

Das Skalarprodukt berechnen, geometrisch interpretieren und nutzen

Dr. Wilfried Zappe, Ilmenau

Illustrationen von Dr. W. Zappe, Ilmenau



Foto: olaser/iStock/Getty Images Plus

Dieser Beitrag bietet Beispiele und Aufgaben (mit Lösungen) zum Thema „Skalarprodukt“ an. Es geht darum, dass die Schülerinnen und Schüler das Skalarprodukt zweier Vektoren berechnen, geometrisch interpretieren und bei Berechnungen sicher anwenden können. Mithilfe des Skalarprodukts ist es z. B. möglich, den Abstand eines Punktes von einer Geraden, den Schnittwinkel zweier Geraden oder den geringsten Abstand zweier windschiefer geradliniger Flugbahnen zu berechnen.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek. II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Röser Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: olaser/iStock/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zappe, Ilmenau
Lektorat: Mona Hitzenauer, Regensburg
Korrektorat: Johanna Stotz, Wyhl a. K.

Das Skalarprodukt berechnen, geometrisch interpretieren und nutzen

Oberstufe (grundlegendes und erhöhtes Niveau)

Dr. Wilfried Zappe, Ilmenau

Illustrationen von Dr. W. Zappe, Ilmenau

| | |
|--|-----------|
| Hinweise | 1 |
| M 1 Grundlagen | 2 |
| M 2 Skalarprodukt in Koordinatenform berechnen | 4 |
| M 3 Skalarprodukt in Kosinusform berechnen | 6 |
| M 4 Vektoren auf Orthogonalität prüfen | 7 |
| M 5 Vektor finden, der senkrecht zu zwei Vektoren ist | 9 |
| M 6 Winkel zwischen Vektoren berechnen | 11 |
| M 7 Beweise mithilfe des Skalarprodukts | 13 |
| M 8 Abstand eines Punktes von einer Geraden | 14 |
| M 9 Abstand windschiefer Geraden | 16 |
| Lösungen | 18 |





Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt **Ta** = Tafelbild

| Thema | Material | Methode |
|---|-----------|---------|
| Grundlagen | M1 | Ta |
| Berechnungen, Interpretationen, Anwendungen | M2 bis M9 | Ab |

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

| | | |
|--|---|---|
|  |  |  |
| einfaches Niveau | mittleres Niveau | schwieriges Niveau |
|  | Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben. | |

Die Schüler lernen:

- einfache Sachverhalte mit Vektoren zu beschreiben,
- Skalarprodukte zweier Vektoren zu berechnen,
- Eigenschaften des Skalarprodukts zu nutzen,
- das Skalarprodukt geometrisch zu deuten,
- Abstände zwischen Punkten und Geraden zu bestimmen,
- den Abstand windschiefer Geraden zu ermitteln.

Kompetenzprofil:

Inhalt: Skalarprodukt berechnen, interpretieren und anwenden

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Das vorliegende Material kann die in Lehrbüchern vorhandenen inhaltlich-theoretischen Erläuterungen und Übungsaufgaben ergänzen. Zunächst gibt der Beitrag eine Übersicht über Definitionen, Eigenschaften und Interpretationen des Skalarprodukts. In einer klar strukturierten Form folgen dann Arbeitsblätter zur Anwendung des Skalarprodukts in geometrischen Zusammenhängen.

In jeweils einem durchgerechneten Beispiel thematisiert der Beitrag typische Aufgabenstellungen, die in weiteren einschlägigen Aufgaben vertieft und gefestigt werden. Die Lösungen zu den Aufgaben sind ausführlich dargestellt, sodass die Lernenden auch weitgehend selbstständig mit den Materialien arbeiten können. Bei einigen schwierigeren und rechenaufwendigen Aufgaben sollte ein CAS-Rechner zum Einsatz kommen.

Dafür können die Jugendlichen die freie und kostenlose Website bzw. Smartphone-App GeoGebra als Hilfsmittel verwenden:

<https://www.geogebra.org/cas>

(zuletzt aufgerufen am 11. Januar 2021).

Die Eingabe von Punkten erfolgt dort durch $A = (1,2,3)$ oder $B = (-2,5,0.5)$, der zugehörige Vektor \vec{AB} wird mit dem Befehl $V1=\text{Vektor}(A, B)$ generiert. Das Skalarprodukt ermittelt GeoGebra nach Eingabe des Befehls $\text{Skalarprodukt}(\langle \text{Vektor} \rangle, \langle \text{Vektor} \rangle)$.

VORRECHT