

Ein anwendungsorientierter Einstieg in die Stochastik – der Farbkreisel

Rolf Schultz, Rinteln
Illustrationen von Rolf Schultz



Foto: Image Source/DigitalVision/Getty Images Plus

Mit dieser Unterrichtsreihe steigen Sie anwendungsorientiert in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik ein. Ihre Schüler basteln zunächst einen Farbkreisel, führen eine Reihe von Experimenten aus, die sie auswerten müssen, und erstellen dazu Balkendiagramme. Anhand dieser Ergebnisse können Sie den Zufallsbegriff gut veranschaulichen. Im Verlauf der Einheit führen Sie Häufigkeiten und die Laplace-Wahrscheinlichkeit ein. Auch lernen die Schülerinnen und Schüler bei dieser Gelegenheit zwischen den Begriffen *Ergebnis* und *Ereignis* zu unterscheiden. Für interessierte Schüler hält der Beitrag das schwache Gesetz der großen Zahlen bereit.

Ein anwendungsorientierter Einstieg in die Stochastik – der Farbkreisel

Rolf Schultz, Rinteln

Illustrationen von Rolf Schultz

Hinweise	1
M 1 Konstruktionsanleitung für regelmäßige Vielecke	6
M 2/M 3 Farbkreisel/Experimente mit dem Farbkreisel	7
M 4 Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	9
M 5/M 6 Der Zufall/Wie „ideal“ ist dein Farbkreisel?	10
M 7/M 8 Das (schwache) Gesetz der großen Zahlen/ Experiment „Münzwurf“	13
M 9 Entbindungsstation	14
M 10–M 18 Übungsaufgaben und Anwendungen	15–22
M 19/M20 Lernerfolgskontrolle I bzw. II	23/25
Erläuterungen und Lösungen	26

Die Schüler lernen:

anwendungsorientiert mit grundlegenden Begriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik umzugehen, zum Beispiel den Begriffen *Ergebnis* und *Ereignis*, *Laplace-Wahrscheinlichkeit*, *Zufallsexperiment* etc.

Ziele der Reihe

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- zwischen statistischer und wahrscheinlichkeitstheoretischer Sichtweise unterscheiden lernen;
- Querverbindungen und Abhängigkeiten von Wahrscheinlichkeitsrechnungen und Statistik erkennen;
- einfache Rechnungen mit Laplace-Wahrscheinlichkeiten durchführen;
- den Erwartungswert eines Zufallsversuches berechnen und interpretieren können.

Einführung in die Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Die Herstellung eines Farbkreisels (**M 1** und **M 2**) in der ersten Stunde hat in dieser Reihe einen dreifachen Nutzen:

Die Eigenständigkeit wirkt sich sehr motivierend auf die Schülerinnen und Schüler aus und weist sie auf einen wesentlichen Charakterzug der ganzen Unterrichtseinheit hin.

Es entstehen sehr unterschiedliche Ergebnisse, die eine Fülle von Auswertungsmöglichkeiten bieten. Die Lehrenden sollten sich daher auch schon während der Schülerarbeit einen Überblick über die verschiedenen Kreisel und entstehenden Strichlisten verschaffen.

Die Versuchsergebnisse eignen sich sehr gut, um Gemeinsamkeiten, Querverbindungen und Unterschiede zwischen statistischen Ergebnissen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen zu erkennen und zu verdeutlichen.

Die Erstellung eines Balkendiagramms (**M 3**) kann in der Regel als bekannt vorausgesetzt werden. Die Schülerinnen und Schüler werden durch **M 3** in der zweiten Stunde gezielt aufgefordert, selbstständig Vergleiche anzustellen, andere Versuchsergebnisse als die eigenen zur Kenntnis und wichtig zu nehmen und sich aus diesen Vergleichen heraus schließlich eigene Gedanken zu machen und Hypothesen zu bilden. Für die Lehrenden ist dies gleichzeitig eine gute Möglichkeit, das echte oder scheinbare Vorwissen der Schülerinnen und Schüler in diesem Themenbereich zu erkunden.

