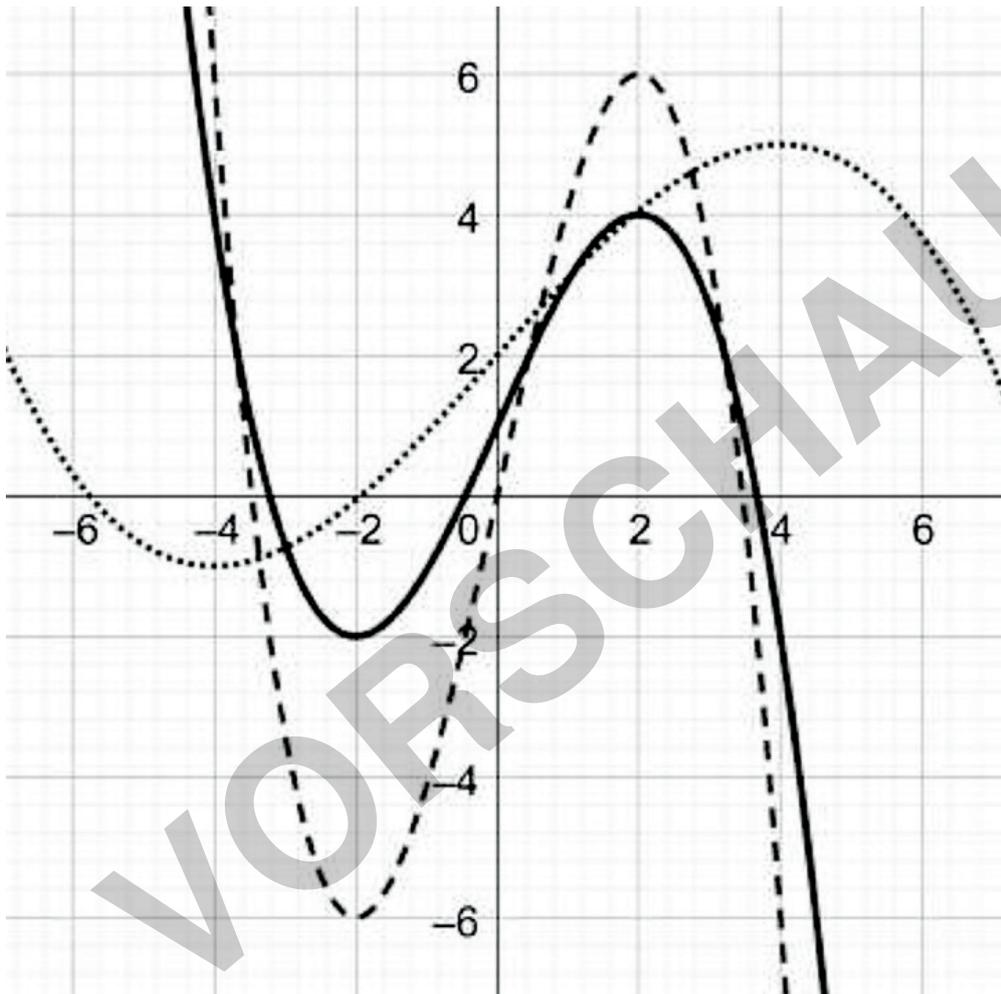


Transformation von Funktionen

Günther Weber, Brilon

Illustrationen von Günther Weber



Grafik: Günther Weber

Durch Anwendung von bestimmten Transformationen auf den Graphen einer Funktion (Verschiebung, Streckung/Stauchung oder Spiegelung) erhalten die Jugendlichen die Graphen von „artverwandten“ Funktionen. Ist der Graph der Funktion bekannt, so können die Lernenden den Graphen der transformierten Funktion daraus ableiten und skizzieren. Ebenso bestimmen sie bei bekannter Ausgangsfunktion und vorgenommenen Transformationen den Funktionsterm der transformierten Funktion.

Transformation von Funktionen

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber, Brilon

Illustrationen von Günther Weber

Hinweise	1
M 1 Transformation von Funktionen	3
M 2 Aufgaben	4
Lösungen	12

Die Schüler lernen:

ihr bereits erworbenes Wissen über Transformationen (Verschiebung, Streckung/Stauchung sowie Spiegelung) anzuwenden. Sie erweitern ihre Kenntnisse zum Thema Spiegelungen (Spiegelung an einem beliebigen Punkt, Spiegelung an einer beliebigen Geraden parallel zur x- bzw. y-Achse). Zugleich festigen sie ihr Wissen in der Funktionsuntersuchung.

