

Die Gesetze von Kepler

Carlo Vöst, Oliva, Spanien
Illustrationen von C. Vöst



Foto: Wikipedia, Creative Commons (CC BY-SA 4.0)

Damit Ihre Schüler die Leistung Johannes Keplers verstehen, machen sie zuerst ein Ausflug in das bestehende Weltbild zu Kepler's Zeit und in die Zeit zuvor. Anschließend gewinnen sie einen Einblick in Kepler's Leben und Wirken, das seinen Höhepunkt in der Formulierung und Niederschrift der drei Gesetze findet, die bis heute eine wichtige Basis für astronomische Berechnungen darstellen. Den Umgang mit diesen Gesetzen vertiefen Ihre Schüler durch eine Reihe von Aufgaben, bevor sie ihr erworbenes Wissen noch anhand einer Lernerfolgskontrolle testen können.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Röser Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: Radioteleskop Effelsberg, Luftaufnahme (2015),
Foto: Wikipedia, Creative Commons (CC BY-SA 4.0)
Illustrationen: Carlo Vöst, Oliva, Spanien
Korrektorat: Daniela Link, Mönchengladbach.; Dr. Stefan Völker, Jena

Die Gesetze von Kepler

Oberstufe (Einführungsphase)

Carlo Vöst, Oliva, Spanien

Illustrationen von C. Vöst

Hinweise	1
M 1 Das Weltbild zu Zeiten Keplers	2
M 2 Die Zeit von Johannes Kepler	4
M 3 Die Gesetze von Kepler	6
M 4 Einige interessante Planetendaten	7
M 5 Aufgaben	8
M 6 Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen!	10
Lösungen	12

Die Schüler lernen:

das bestehende Weltbild zu Kepler's Zeit und in der Zeit zuvor kennen. Sie gewinnen einen Einblick in Kepler's Leben und Wirken, welches seinen Höhepunkt in der Formulierung und Niederschrift der drei Gesetze findet, die bis heute eine wichtige Basis für astronomische Berechnungen darstellen. Den Umgang mit diesen Gesetzen vertiefen Ihre Schüler durch eine Reihe von Aufgaben. Eine Lernerfolgskontrolle rundet den Beitrag ab.

Überblick:





Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt **LEK** = Lernerfolgskontrolle

Thema	Material	Methode
 Das Weltbild zu Zeiten Keplers	M 1	Ab
 Die Zeit von Johannes Kepler	M 2	Ab
 Die Gesetze von Kepler	M 3	Ab
Einige interessante Planetendaten	M 4	Ab
 Aufgaben	M 5	Ab
 Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen!	M 6	Ab, LEK

© RAABE 2021

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Kompetenzprofil:

Inhalt: Die Zeit von Kepler, Die Gesetze von Kepler, Übungsaufgaben
Medien: GTR/CAS, physikalische Formelsammlung
Kompetenzen: Probleme lösen (F3); Wissen kontextbezogen anwenden (F4); Formeln anwenden (E4); Historische und gesellschaftliche Auswirkungen physikalischer Erkenntnisse benennen (B4)

Hinweise



Der vorliegende Beitrag ist gedacht für Lehrkräfte, welche geeignetes Material zur Behandlung der **Kepler'schen Gesetze** suchen, aber auch für Schüler, die im Selbststudium oder auch zur Vertiefung entsprechende Kenntnisse erwerben wollen.

Lehrplanbezug

In der Jahrgangsstufe 10 erfahren die Jugendlichen, wie sich das Bild von der Natur aus den Vorstellungen der Antike über das System Newtons bis hin zur Quantenphysik entwickelt hat. Hierbei erkennen sie, dass zunehmend verfeinerte Untersuchungsmethoden die Entwicklung neuer umfassender Modellvorstellungen erzwingen. Ziel ist: Die Schüler kennen die wichtigsten Entwicklungsstufen des astronomischen Weltbildes.¹

Lernvoraussetzungen

Voraussetzung zur Bearbeitung sind Kenntnisse zum Thema **Kreisbewegung** sowie Übung im Umgang mit Formeln.

