

Ableitung – verstehen und anwenden

Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald
Illustrationen von Diana Hauser



© James Osmond/The Image Bank/Getty Images Plus

Dieser Unterrichtsbeitrag behandelt das Thema Ableitung, die Grundlage für alle Funktionenbetrachtungen in der Oberstufe. Damit die Ableitung für die Schülerinnen und Schüler nicht nur ein abstrakter Begriff bleibt, wird sie zuerst mithilfe von GeoGebra und eigenen Grafiken visualisiert. In diesem Beitrag geht es insbesondere darum, selbst aktiv zu werden und in Zusammenarbeit mit anderen den Ableitungsbegriff zu verstehen und die Ableitungsregeln so zu verinnerlichen, um den Schrecken vor ihnen zu verlieren.

Ableitung: verstehen und anwenden

Oberstufe (grundlegend)

Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald

Illustrationen von Diana Hauser

Methodisch-didaktische Hinweise	1
M 1 Ableitung verstehen	3
M 2 Karteikarten Ableitungsregeln	5
M 3 Gruppe 1: Ganzrationale Funktionen	7
M 4 Gruppe 2: Trigonometrische Funktionen	8
M 5 Gruppe 3: Wurzelfunktionen	9
M 6 Merkmale und Definition der Ableitung	10
M 7 Verknüpfen von Funktionen	11
Lösungen	13

Die Schüler lernen:

durch Visualisierung und Animation die Bedeutung der Ableitung kennen. In aktiver Zusammenarbeit mit ihren Klassenmitgliedern verinnerlichen sie die Ableitungsregeln.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Ableitung verstehen	M1	Ab
Karteikarten Ableitungsregeln	M2	Ab
Gruppe 1: Ganzrationale Funktionen	M3	Ab
Gruppe 2: Trigonometrische Funktionen	M4	Ab
Gruppe 3: Wurzelfunktionen	M5	Ab
Merkmale und Definition der Ableitung	M6	Ab
Verknüpfen von Funktionen	M7	Ab

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

© RAABE 2021

Kompetenzprofil:

Inhalt: Ableitungsbegriff, Ableitungsregeln, Potenzregel, Summenregel, Faktorregel, Kettenregel, Produktregel

Medien: GeoGebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Hinweise

Zu den GeoGebra-Dateien

Dynamische Geometrie-Software ist im Allgemeinen ein hilfreiches Werkzeug, mathematische Begriffe zu verstehen. Gerade die Dynamik hilft den Jugendlichen, starre Funktionsvorschriften in ihrem Heft zu veranschaulichen und ihnen sozusagen ein wenig Leben einzuhauchen.

Mithilfe der beiden hier zur Verfügung gestellten GeoGebra-Dateien können Sie zusammen mit Ihrer Klasse anhand von zwei Funktionsbeispielen die jeweilige Ableitung selbst herleiten. Die Dateien geben für jeden Punkt $(x_0 | f(x_0))$ auf der Funktion – über einen Schieberegler einstellbar – die zugehörige Steigung an diesem Punkt aus. Durch das Übertragen der generierten Punkte $(x_0 | m)$ in das in **M 1** vorgegebene Koordinatensystem entsteht so dynamisch das Bild der Ableitung.

Dieses Vorgehen lässt sich auf alle Funktionsklassen übertragen. Hierzu müssen Sie in der GeoGebra-Datei nur die Funktion f abändern.

Zu den Karteikarten

Das Lernen mit Karteikarten ist eine einfache und effektive Lerntechnik, es ist einprägsam und nachhaltig. Die Ableitungsregeln sind für viele Lernende erst einmal ein komplexes Gebilde. In Form von Karteikarten sehen sie sie einzeln und in Groß. Alle Karteikarten sind nach dem gleichen Muster beschriftet: auf der Vorderseite die Funktion, auf der Rückseite die zugehörige Ableitungsfunktion.

Auf spielerische Weise können so die Ableitungsregeln allgemein eingeführt und gefestigt werden. Sitzen die Regeln erst einmal, fällt den Schülerinnen und Schülern das Anwenden auf konkrete Funktionen gleich viel leichter.

Spielmöglichkeit mit den Karteikarten:

Bevor die Lernenden die Karteikartenvorderseite mit der Rückseite zusammenkleben, können sie paarweise damit „Memory“ spielen.



Zur Gruppenarbeit

Die Vorteile von Gruppenarbeit liegen auf der Hand: sozialer Lerneffekt, Steigerung der Teamfähigkeit, Förderung der Kommunikationsfähigkeit.

Da sich hier jede Gruppe nur mit einer Funktionenklasse auseinandersetzt, können Sie danach als Mediator zwischen den Gruppen fungieren. Sie haben hier vielfältige Möglichkeiten:

- Jede Gruppe präsentiert einzelne Aufgaben mit Lösungen.
- Jede Gruppe erläutert den anderen die Besonderheiten ihrer Funktionenklasse.
- Eine Gruppe stellt der anderen Aufgaben und hilft beim Lösen.

Händigen Sie jedem Klassenmitglied die Karteikarten (**M 2**) aus und teilen Sie die Klasse anschließend in drei Gruppen auf, die jeweils **M 3**, **M 4** bzw. **M 5** bearbeiten.



Zur Differenzierung im Unterricht

Beispielsweise ist das Ableiten von ganzrationalen Funktionen deutlich einfacher als das Ableiten von Wurzelfunktionen, obwohl sich Letzteres aus Ersterem herleiten lässt. Daher bietet es sich für Sie an, die Jugendlichen gemäß der Differenzierung einfach, mittel, schwer auf die drei Gruppen zu verteilen. Die Arbeitsblätter sind entsprechend markiert.

Zum Lückentext

Lückentexte stellen in einfacher Form eine Verknüpfung von Reproduktion und Transfer her und verhelfen dabei, Wesentliches strukturiert zusammenzufassen.

Im Anschluss an die Gruppenarbeit sollen sich die Lernenden daher mithilfe eines Lückentexts (**M 6**) konkret mit der Definition der Ableitung auseinandersetzen und ihre Erkenntnisse aus der Gruppenarbeit einfließen lassen.