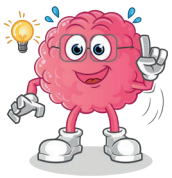
Inhalt und Vorwort



22 Knacknüsse der Geometrie 4-14

Lösungsvorschläge 15-36

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

Mathematik ist nicht nur eine Disziplin der anzuwendenden Formeln. In meiner jahrelangen Zeit als Nachhilfe-Lehrer für lernschwächere Schüler habe ich stets versucht, die Schüler zum Nachdenken und Hinterfragen zu animieren. Formeln kann und muss man lernen, um sie anwenden zu können. Keine Frage – das ist eine Grundvoraussetzung.

Aber was ist, wenn mir die Aufgabe nicht gleich vermittelt, wie ich vorgehen muss? Solche Fragen wurden mir oft gestellt: „Ich weiß doch wie der Satz der Pythagoras funktioniert, aber mir war nicht klar, dass ich den hier brauche?!?“

Die vorliegende Sammlung von 22 teils recht kniffligen, ja anspruchsvollen Aufgaben rund um die Geometrie soll genau hier ansetzen. Die benötigten Techniken werden ab Klasse 9 vermittelt. Das Hauptaugenmerk liegt darauf, *hinter* die Problematik zu blicken, Lösungswege zu erforschen ja zu tüfteln und knobeln, Ideen testen und notfalls auch verwerfen.

Die Lösungswege sind Vorschläge. Dabei wurde bewußt darauf verzichtet, jeden einzelnen Umformungsschritt der Algebra zu notieren.

Die Aufgaben können auch auf anderen Wegen gelöst werden. Auch diese Erkenntnis ist wichtig für Schüler. Es führen meist mehrere Wege zum Ziel, nicht nur in der Mathematik.

Nun wünschen wir Ihnen und Ihren „Mathe-Fans“ viel Freude beim Knobeln und Lösen dieser Aufgaben. Das Team des Kohl-Verlags und

Stefan Lamm

Die Aufgaben sind dreifach differenziert:

grundlegendes Niveau

mittleres Niveau

erweitertes Niveau

PS: Die Sammlung besteht aus Aufgaben, die in ähnlicher Form in den unterschiedlichsten Ländern der Erde an die Schüler ausgegeben wurden.

VORSCHAU

Knacknüsse der Geometrie
22 knifflige Aufgaben aus der Geometrie – Best.-Nr. P12 616

KOHL VERLAG

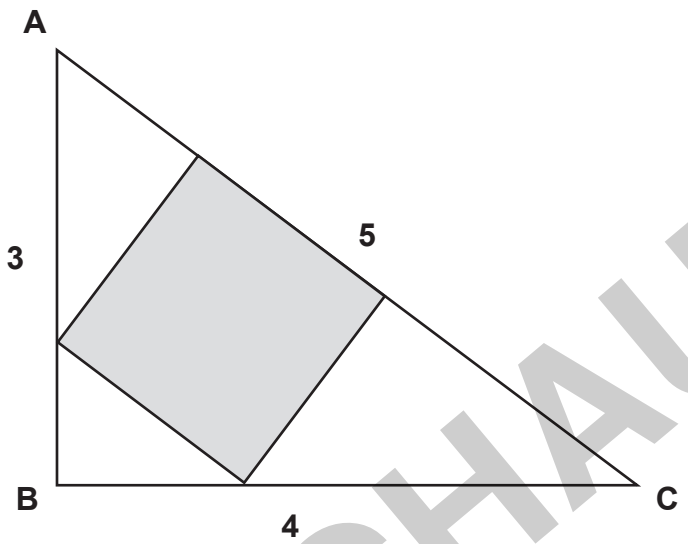
netzwerk lernen

zur Vollversion

In dem Dreieck ABC ist ein Quadrat eingezeichnet, dessen Kante direkt auf der Dreiecksseite AC liegt. Die Kantenlängen des Dreiecks sind:

AB = 3 cm / BC = 4 cm / AC = 5 cm

Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen, quadratischen Fläche?

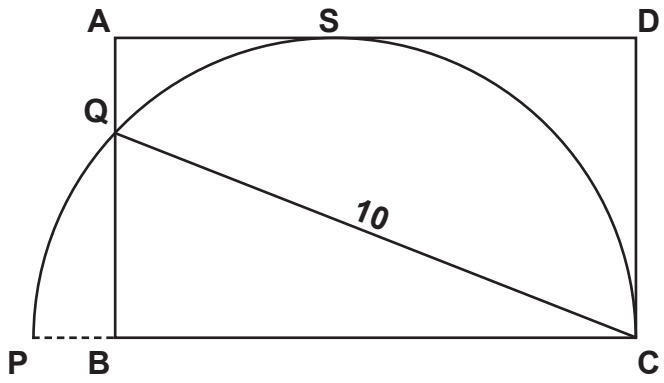


Zeichnung nicht maßstäblich

1

Ein Halbkreis und das Rechteck ABCD liegen aufeinander und teilen sich den Punkt C. Die Entfernung der Punkte C und Q beträgt 10 cm.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechteckes ABCD?