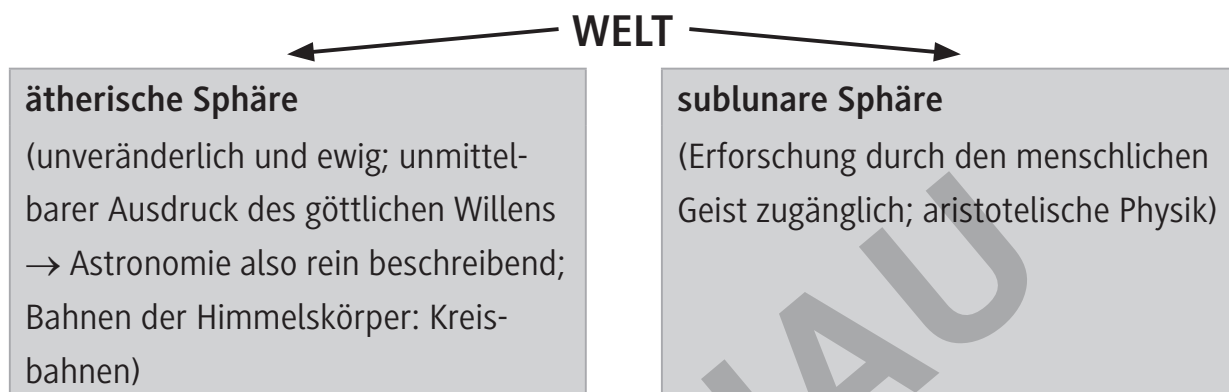
Ablauf der Unterrichtseinheit

Das Material **M 1** beschreibt die Vorstellung der Menschen von der Welt vor Kepler's Zeit und gibt auch erste Hinweise zu einer Veränderung des bestehenden Weltbildes. In Material **M 2** werden das Zeitgeschehen und das Leben Kepler's in seiner wissenschaftlichen Entwicklung beschrieben. Material **M 3** schließlich stellt die drei berühmten Gesetze Keplers vor. Material **M 4** gibt einen Überblick über wichtige Daten, die im Zusammenhang mit Berechnungen zu den Kepler'schen Gesetzen immer wieder vorkommen. Anhand von unterschiedlichen Aufgaben verfestigen Ihre Schüler mit Material **M 5** ihr Wissen. Abgeschlossen wird der Beitrag durch die Lernerfolgskontrolle **M 6** mit Bewertungseinheiten und Bewertungsschlüssel. Zu beiden Materialien **M 5** und **M 6** sind auch die Lösungen angefügt.

¹ Vgl. http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/id_26439.html (zuletzt aufgerufen am 11.12.2020)

M 1 Das Weltbild zu Zeiten Keplers

Das bestehende Weltbild, das bis in Kepler's Zeit immer noch allgemein anerkannt war und nicht weiter hinterfragt wurde, war das **geozentrische** Weltbild von *Ptolemäus* (geb. ca. 100 n. Chr.), welches sich auf die Philosophie von *Aristoteles* (384–322 v. Chr.) gründet:



