

# Inhalt

Einführung .....	4
------------------	---



## 9. Klasse



### Funktionaler Zusammenhang

Lineare Gleichungssysteme (1) .....	8
Lineare Gleichungssysteme (2) .....	9
Quadratische Gleichungen (1) .....	10
Quadratische Gleichungen (2) .....	11
Quadratische Funktionen (1) .....	12
Quadratische Funktionen (2) .....	13



### Leitidee Raum und Form

Satz des Pythagoras (1) .....	14
Satz des Pythagoras (2) .....	15
Satzgruppe des Pythagoras (1) .....	16
Satzgruppe des Pythagoras (2) .....	17



### Leitidee Messen

Flächeninhalt und Umfang des Kreises (1) .....	18
Flächeninhalt und Umfang des Kreises (2) .....	19
Kreisausschnitt und Kreisbogen (1) .....	20
Kreisausschnitt und Kreisbogen (2) .....	21
Oberfläche und Volumen des Zylinders und des Kegels (1) .....	22
Oberfläche und Volumen des Zylinders und des Kegels (2) .....	24



### Leitidee Daten und Zufall

Kombinatorik (1) .....	25
Kombinatorik (2) .....	26
Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung ...	27
Bernoulli-Experimente .....	28



### Leitidee Zahl

Quadratwurzeln (1) .....	29
Quadratwurzeln (2) .....	30
Multiplikation und Division von Wurzeln .....	31
Teilweises Wurzelziehen .....	32



## 10. Klasse



### Funktionaler Zusammenhang

Trigonometrische Funktionen .....	33
Potenzen mit natürlichen Exponenten .....	34
Potenzen mit ganzzahligen Exponenten .....	36
Potenzen mit rationalen Exponenten .....	37
Potenzfunktionen .....	38
Exponentielles Wachstum/Exponentielle Abnahme .	39
Exponentialfunktionen .....	40
Logarithmen .....	41



### Leitidee Raum und Form

Darstellung von Körpern .....	42
Ähnliche Figuren .....	43
Strahlensätze (1) .....	44
Strahlensätze (2) .....	45
Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck (1) .....	46
Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck (2) .....	47
Trigonometrie an beliebigen Dreiecken (1) .....	48
Trigonometrie an beliebigen Dreiecken (2) .....	49



### Leitidee Messen

Oberfläche und Volumen von Prismen (1) .....	50
Oberfläche und Volumen von Prismen (2) .....	51
Oberfläche und Volumen von Pyramide und Kugel (1) .....	52
Oberfläche und Volumen von Pyramide und Kugel (2) .....	53



### Leitidee Daten und Zufall

Beschreibende Statistik (1) – Mittelwert und Zentralwert .....	54
Beschreibende Statistik (2) – Spannweite und mittlere Abweichung .....	55
Beschreibende Statistik (3) – Varianz und Standardabweichung .....	56

Lösungen .....	58
----------------	----

# Einführung

## Allgemeine Bemerkungen

Begriffe wie „Standard“ und „Qualitätsentwicklung“ waren bis vor einigen Jahren eher aus den Bereichen Wirtschaft und Industrie bekannt. Erst vor einiger Zeit haben solche Begriffe auch in Schule und Unterricht Einzug gehalten.

Dafür mag es viele Gründe geben. Ein Grund sind sicherlich die internationalen Schulleistungsstudien wie PISA (Programms of International Student Assessment), TIMMS (Third International Mathematics and Science Study) oder IGLU (Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung). Die Ergebnisse, die deutsche Schülerinnen und Schüler in diesen Studien erzielt haben, haben eine starke öffentliche Diskussion angeregt.