Zeichnung nicht maßstäblich

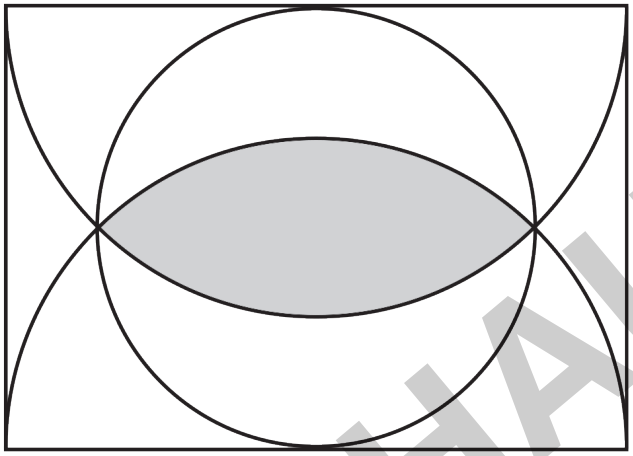
2

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

In einem Rechteck ABCD mit der Kantenlänge AB = 10 cm sind zwei Halbkreise überlappend eingezeichnet. Ein Inkreis durchquert die beiden Schnittpunkte der Halbkreise, wie in der Skizze zu sehen.

Wie groß ist der Flächeninhalt der graue Fläche?

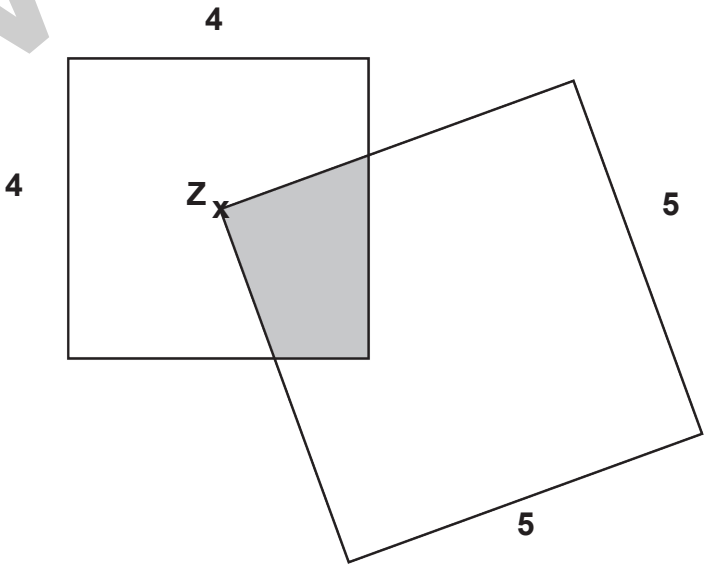


Zeichnung nicht maßstäblich

3

Zwei Quadrate liegen übereinander, sodass der Eckpunkt des großen Quadrates genau im Zentrum Z des kleinen Quadrates liegt.

Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen Fläche?



Zeichnung nicht maßstäblich

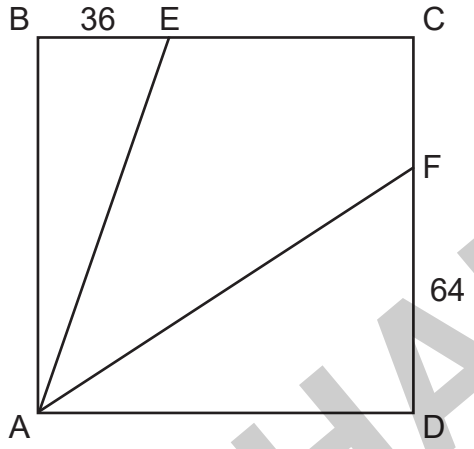
4

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

In einem Quadrat sind zwei Strecken eingezeichnet. Die Strecke AF halbiert der Winkel EAD. Es gilt: BE = 36 cm / DF = 64 cm

Wie lang ist die Strecke AE?