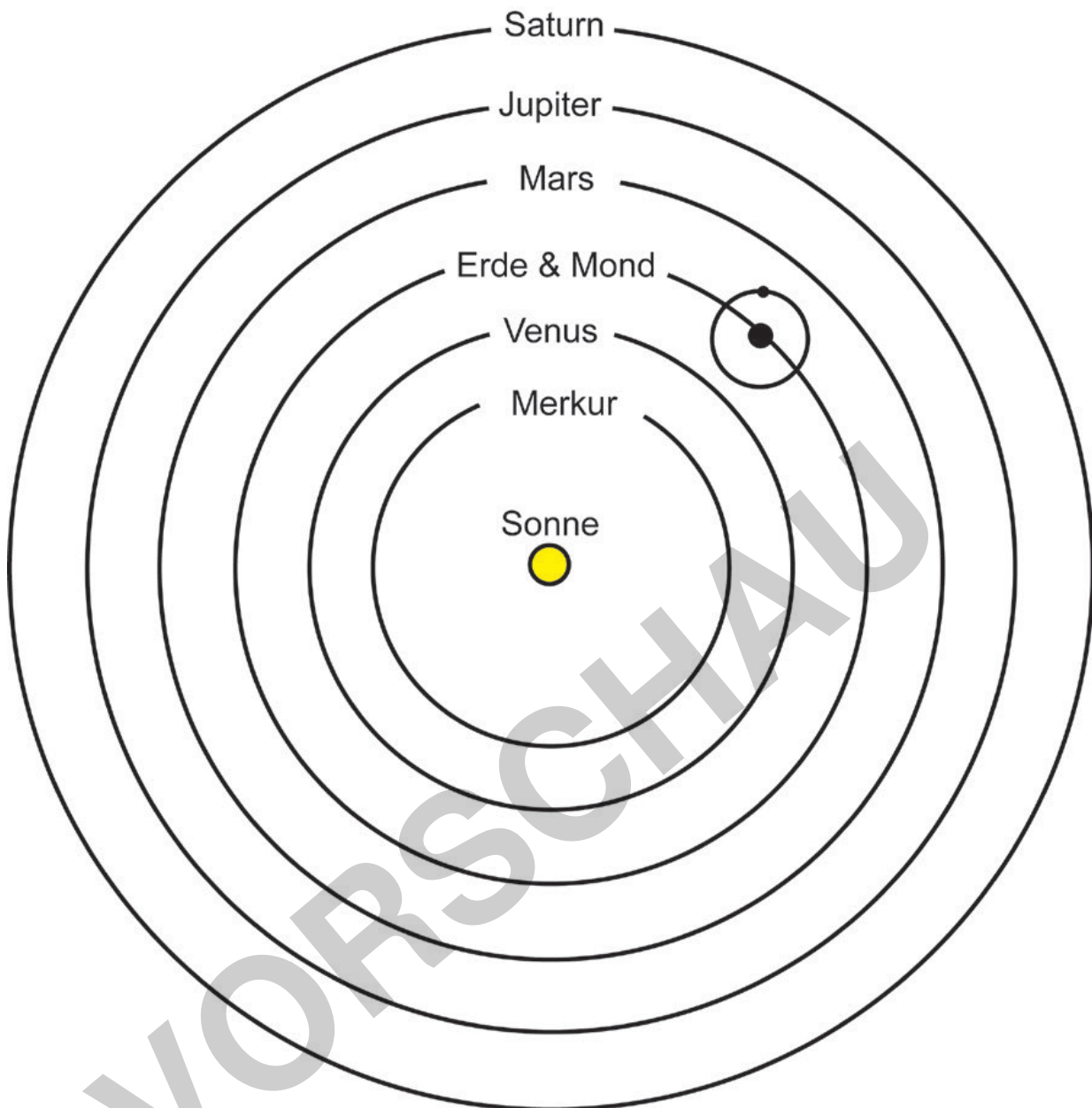
28 Jahre vor Kepler's Geburt stellte *Nikolaus Kopernikus* (1473–1543) bereits in seinem Buch: „*De Revolutionibus Orbium Coelestium*“ (1543) das heliozentrische Weltbild vor, was aber in der Öffentlichkeit trotz des erstaunlichen Weitblicks von Kopernikus wenig Beachtung fand. Seine Thesen waren:

- Der Erdmittelpunkt ist der Mittelpunkt der Mondbahn, jedoch nicht der Mittelpunkt der Welt.
- Die Himmelskörper bewegen sich um die Sonne.
- Die Fixsternsphäre ist im Vergleich zu den Dimensionen des Planetensystems unendlich weit entfernt.
- Die Bewegung der Fixsternsphäre ist eine Folge der Erdrotation.
- Die Bewegung der Sonne am Himmel ist eine Folge der Erdrotation und des Umlaufs der Erde um die Sonne.
- Die Bewegung der Planeten am Himmel entsteht aus der wirklichen Bewegung der Planeten und der Bewegung der Erde um die Sonne.

(siehe Abbildung auf der nächsten Seite)



Ausschnitt aus dem Kopernikus-Epithaph der Kirche St. Johann in Thorn, Foto: Wikipedia, Creative Commons (CC BY-SA 4.0)



© RAABE 2021

Grafik: Carlo Vöst

Einige Jahre vor der Veröffentlichung der Gesetze von Kepler zeigte sich dann bereits, dass in der Wissenschaft über neue Weltbilder diskutiert wurde. Beispielsweise stellte **Tycho Brahe** 1588 (siehe auch **M 2**) ein System vor, das zwar noch ein geozentrisches Weltbild war, bei dem sich aber die anderen Planeten schon um die Sonne bewegten. Aufgrund dieser Mischung wird es auch „**geoheliozentrisch**“ genannt.