Mit Sicherheit wird bei den Antwortversuchen der Begriff Zufall auftauchen, der in der 3./4. Stunde dann wieder herangezogen und hinterfragt werden kann. Die weitere Erörterung der Erklärungsversuche in **M 3** führt u. a. auch zu einer gewissen „Vorschau“ auf die weiteren zu untersuchenden Fragen in dieser Unterrichtseinheit.

Mit **M 4** wird diese Statistik-Phase zusammengefasst und mit den entsprechenden Fachbegriffen versehen.

Die Hausaufgabe (**M 5**) leitet über zur Idee der Laplace- oder Gleichwahrscheinlichkeit, die in der fünften Stunde mit **M 4** vorgestellt, erläutert und verglichen wird. Je nach Intention können an dieser Stelle auch die dazugehörigen wahrscheinlichkeitstheoretischen Begriffe (insbesondere Ergebnis, Ereignis und Gegenereignis) eingeführt und geübt werden. Mit **M 6** werden die Ergebnisse des Farbkreisel-Experiments auf die neu gelernte Theorie angewandt und diskutiert. Diese Diskussion kann nach dem Kennenlernen des schwachen Gesetzes der großen Zahlen (**M 4** und **M 7**) in der sechsten Stunde noch weitergeführt werden. Dabei ist es jedoch vom Rechenaufwand her nur unter der Zuhilfenahme von Taschenrechnern zu vertreten, die Gültigkeit dieses Gesetzes anhand eines einfachen Experiments (**M 8**) quasi „erfahren“ zu lassen.

Eine Auswahl von Aufgaben zur relativen Häufigkeit und zur Gleichwahrscheinlichkeit aus **M 9**, **M 10** oder dem eingeführten Lehrbuch, die der Übung und Vertiefung dienen, rundet die Sequenz 1 ab.

Thema: Der Farbkreisel

Intention: Die Schülerinnen und Schüler basteln in individueller Ausgestaltung einen Farbkreisel auf der Grundlage eines regelmäßigen Vielecks, führen damit eigene Versuche durch und dokumentieren diese in einer Strichliste.

Aufgaben (M 6)

Die Praxis:

1. Trage in eine neue Zeile zunächst die absolute Häufigkeit jeder Farbe, d. h. gerade die Anzahl der Striche pro Farbe ein.
2. Die relative Häufigkeit h erhältst du nun nach der Formel

$$h = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl aller Versuche}}$$

3. Rechne nun die relative Häufigkeit jeder Farbe in Prozent um, und übertrage die neuen Werte in eine weitere Zeile deiner Tabelle.

Die Theorie:

Die Wahrscheinlichkeit p jeder Farbe berechnest du nun mit

$$p = \frac{\text{Felderzahl einer Farbe}}{\text{Gesamtzahl aller Felder}}.$$



Achtung: Diese Formel gilt nur, wenn du einen „idealen“ Kreisel gebastelt hast, bei dem jedes Feld die gleiche Wahrscheinlichkeit hat!

Rechne nun auch die Wahrscheinlichkeit p jeder Farbe in Prozent um.

Der Vergleich:

Nun aber endlich zur Auswertung: Wir vergleichen nun die relative Häufigkeit h mit der Wahrscheinlichkeit p jeder Farbe. Zur besseren optischen Darstellung zeichnest du jetzt für jede Farbe beide Werte nebeneinander in ein Balkendiagramm. Markiere zur Unterscheidung die Balken für p mit Querstreifen.

Sind nun die Längen von p und h unterschiedlich oder ungefähr gleich? Welche der beiden Möglichkeiten zeigt an, dass du einen fast „idealen“ Kreisel gebastelt hast?

Begründe!



Würde eine große Anzahl von Versuchen das Verhältnis von h und p verändern?