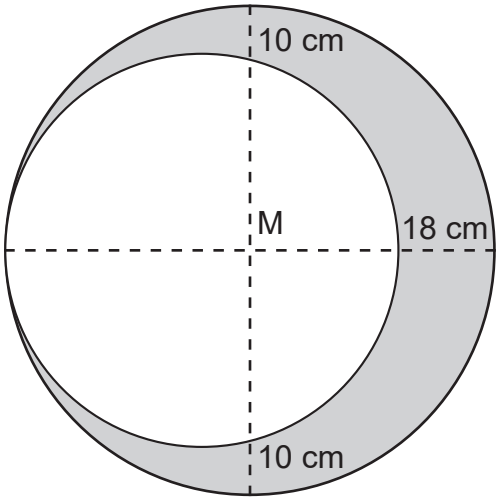


Zeichnung nicht maßstäblich

17

Zwei Kreise liegen übereinander, sodass sie sich links berühren. Die Abstände des kleinen Kreises zum großen Kreis sind eingezeichnet.

Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen Fläche?



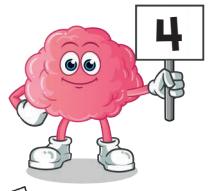
Zeichnung nicht maßstäblich

18

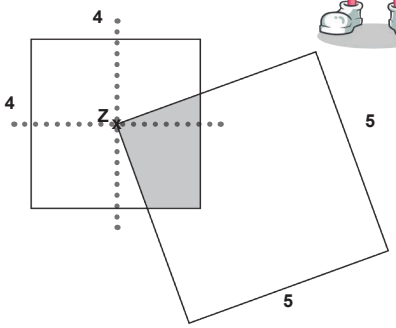
VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

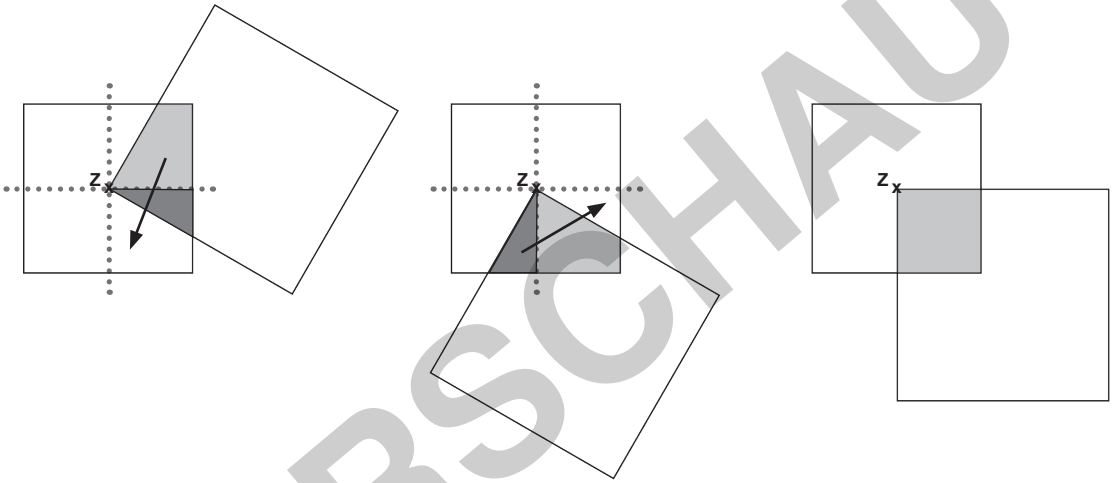
Lösungsvorschlag



Diese Aufgabe sieht schwerer aus, als sie tatsächlich ist und kann über Logik und etwas Kopfrechnen gelöst werden.



Betrachten wir den Eckpunkt Z und nehmen diesen Punkt als Drehpunkt an. Das kleine Quadrat bleibt an Ort und Stelle, das große Quadrat wird gedreht. Es ergeben sind unendlich viele Figuren wie diese:



VORSCHAU

Die graue Fläche ist immer gleich groß, egal an welche Position das große Quadrat gedreht wird, weil aufgrund der Drehsymmetrie immer ein Teil an die andere Seite gedreht werden kann. Am Beispiel ganz rechts, wenn beide Quadrate parallel stehen, dann wird das Rechenbeispiel klar. Die graue Fläche deckt ein Viertel des kleinen Quadrates ab. Es gilt:

$A_{\text{kleines Quadrat}} = a \cdot a$

$A_{\text{kleines Quadrat}} = 4 \cdot 4$

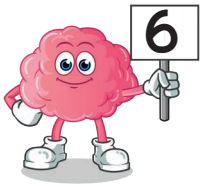
$A_{\text{kleines Quadrat}} = 16\ \text{cm}^2$