M 2 Die Zeit von Johannes Kepler

Johannes Kepler, der am 27.12.1571 in Weil der Stadt (in der Nähe von Stuttgart) geboren wurde und in bescheidenen Verhältnissen aufwuchs, studierte zunächst ab 1589 Theologie an der Universität Tübingen. Dort kam er über seinen Lehrer Michael Mästlin, der selbst Mathematiker und Astronom war, erstmals Kontakt mit der kopernikanischen Lehre, die ihn sofort mehr überzeugte als die ptolemäische Lehre.



Johannes Kepler, Foto: Wikipedia, Creative Commons (CC BY-SA 4.0)

Sechs Planeten auf Kugeloberflächen

1594 nahm er einen Lehrauftrag für Mathematik und Astronomie in Graz an, obwohl er ursprünglich protestantischer Geistlicher werden wollte. In dieser Zeit, genauer 1597, veröffentlichte er ein Buch mit dem Titel „Mysterium Cosmographicum“, in dem er darstellt, wie sich die (damals bekannten) sechs Planeten auf Kugeloberflächen von Kugeln bewegen, die man den fünf ineinander geschachtelten **platonischen Körpern** (Tetraeder, Hexaeder, Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder) ein- bzw. umschreibt, und zwar im **heliocentrischen System**. Damit wurde er in ganz Europa berühmt. Aufgrund der Gegenreformation wurde er schließlich im Jahr 1600 gezwungen, Graz zu verlassen und ging nach Prag an den kaiserlichen Hof als Assistent des Mathematikers und Astronomen Tycho Brahe, der durch ständige Messungen und Aufzeichnungen das umfangreichste astronomische Datenmaterial der damaligen Welt angehäuft hatte, ohne dass er es nutzen konnte.

Planetenbewegung aufgrund einer „Kraft“

1601: Tycho Brahe stirbt und Kepler wird kaiserlicher Mathematiker. Nun findet Kepler aus den Marsbahndaten das 1. und 2. Kepler'sche Gesetz; er nimmt dabei für die Planetenbewegung eine „**Kraft**“ an, die von der Sonne ausgeht („Gravitation“ war noch unbekannt).

Originalzitat: „Die Bahn der Planeten ist kein Kreis – sie buchtet sich an beiden Seiten ein und an beiden entgegengesetzten Enden aus. Die Wahrheit muss irgendwo zwischen der Ei- und Kreisform liegen, genau als wäre die Marsbahn eine vollkommene Ellipse.“

Der rechnerische Nachweis gelang ihm nach sechsjähriger Arbeit. Kepler veröffentlichte seine Erkenntnisse in dem Buch „Astronomia Nova“ (1609). Die Kommentare der damaligen Fachwelt fielen ernüchternd aus:

Mästlin (Keplers Astronomielehrer in Tübingen): „Physik und Astronomie haben nichts miteinander zu tun“. **Fabrizius** (bekannter Astronom): „Der Kosmos wird von Gott und Teufel regiert und nicht von einer Kraft“. **Galilei:** „Kindereien“.

Erfindung des Linsenfernrohrs

1610: Das Linsenfernrohr wird erfunden. Kepler begreift im Gegensatz zu Galilei sofort das Konstruktionsprinzip: Sein Buch „Dioptrice“ (1611) stellt eine umfassende Arbeit über die **Strahlenbrechung durch Linsen** dar.