In dieser Diskussion kommen immer wieder Begriffe wie „Standard“, „Bildung“ und „Qualität“ vor. Was wird jedoch darunter verstanden, wenn von dem Begriff „Standard“ gesprochen wird? Termini wie „Minimalstandards“, „Maximalstandards“, „Content standards“, „Performance standards“ oder „Opportunity-to-learn-standards“ sind in diesem Zusammenhang zu klären<sup>1</sup>. Auch wenn der Begriff „Standard“ nicht einheitlich verwendet wird, so verbindet man damit in Deutschland meist zunächst negative Assoziationen: Meint er doch das Normale, das Gewöhnliche und beschreibt übliche Anforderungen. Etwas zu standardisieren heißt, etwas in ein Korsett zu pressen – Besonderheiten und Unterschiede „einzuebnen“.

Bezieht man diese Sichtweise auf das System Schule, so ergibt sich folgende Fragestellung: Werden Individualität, werden Schwächen und Stärken von Schülerinnen und Schülern durch Standards mit ihren normativen Erwartungen „eingeebnet“ oder nicht? Möchte man darauf eine Antwort finden, so muss man sich auf eine „etwas“ andere Sichtweise auf den Begriff „Standard“ einlassen – nämlich durch das Hinzufügen des „kleinen“ Adjektivs „hoch“: Spricht

man von einem hohen Standard, fallen die negativen Assoziationen weg. Mit hohem Standard verbindet man in der Regel etwas Besonderes. Hier meint man nicht mehr nur übliche Anforderungen.

Gleichermaßen taucht beim Begriff „hoher Standard“ gleichzeitig auch der Qualitätsbegriff auf. Hohe Standards mit niedriger Qualität – ein Begriffspaar, was es nicht gibt. Bezogen auf die Schule bedeutet dies die Frage nach der Bildungsqualität. Bildung stellt einen Prozess zur Aneignung von Kultur, von Werten, Normen, Regeln, von Wissen und Fertigkeiten dar. Die Schule als gesellschaftliches Subsystem organisiert Wissensbildung, aber auch Persönlichkeitsbildung. Tatsache ist aber auch, dass Schule inzwischen ein Massenphänomen geworden ist. Zehntausende von Lehrenden unterrichten Millionen Lernende. Insofern stellt sich berechtigt die Frage, wie wird dort Bildung überhaupt ermöglicht. Es stellt sich weiterhin die Frage nach der Qualität der Bildung. Diese darf nicht ungeprüft bleiben.

Man muss Vorstellungen entwickeln, inwieweit Bildungsprozesse gut oder weniger erfolgreich verlaufen. Überprüft werden muss dies in erster Linie von den Beteiligten, das heißt von Eltern, Lehrenden, Schülerinnen und Schülern. Diese tragen zur Qualitätsentwicklung bei. Unterstützt werden muss dieser Prozess allerdings auch von außerhalb, z. B. durch geeignete Verfahren. Es

<sup>1</sup> Hier eine kurze Klärung zu dem Begriff „Standards“:

- Minimalstandards: Diese beschreiben das minimale Erwartungsniveau.
- Maximalstandards: Diese entsprechen dem idealen Erwartungsniveau.
- Content standards: Diese beziehen sich auf die Lerninhalte und Lernziele schulischen Lernens.
- Performance standards: Diese stellen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in den Mittelpunkt („output“).
- Opportunity-to-learn-standards: Diese beziehen sich auf den „input“ schulischen Lernens (z. B. Ausstattung der

Ideen, Lösungswege und Ergebnisse sollen verständlich dargestellt und mit geeigneten Mitteln präsentiert werden.

In der Konzeption der „Kompetenztests für den Mathematikunterricht“ wurde versucht, Aufgaben zu allen der o.a. Kompetenzen zu entwickeln. Dabei ist zu erwähnen, dass nicht jede Aufgabe immer eindeutig einer allgemeinen Kompetenz zuzuordnen ist. In manchen Fällen liegen auch Überschneidungen von zwei oder mehreren allgemeinen Kompetenzen vor. Dies

gilt auch für die unten aufgeführten Anforderungsbereiche.

Mit den Kompetenzen verbunden sind die fünf mathematischen Leitideen: Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall. Im Inhaltsverzeichnis wurden die einzelnen Tests den Leitideen zugeordnet. Ausführliche Anmerkungen zu den einzelnen Leitideen sind im Internet unter der Adresse [www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik\\_MSA\\_BS\\_04-12-2003.pdf](http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf) eingestellt.

### Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

### Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

### Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

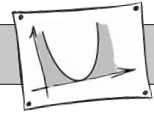
Als dritte Ebene der Bildungsstandards werden den Aufgaben drei Kompetenzklassen/Anforderungsniveau bzw. Anforderungsbereiche zugeordnet<sup>3</sup> (s. o.).

Jeder Aufgabe der Rechenkompetenztests wurde das entsprechende Anforderungsniveau zugeordnet. Die entsprechende Angabe befindet sich in Klammern hinter einer jeden Aufgabe. Dabei steht „R“ für den Bereich „Reproduzieren“, „Z“ für den Bereich „Zusammenhänge herstellen“ und „V“ für den Bereich „Verallgemeinern und Reflektieren“.

Zu jeder mathematischen Thematik werden in mehreren Kompetenztests angeboten.

Dabei hat der erste Test ein leichteres Anforderungsniveau: Auf diesen Arbeitsblättern wurden vorwiegend Aufgaben aus dem Anforderungsbereich „Reproduzieren“ und im geringen Maße aus dem Anforderungsbereich „Zusammenhänge herstellen“ ausgewählt. In dem zweiten Kompetenztest werden in der Regel alle drei Kompetenzklassen angesprochen. Damit wird auch der Aspekt der Versprachlichung mathematischer Sachverhalte immer wichtiger.

<sup>3</sup> [www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik\\_MSA\\_BS\\_04-12-2003.pdf](http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf)



## Aufgabe 1 (R)

Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren.

$$\begin{aligned} \text{a) } 5 &= y - 2x \\ x + 10 &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 18 &= 2a - 16b \\ 31 &= a + 3b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 1,5b - 20,5 &= 2a \\ 2b - 29 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 3,2x - 1,6 &= 2,5y \\ 10y &= 2,6 - 4,8x \end{aligned}$$

## Aufgabe 2 (R)

Löse mit dem Einsetzungsverfahren.

$$\begin{aligned} \text{a) } 13 &= 2y + 5x \\ 5 - x &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2a + 4b &= 22 \\ b &= a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 16x - 10y &= 40 \\ -5 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 4 &= 6a + 2b \\ 19 &= 9a - 2b \end{aligned}$$

## Aufgabe 3 (R)

Löse mit dem Additionsverfahren.

$$\begin{aligned} \text{a) } 1 &= -7a + 4b \\ 14 &= 2a - 4b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 28 &= 16x - 12y \\ -2 &= -2x + 3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2a - 3b &= 11 \\ 5a + 6b &= 68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 21 &= 2x + y \\ 48 &= 7x + 2y \end{aligned}$$

## Aufgabe 4 (R)

Löse mit dem grafischen Lösungsverfahren.

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= x \\ y &= -x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } y &= x + 2 \\ y &= -2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } y + 4x &= 0 \\ y - 2x - 6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } y &= 2x - 2 \\ y &= \frac{1}{3}x + 4 \end{aligned}$$

## Aufgabe 5 (Z)

Ein Rechteck hat einen Umfang von 68 cm.

Seite a ist 1 cm länger als Seite b.

Bestimme die Länge der Seiten a und b.

## Aufgabe 6 (Z)

Bei Handyanbieter *Tokara* wird eine monatliche Grundgebühr von 15 € fällig.

Eine Minute Sprechzeit kostet 15 ct.

Bei Handyanbieter *Q<sup>3</sup>* müssen 17 ct pro Minute bezahlt werden.

Die monatliche Grundgebühr beträgt 12 €.

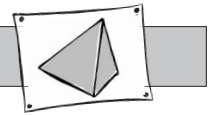
a) Du telefonierst im Monat ca. 70 Minuten. Wer wäre der günstigere Anbieter?

b) Bei wie vielen Minuten Sprechzeit sind beide monatlichen Endpreise identisch?