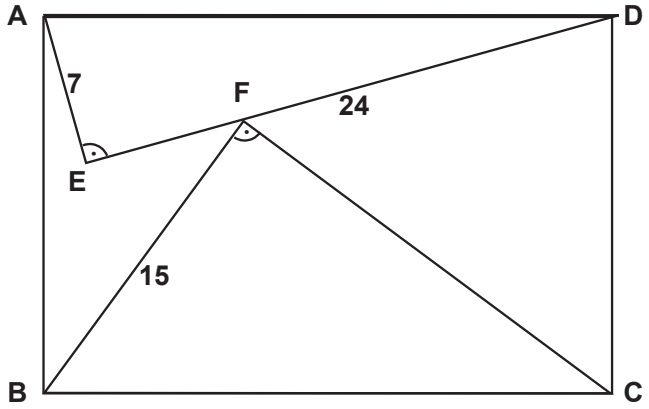
$A_{\text{grau}} = A_{\text{kleines Quadrat}} \cdot \frac{1}{4}$

$\mathbf{A_{grau} = \underline{4\ cm^2}}$

Knacknüsse der Geometrie
22 knifflige Aufgaben aus der Geometrie – Best.-Nr. P12 616
Lernen mit Erfolg
HL VERLAG
Zeichnung nicht maßstäblich
netzwerk lernen
zur Vollversion

Lösungsvorschlag





$AD = \sqrt{24^2 + 7^2}$

AD = 25 cm = BC

$CF = \sqrt{25^2 - 15^2}$

CF = 20 cm = AB

Da die Dreiecke ähnlich sind, gilt:

$$\frac{GF}{20} = \frac{BF}{BC} = \frac{15}{25}$$

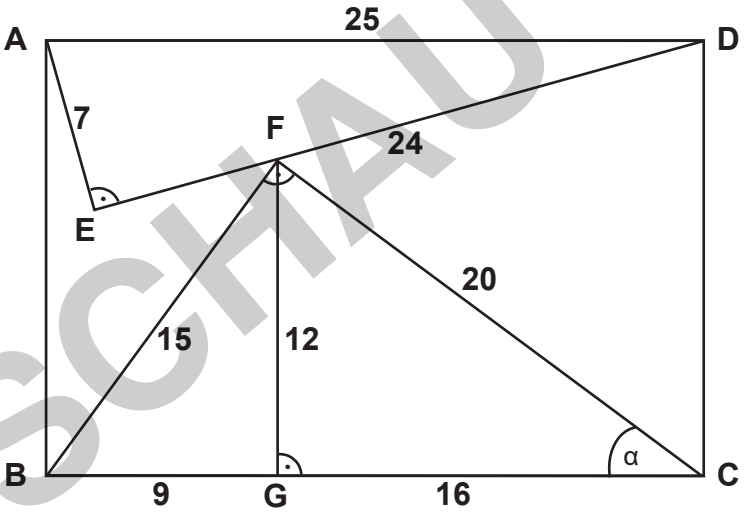
GF = 12 cm

$CG = \sqrt{20^2 - 12^2}$

CG = 16 cm

BG = 25 - CG

BG = 9 cm



CG = DH = 16 cm

Da die Dreiecke ähnlich sind, gilt:

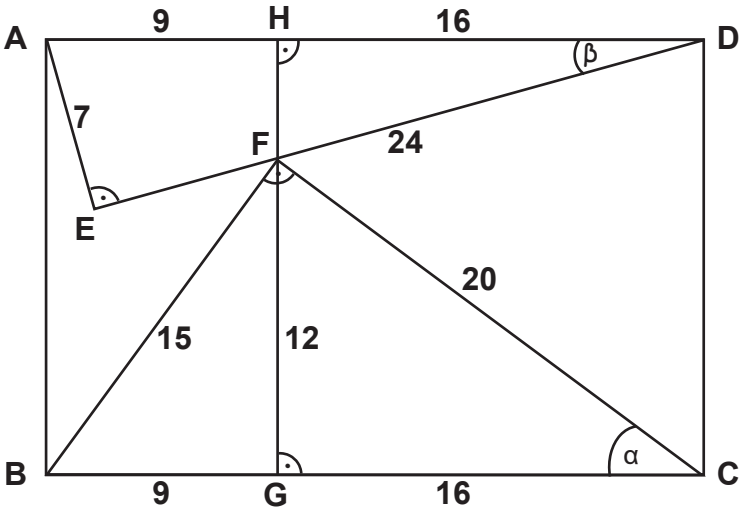
$$\frac{HF}{16} = \frac{AE}{DE} = \frac{7}{24}$$

$$\mathbf{HF = \frac{14}{3}}$$

AB = HG

AB = HF + FG

$$\mathbf{AB = \frac{50}{3}\ cm}$$



VORSCHAU

Knacknüsse der Geometrie
22 knifflige Aufgaben aus der Geometrie – Best.-Nr. P12 616
HL VERLAG

netzwerk lernen
zur Vollversion