Zahlen und Größen

Rund um π – im Gruppenpuzzle vom alten Ägypten bis in die Neuzeit

Nach einer Idee von Stefanie Ginaidi
Illustrationen von Wolfgang Zettlmeier

Die Zahl π wird in diesem Beitrag mithilfe der Methode des Gruppenpuzzles vertieft behandelt und dabei aus unterschiedlichen historischen Perspektiven beleuchtet. Viele interessante Aspekte dieser besonderen Konstanten, die sonst nur wenig Beachtung finden, werden dabei aufgegriffen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	9
Dauer:	1–2 Stunden
Inhalt:	Betrachtung der Kreiszahl π unter historischen Aspekten
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren und beweisen (K 1), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5), mathematisch kommunizieren (K 6)
Ihr Plus:	Material zur Differenzierung, Material zur Selbstkontrolle, Tippkarten

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt, Üs = Übersicht, Tk = Tippkarten, Gek = Gruppeneinteilungskärtchen

1./2. Stunde

Thema: **Die Kreiszahl π**

M 1	(Üs)	Die Kreiszahl π – Gruppeneinteilung
M 2	(Gek)	Die Kreiszahl π – Gruppenübersicht
M 3	(Ab)	Die Kreiszahl π im alten Ägypten
M 4	(Ab)	Die Kreiszahl π in der Bibel
M 5	(Ab)	Die Kreiszahl π bei den alten Griechen
M 6	(Ab)	Die Kreiszahl π in der Neuzeit
M 7	(Ab)	Die Kreiszahl π – schon gewusst?!
M 8	(Tk)	Tippkarten zum Gruppenpuzzle

Benötigt:
- ☐ Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner
- ☐ Linsen
- ☐ DIN-A4-Hefte (blanko)

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Sie müssen das Material nicht unbedingt als Gruppenpuzzle anlegen. Sie können die Schülerinnen und Schüler auch in Einzel- oder Partnerarbeit nur ein Material des Gruppenpuzzles **M 3–M 6** bearbeiten lassen. Anstelle eines zeitintensiven Austauschs in Gruppen erfolgt die Ergebnisüberprüfung durch Selbstkontrolle mithilfe der Lösungen.