VORANSICHT

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt **Info** = Informationsblatt

Thema	Material	Methode
Transformation von Funktionen	M1	Info
Aufgaben	M2	Ab

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	LearningApps – interaktive Lernbausteine	
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

© RAABE 2021

Kompetenzprofil:

Inhalt:

Verschiebung entlang der x- bzw. y-Achse, Streckung/Stauchung entlang der x- bzw. y-Achse, Punktspiegelung am beliebigen Punkt, Achsenspiegelung an einer beliebigen Geraden parallel zur x- bzw. y-Achse, Skizzieren von Graphen, Aufstellen von Funktionstermen, Extrem- und Wendestelle

Medien:

GeoGebra

Kompetenzen:

Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler sollten mit den Transformationen *Verschiebung* und *Streckung/Stauchung* vertraut sein. Eine Hintereinanderausführung dieser Transformationen haben Sie als Lehrkraft auch bereits im Unterricht behandelt. Die Jugendlichen können zudem eine Funktionsuntersuchung durchführen.

Von Vorteil ist es, wenn die Lernenden sicher im Umgang mit einem Geometrieprogramm, z. B. GeoGebra, sind (zum Veranschaulichen der Ergebnisse).

Lehrplanbezug:

In den Kernlernplänen für die Mittelstufe bzw. für die Einführungsphase

www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/195/g9_m_klp_3401_2019_06_23.pdf

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GOST_Mathematik.pdf

(aufgerufen am 23.06.2021)

finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- bestimmen anhand des Graphen einer Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion,
- erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (Ausnahme bei quadratischen Funktionen in der Normalform: nur Streckfaktor und y-Achsenabschnitt),
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter.

Bei den Kompetenzerwartungen findet sich zudem:

- Sie überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können
bzw.
- die Lernenden nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge, um Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

Bei Aufgabe 1 kann das Skizzieren, insbesondere wenn man alle Transformationen skizziert, zeitaufwendig sein. Sie als Lehrkraft können dann die Lerngruppe in Gruppen aufteilen. Die Schülerinnen und Schüler jeder Gruppe skizzieren die Transformationen von einer oder zwei Teilaufgaben. Nach der Bearbeitung stellen die Lernenden ihre Ergebnisse vor und klären im Unterrichtsgespräch, ob die transformierten Graphen der Aufgabenstellung entsprechen.

Bei Aufgabe 2 geben Sie den Hinweis, dass die Jugendlichen auf markante Eigenschaften der Graphen wie Schnittpunkte mit der x-Achse, Extrem- bzw. Wendepunkte, Asymptoten sowie den Wertebereich achten sollen. Ein Auffinden der richtigen Funktion ist auch möglich, indem Funktionswerte berechnet werden. Diesen Lösungsweg sollten die Jugendlichen jedoch nicht nutzen. Um die Funktion zu bestimmen, können die Lernenden angeben, welche Transformationen auf den Graphen der Funktion f angewendet wurden, um die Funktion g_1 , g_2 oder g_3 zu erhalten. Überprüft wird dann, welche Transformationen zum Graphen der Funktion g führen.



Die Angabe der Transformationen der Funktionen g_1 , g_2 oder g_3 nutzen Sie auch zur **Differenzierung** nach Schnelligkeit oder Leistungsstärke.

Bei Aufgabe 4 weisen Sie darauf hin, dass zu einer Funktion auch der Definitionsbereich gehört und dass sich dieser bei einer Transformation auch ändern kann.

Bei Aufgabe 5a klären Sie bei leistungsschwächeren Lerngruppen vor der Bearbeitung, wie man es mit einer Verschiebung schafft, aus drei Nullstellen zwei verschiedene zu machen, ohne dass sich das Aussehen des Graphen ändert.

Bei Aufgabe 5c geben Sie einen Hinweis: die Aufgabenstellung verlangt, dass man die Punktspiegelung am Wendepunkt auf die Punktspiegelung am Ursprung zurückführen soll und somit eine Benutzung der Formel des Informationsblattes nicht möglich ist. Eine Kontrolle mit der Formel kann aber anschließend erfolgen. Leistungsstarke Schüler und Schülerinnen verallgemeinern das Verfahren der Punktspiegelung und leiten die Formel dazu her. Die Lösungsschritte stellen sie dann anschließend im Plenum vor.

Bei den Aufgabenteilen 6b und 6c gilt das Gleiche wie bei Aufgabenteil 5c.