sie durch 3 und 9 teilbar sind.

a) 23 ☐ 7 b) 53 ☐ 176 c) 1 212 28 ☐ d) ☐ 8 543

Primzahlen

Lässt sich eine Zahl **nur durch 1 und sich selbst teilen**, so handelt es sich um eine Primzahl. Die Primzahlen von 1 bis 20 sind demnach:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

Die Zahl 2 ist dabei die einzige gerade Primzahl.

Primfaktorzerlegung

Jede Zahl lässt sich in Form eines Produktes darstellen, das nur aus Primzahlen besteht.
Das heißt, die Zahl 10 wird in die Primzahlen 2 und 5 zerlegt,
denn 2 · 5 = 10.

10
2 · 5

24 lässt sich in die Zahlen 4 und 6 zerlegen, da 4 · 6 = 24. Es handelt sich aber nicht um Primzahlen. Deshalb muss man die 4 in 2 · 2 zerlegen und die 6 in 2 · 3.

24
4 · 6
2 · 2 · 2 · 3

2 · 2 · 2 · 3 = 24. Dieses Produkt besteht nun tatsächlich nur aus Primzahlen.

Ein weiteres Beispiel ist 12. 12 lässt sich in 2 · 6 zerlegen. Die 6 wiederum in 2 · 3. Somit: 12 = 2 · 2 · 3.

Teilbarkeitsregeln auf einen Blick

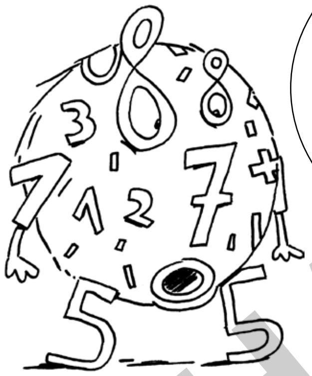
Zahl	Regel
2	Endstelle = 0, 2, 4, 6 oder 8
4	Letzte 2 Ziffern durch 4 teilbar
8	Letzte 3 Ziffern durch 8 teilbar
5	Endstelle = 0 oder 5
10	Endstelle = 0
25	Letzte 2 Ziffern = 00, 25, 50 oder 75
3	Quersumme durch 3 teilbar
9	Quersumme durch 9 teilbar

1. **Schreibe alle Primzahlen auf, die zwischen den Zahlenbereichen liegen.**

   a) 1 bis 20 b) 20 bis 40

2. **Suche die Primzahlen heraus und kreise sie ein. Hier helfen dir die Teilbarkeitsregeln.**
   Tipp: In jedem Block sind vier Primzahlen.

27 43 1 2
49 39 15
53 63 41



7 57 21 51
97 81 24
9 35 23 47

3. **Ergänze die Lücken.**

   a) $14 = 2 \cdot \square$ b) $62 = 2 \cdot \square$ c) $39 = \square \cdot 13$

   d) $42 = 2 \cdot \square \cdot 7$ e) $28 = 2 \cdot \square \cdot 7$ f) $60 = 2 \cdot \square \cdot 3 \cdot \square$

4. **Zerlege in Primfaktoren. Tipp: Zeichne Bäumchen.**

   a) 40 b) 63 c) 153 d) 100

1. Löse zuerst zeichnerisch, danach rechnerisch. Tipp: Es bieten sich Rechtecke als Figuren an.

a) $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{10}$ von $\frac{1}{2}$

2. Rechne im Kopf und kürze das Ergebnis, wenn möglich.

$\cdot$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$3\frac{4}{5}$	$\frac{11}{13}$
$\frac{3}{4}$				
$\frac{7}{9}$				
$\frac{5}{8}$				
$1\frac{5}{6}$				

3. Berechne und kürze die Ergebnisse, wenn möglich. Notiere, was dir auffällt.

a) $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} =$ ____

b) $\frac{12}{7} \cdot \frac{7}{12} =$ ____

c) $\frac{5}{22} \cdot \frac{22}{5} =$ ____

d) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} =$ ____

e) $\frac{9}{10} \cdot \frac{10}{3} =$ ____

f) $\frac{72}{100} \cdot \frac{100}{18} =$ ____

Das fällt mir auf:

Herleitung der Divisionsregel von Brüchen mit Brüchen

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.
Wenn ein Bruch mit einem Bruch multipliziert wird, gilt bekanntlich die Regel Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner.
Bei der Division ist dies anders. Betrachten wir ein Beispiel:

$\frac{7}{11} \cdot \frac{5}{6}$ $\qquad$ $\cdot \frac{5}{6}$ steht für $\cdot$ 5 und : 6.