Umfassende Synthese von Geometrie, Musik und Astronomie

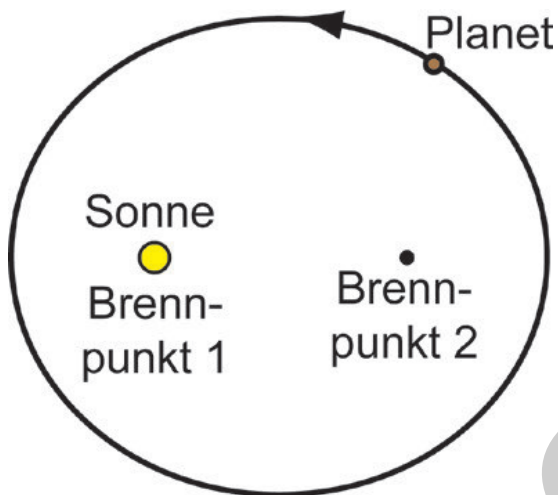
1619 erscheint „Harmonices Mundi“: Es ist ein fünfbändiges metaphysisches und mystisches Werk über eine umfassende Synthese von Geometrie, Musik und Astronomie (die Harmonien der Musiklehre werden auf die Geometrie der Vielecke zurückgeführt und die Bewegung der Planeten wird in eine harmonische Tonleiter integriert). Dazwischen findet sich das „3. Kepler'sche Gesetz“ (ohne das Newton nicht 60 Jahre später das Gravitationsgesetz gefunden hätte). Nun hat er Zeit, die „Tabulae Rudolphinae“ (1627; Sammlung von Daten und Regeln zur Bestimmung von Planetenpositionen; eigentlich seine Hauptaufgabe für den neuen Kaiser Matthias) zusammenzustellen.

Im Jahr 1628 wird Kepler Wallensteins Privatmathematiker (astrologische Berechnungen). Auf der Suche nach einer neuen Arbeit reist Kepler 1630 zum Reichstag nach Regensburg und stirbt dort nach kurzer, schwerer Krankheit im Alter von 58 Jahren am 15.11.1630.

M 3 Die Gesetze von Kepler

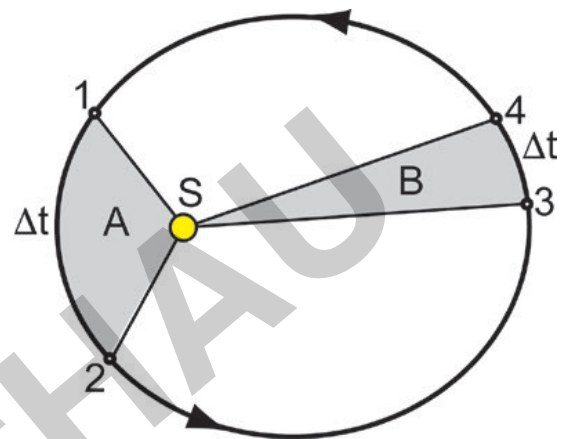
1. Kepler'sches Gesetz

Die Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.



2. Kepler'sches Gesetz

Die Verbindungsstrecke zwischen Sonne und Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.



Anmerkung:

Das 2. Kepler'sche Gesetz bedeutet, dass der Planet von der Position 1 zur Position 2 die gleiche Zeit benötigt wie von der Position 3 zur Position 4 und demnach die Flächen A und B inhaltsgleich sind.

Grafiken: Carlo Vöst

3. Kepler'sches Gesetz

Die Quadrate der siderischen Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer großen Halbachsen:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = \text{konst.} = C.$$

M 4 Einige interessante Planetendaten

Planet	Große Halbachse a in Mio km	Umlaufdauer T in a	Bahngeschwindigkeit v in km/s	Rotationsperiode T _{rot} in d	Radius R in km	Masse m in 1024 kg
Merkur	57,9	0,24	47,9	58,625	2440	0,34
Venus	108,2	0,62	35,0	243,020 (rückläufig)	6050	4,87
Erde	149,6	1,00	29,8	0,997	6378	5,97
Mars	227,9	1,88	24,1	1,026	3400	0,64
Jupiter	778,3	11,86	13,1	0,41	71 400	1900
Saturn	1427	29,46	9,6	0,445	60 400	569
Uranus	2870	84,02	6,8	0,72 (rückläufig)	25 600	87
Neptun	4496	164,79	5,4	0,67	24 800	103

Wichtige Konstanten:



Keplerkonstante $\left(\frac{T^2}{a^3}\right)$ für die **Sonne** als Zentralgestirn:

$$C_S = 2,97 \cdot 10^{-19} \frac{s^2}{m^3}$$

Keplerkonstante für die **Erde** als Zentralgestirn:

$$C_E = 9,91 \cdot 10^{-14} \frac{s^2}{m^3}$$