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

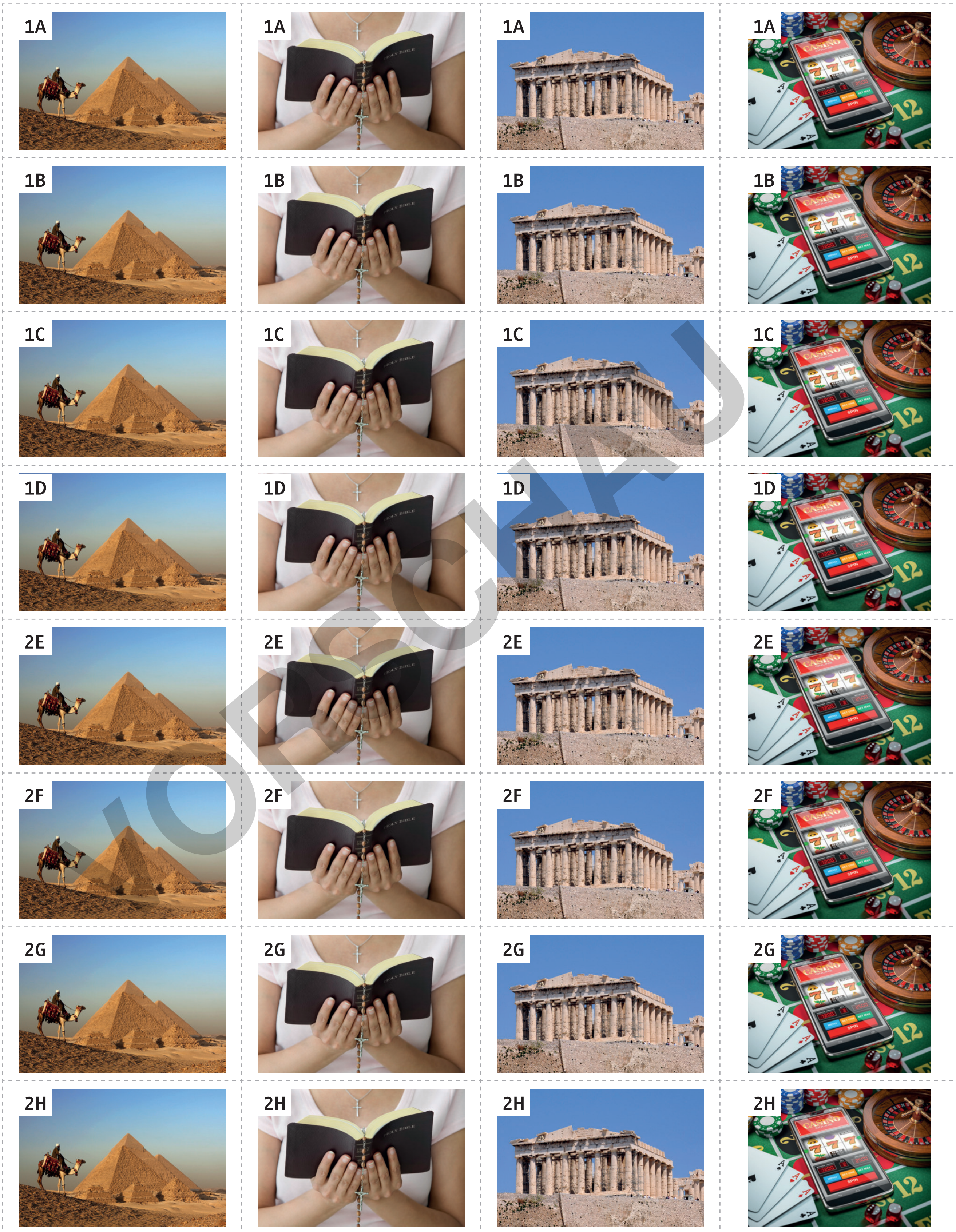
Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 14.

Die Kreiszahl π – Gruppeneinteilung M 1



Bildquelle v. links n. rechts: © sculpies/iStock/Getty Images Plus; © Jose Luis Pelaez Inc/DigitalVision/Getty Images Plus; © colourbox; © Bet_Noire/iStock/Getty Images Plus

M 2 Die Kreiszahl π – Gruppenübersicht

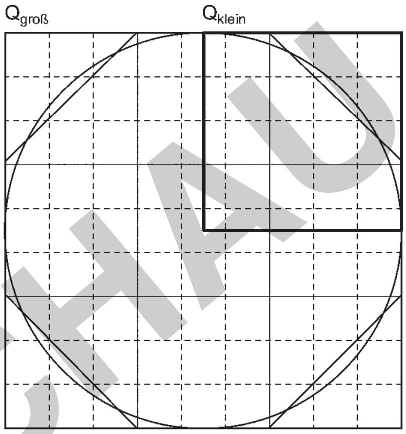
Die Kreiszahl π	Meine Notizen
Bei den alten Ägyptern  *© sculpies/iStock/Getty Images Plus*	
In der Bibel  *© Jose Luis Pelaez Inc/DigitalVision/Getty Images Plus*	
Die alten Griechen  *© colourbox*	
Die Neuzeit  *© Bet_Noire/iStock/Getty Images Plus*	