Als Pfeilbild dargestellt rechnet man eigentlich so:

$$\begin{tikzcd}
\frac{7}{11} \arrow[rr, "\cdot \frac{5}{6}"] \arrow[dr, ": 6"'] & & \frac{35}{66} \\
& \frac{7}{66} \arrow[ur, "\cdot 5"'] &
\end{tikzcd}$$

Um einen Faktor bei bekanntem Produkt herauszufinden, rechnet man umgekehrt:

$$\begin{tikzcd}
\frac{7}{11} \text{ (ungekürzt: } \frac{42}{66}\text{)} & & \frac{35}{66} \arrow[ll, ": \frac{5}{6}"'] \arrow[dl, ": 5"] \\
& \frac{7}{66} \text{ (ungekürzt: } \frac{35}{330}\text{)} \arrow[ul, "\cdot 6"] &
\end{tikzcd}$$

Bruch	Kehrwert
$\frac{3}{8}$	$\frac{8}{3}$
$2\frac{1}{6} = \frac{13}{6}$	$\frac{6}{13}$
4	$\frac{1}{4}$
$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{6}$

Man erkennt, dass der ursprüngliche Bruch $\frac{5}{6}$ nun die umgekehrte Rechenoperation erfüllen muss.
Aus diesem Grund gilt folgende Regel:

Bei der Division eines Bruches durch einen Bruch muss man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten multiplizieren. Unter einem Kehrwert versteht man, dass Zähler und Nenner vertauscht werden.

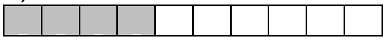
Beispiele:

$\frac{5}{9} : \frac{2}{7} \quad = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{2} \quad = \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$

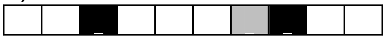
$\frac{8}{5} : 2\frac{1}{2} \quad = \frac{8}{5} : \frac{5}{2} \quad = \frac{8}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{16}{25}$

1. Gib den Anteil der schwarzen, grauen und weißen Kästchen als Dezimalbruch an.

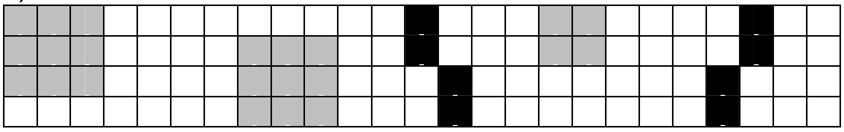
a)



b)

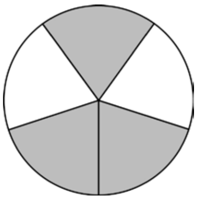


c)

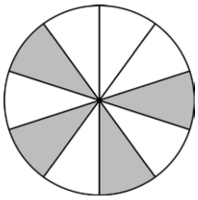


2. Gib den Anteil der grauen, hellgrauen und weißen Felder als Dezimalbruch an.

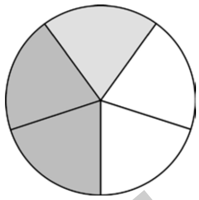
a)



b)



c)



3. Berechne die fehlenden Werte.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Bruch	$\frac{9}{10}$	$\frac{70}{100}$		$\frac{147}{1000}$		
Dezimalbruch			0,041		0,65	0,707

4. Trage die fehlenden Werte (Bruch, Stellen in der Stellenwerttafel oder den Dezimalbruch) in die Stellenwerttafel ein.

Bruch	T	H	Z	E	z	h	t	zt	ht	Dezimalbruch
				0	3					
$\frac{25}{100}$										
										0,803

5. Drücke als Dezimalbruch aus.

a) 44 € von 100 € b) 354 g von 1000 g c) 505 m von 1 km

6. Von einer Gesamtrechnung über 100 € sind 22 € bezahlt. Drücke den Anteil, der bereits bezahlt ist, als Dezimalbruch aus.

7. Trage die fehlenden Werte (Bruch, Stellen in der Stellenwerttafel oder den Dezimalbruch) in die Stellenwerttafel ein.

Bruch	T	H	Z	E	z	h	t	zt	ht	Dezimalbruch
				2	3					
$121\frac{505}{1000}$										

8. Kürze alle Dezimalbrüche.

a) 0,5280 b) 0,5020