## Aufgabe 7 (V)

Wann haben lineare Gleichungssysteme keine Lösung?

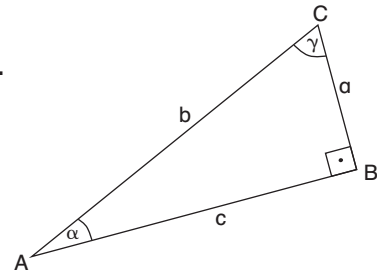
Begründe mit dem grafischen Lösungsverfahren.



**Aufgabe 1 (Z)**

Berechne die fehlenden Seitenlängen und Winkel im Dreieck.

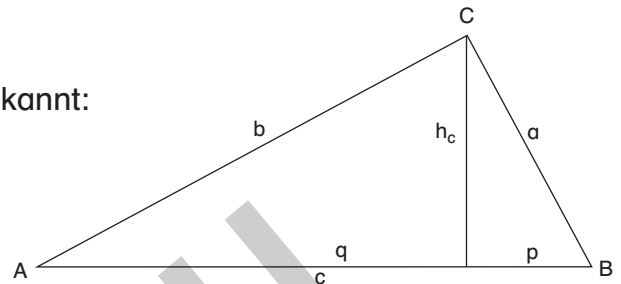
- a)  $\alpha = 35^\circ$ ;  $b = 9 \text{ cm}$
- b)  $\alpha = 12 \text{ mm}$ ;  $\gamma = 80^\circ$
- c)  $c = 257 \text{ dm}$ ;  $a = 189 \text{ dm}$



**Aufgabe 2 (Z)**

Von einem rechtwinkligen Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  sind bekannt:

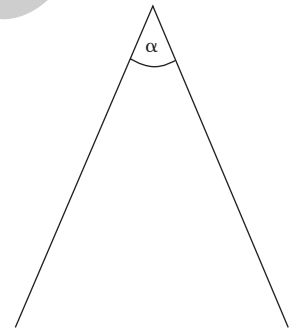
- a)  $p = 18 \text{ cm}$ ;  $\beta = 50^\circ$ . Berechne die Seiten  $a$  und  $c$  und den Winkel  $\alpha$  im Heft.
- b)  $h_c = 10 \text{ cm}$ ;  $q = 7 \text{ cm}$ . Berechne die Seiten  $b$  und  $c$  und den Winkel  $\alpha$  im Heft.



**Aufgabe 3 (Z)**

Eine 3,60 m lange Stehleiter wird mit einem Öffnungswinkel von  $\alpha = 45^\circ$  auf einer waagrechten Fläche aufgestellt.

- a) Wie weit stehen die beiden Füße der Leiter voneinander entfernt?
- b) Wie hoch reicht die Leiter?

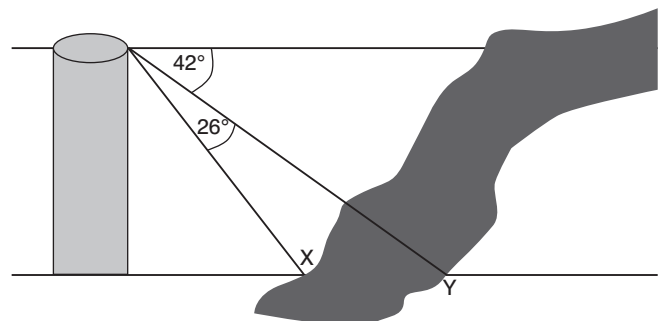


**Aufgabe 4 (Z)**

Ein Sendemast wirft einen Schatten von 88 m Länge. Die Sonnenstrahlen treffen in einem Winkel von  $41^\circ$  auf den Erdboden. Wie hoch ist der Sendeturm? (Tipp: fertige eine Skizze an.)

**Aufgabe 5 (Z)**

Von einem 30 m hohen Turm aus werden 2 Randpunkte X und Y am Ufer eines Flusses angepeilt. Wie breit ist der Fluss?



**Aufgabe 6 (V)**

Beweise folgende Gleichung:  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ .

## Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

S. 36

5. a)  $2^{-1}$   
 b)  $4^{-8}$   
 c)  $x^{-11}$   
 d)  $5^{-3}$   
 e)  $a^7$   
 f)  $x^{-2}$   
 g)  $(x + \sqrt{\quad})^7$   
 h)  $(x \cdot y)^2$

6. a)  $\frac{1}{6^4}$       b)  $\frac{1}{10^3}$       c)  $\frac{1}{(xy)^5}$       d)  $\frac{1}{8^4}$       e)  $\frac{1}{(a \cdot b)^x}$   
 f)  $\frac{1}{2^4}$       g)  $\left(\frac{6}{7}\right)^2$       h)  $\left(\frac{b}{a}\right)^5$       i)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3$       j)  $\frac{1}{4}$

7. Man multipliziert Potenzen mit gleichem Exponenten, indem man die Basen multipliziert und den Exponenten beibehält.

8. a)  $3^6$   
 b)  $x^{-4}$   
 c)  $(-4)^{10}$   
 d)  $(-3)^{-40}$   
 e)  $x^{12} \cdot b^8$   
 f)  $x^{s^2-1} \cdot y^{s^2+s}$

## Potenzen mit rationalen Exponenten

S. 37

1. a)  $\sqrt[2]{4}$       b)  $\sqrt[2]{2^3}$       c)  $\sqrt[3]{6^{-2}}$       d)  $\sqrt[5]{x^{-2}}$       e)  $\sqrt[b]{y^a}$   
 f)  $\sqrt{x^{-x}}$       g)  $\sqrt[2]{3}$       h)  $\sqrt[4]{i^3}$       i)  $\sqrt[4]{(2+x)^3}$       j)  $\sqrt[7]{(7s-x)^5}$   
 k)  $\sqrt[8]{(a \cdot b)^3}$       l)  $\sqrt[w]{(x \cdot y)^q}$       m)  $\sqrt[3b]{x^a}$
2. a)  $4^{\frac{1}{3}}$       b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{9}{10}}$       c)  $4^{-\frac{4}{5}}$       d)  $2^{\frac{3}{4}}$       e)  $x^{\frac{x}{2}}$   
 f)  $a + b$       g)  $(a - 5)^{\frac{1}{10}}$       h)  $(x - y)^{-1}$
3. a)  $a \geq 0$       b)  $a \in \mathbb{R}$       c)  $a \geq 0$       d)  $x \geq \frac{1}{3}$       e)  $x \in \mathbb{R}$
4. a)  $5^{3,5}$       b) 3      c)  $4^{1,25}$       d)  $7^{-\frac{7}{6}}$       e)  $x^{\frac{22}{15}}$   
 f)  $a^{\frac{x+m}{n}}$       g)  $4^{2,5}$       h)  $2^{\frac{1}{2}}$       i)  $7^{-\frac{17}{15}}$       j)  $a^{-\frac{3}{20}}$   
 k)  $a^{\frac{m+q}{n}}$       l)  $d^{\frac{m}{-y}}$
5. a)  $16^{\frac{1}{2}}$       b)  $(-10)^{\frac{1}{10}}$       c)  $(ab)^{\frac{1}{4}}$   
 d)  $144^{\frac{1}{2}}$       e)  $3^{-\frac{1}{4}}$       f)  $(yx)^{\frac{1}{10}}$
6. a)  $4^{\frac{1}{2}}$       b)  $49^{-\frac{1}{10}}$       c)  $x^{\frac{39}{10}}$   
 d)  $y^{\frac{1}{80}}$       e)  $a^{\frac{1}{80}}$       f)  $2^{-\frac{1}{10}}$
7. a)  $2^{-\frac{1}{4}}$       b)  $6^{\frac{1}{4}}$       c)  $4^2$   
 d)  $x^{-1} \cdot y^{-\frac{1}{10}}$       e)  $x^3$       f)  $\left(\frac{40x^3}{3y}\right)^{\frac{1}{10}}$