Die Kreiszahl π im alten Ägypten M 3


© sculpies/iStock/Getty Images Plus

Die alten Ägypter haben besonders in der Zeit um 3000 bis 500 v. Chr. in manchen Gebieten der Mathematik sehr gute Fähigkeiten entwickelt. Einmal im Jahr trat der Nil, der durch das Land fließt, über seine Ufer. Dies hatte zwar zur Folge, dass fruchtbarer Nilschlamm auf den Feldern abgelagert wurde. Allerdings wurden auch jedes Mal die Abgrenzungen der Felder unkenntlich gemacht, sodass die alten Ägypter diese jährlich neu vermessen mussten. Deshalb waren sie wahre Meister in der Flächenberechnung.
Sie kannten auch eine Methode, um den Flächeninhalt eines Kreises zu berechnen. Sie wählten statt des Kreises ein passendes Achteck und berechneten den Inhalt dieses Achtecks.

Aufgabe



Grafik: Wolfgang Zettlmeier

a) **Gebt** die Formel für den Flächeninhalt des kleinen Quadrates Q_{klein} in Abhängigkeit vom Radius r des Kreises **an**.

___

b) **Gebt** die Formel für den Flächeninhalt des großen Quadrates $Q_{groß}$ in Abhängigkeit vom Flächeninhalt von Q_{klein} **an**.

___

Zählt, wie viele kleine Quadrate in das Achteck passen: ___

c) **Begründet**, warum für den Flächeninhalt des Achtecks gilt: $A_{Achteck} = \frac{63}{81} \cdot 4 \cdot r^2$.

___

___

___

d) Der Kreis ist etwa ein kleines Rasterquadrat größer als das Achteck, d. h.
$A_{Achteck} + \frac{1}{81} \approx A_{Kreis}$, also $A_{Kreis} = \frac{64}{81} \cdot 4 \cdot r^2$, wobei $\frac{64}{81} \cdot 4$ ein konstanter Wert ist, der nah an dem Wert liegt, den wir heute π nennen.
Berechnet den Näherungswert, den die alten Ägypter für π kannten, mit dem Taschenrechner auf fünf Nachkommastellen.

___

M 8 Tippkarten zum Gruppenpuzzle

Tippkarte: Allgemein

Zur Erinnerung

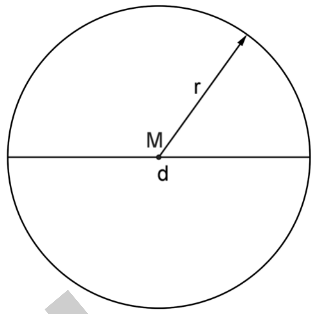
Ein Kreis ist der geometrische Ort aller Punkte der Ebene, die von einem festen Punkt M die gleiche Entfernung r haben.

Dabei heißt:

M ≙ Mittelpunkt,

r ≙ Radius ($r > 0$),

d ≙ Durchmesser ($d > 0$).



Regeln

Für den Durchmesser des Kreises gilt: $d = 2 \cdot r$

Für den Flächeninhalt des Kreises gilt: $A_{Kreis} = \pi \cdot r^2$

Für den Umfang des Kreises gilt: $U_{Kreis} = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Tippkarte: M 3 Die Kreiszahl π im alten Ägypten

© sculpies/iStock/ Getty Images Plus

a) Der Flächeninhalt eines Quadrats berechnet sich aus Länge · Breite.

b) Das kleine Quadrat passt viermal in das große.

c) Gemeint sind die ganz kleinen Rasterquadrate. Ergänze zwei kleine Dreiecke zu einem Quadrat.

d) Nutzt die Erkenntnisse aus a) – c).

Tippkarte M 4 Die Kreiszahl π in der Bibel

© Jose Luis Pelaez Inc/ DigitalVision/ Getty Images Plus

b) Es hat mit dem Meer zu tun. Die Menschen hatten die Vorstellung, dass es <u>rund</u> sei.

c) Die Zahlen 30 und 10 werden erwähnt.

d) π ist der Quotient aus Umfang und Durchmesser.

e) Beachtet die Überschrift des Bibeltextes. Es soll ein Tempel erbaut werden.