



Am Anfang war der Punkt ...



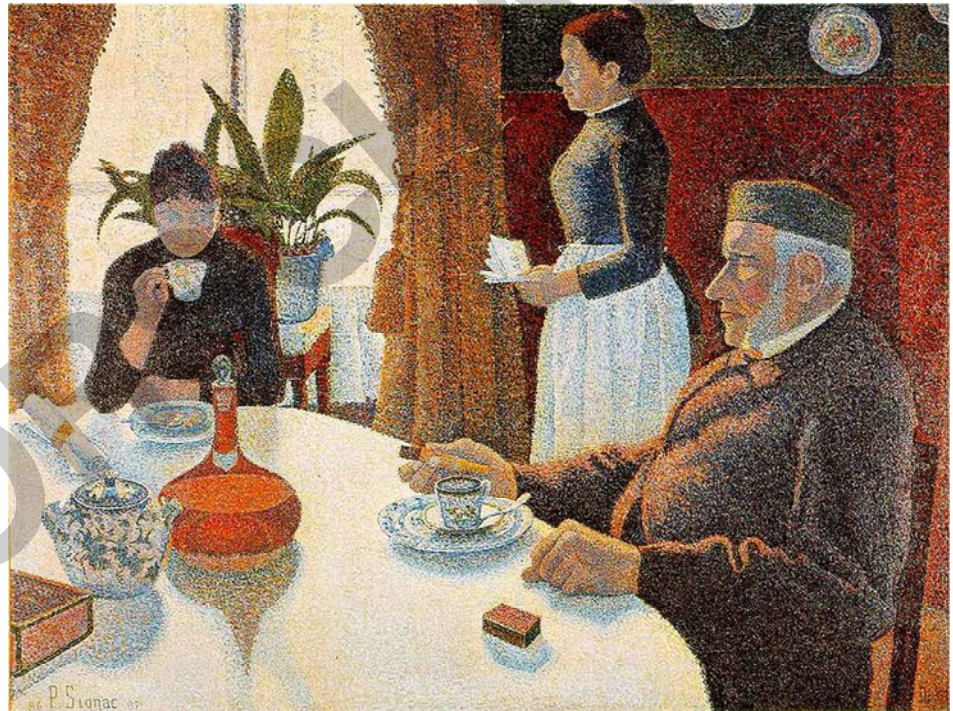
<https://pixabay.com/de/kosmos-blume-blume-garten-kosmos-1712177/> (11.03.2017, cc0) - stark bearbeitet

Betrachte einmal das nebenstehende Bild. Fällt dir etwas auf?

Wenn du ganz genau hinschaust, siehst du, dass das Bild aus ganz vielen kleinen farbigen Quadraten zusammengesetzt ist. Diese einzelnen Quadrate sind "Bildpunkte" oder "Pixel". Wenn ein Computermonitor ein Bild darstellt, dann zerlegt er es in solche Bildpunkte, färbt jeden Bildpunkt anders ein und daraus entsteht das fertige Bild. (Natürlich sieht man am Monitor normalerweise keine "Stufen" im Bild, weil sehr viele Bildpunkte verwendet werden, um das Bild zu erzeugen. Nur wenn man die Anzeige am Monitor sehr stark vergrößert, kann man die einzelnen Bildpunkte sehen.)

Schon lange bevor es Computer gab, haben Künstler ganz ähnliche Techniken verwendet, um Bilder zu erzeugen.

Der Künstler Paul Signac hat keinen einzigen Pinselstrich verwendet, um das Bild rechts zu malen. Das gesamte Bild besteht nur aus vielen einzelnen Punkten. Diese Mal-Richtung nennt man "Pointilismus" (vgl. französisch/englisch "point" = Punkt).



Paul Signac: Das Frühstück (Das Speisezimmer), 1886/87

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Signac2.jpg> (11.03.2017, gemeinfrei)

Und was hat das Ganze mit der Geometrie zu tun? Wie in den beiden

Abbildungen fängt in der Geometrie alles mit dem Punkt an. Aus vielen Punkten entstehen alle geometrischen Grundformen. Und genau das schauen wir uns in diesem Modul an.



Tipp: Versuche doch einmal, selbst ein Bild in der "Punkttechnik" zu malen.

<https://pixabay.com/de/avatar-gesicht-gl%C3%A4ser-m%C3%A4nnlich-1294775/> (cc0), 09.05.2016



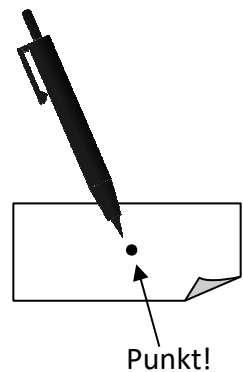
Wiederholung: Punkte und das Koordinatensystem I

Wenn du einen Stift auf ein Blatt Papier drückst, siehst du einen "Punkt".

Aufgabe:

Nimm einen Filzstift und drücke ihn vorsichtig auf ein Blatt Papier, sodass ein möglichst kleiner Punkt entsteht. Untersuche den Punkt unter einer Lupe. Stell dir vor, du würdest den Punkt unter einem Mikroskop untersuchen.

Obwohl der gemalte "Punkt" mit bloßem Auge vielleicht ziemlich klein aussieht, ist er unter der Lupe bestimmt schon ein ziemlich großer Kreis geworden. Unter dem Mikroskop wäre der Kreis noch größer. Das ist ein Problem für die Mathematik, denn dieser Kreis besteht eigentlich selbst wieder aus weiteren "Punkten". Auch wenn man unter dem Mikroskop mit einem sehr feinen Stift einen "Mini-Punkt" malen würde, unter einem noch größeren Mikroskop wäre es wieder nur ein ziemlich großer Kreis. Damit man den Punkt aber mathematisch ganz genau bestimmen kann, **denkt** man sich einen Punkt in der Geometrie selbst ohne jede Ausdehnung. Ein Punkt in der Geometrie ist also eine theoretische Vorstellung.



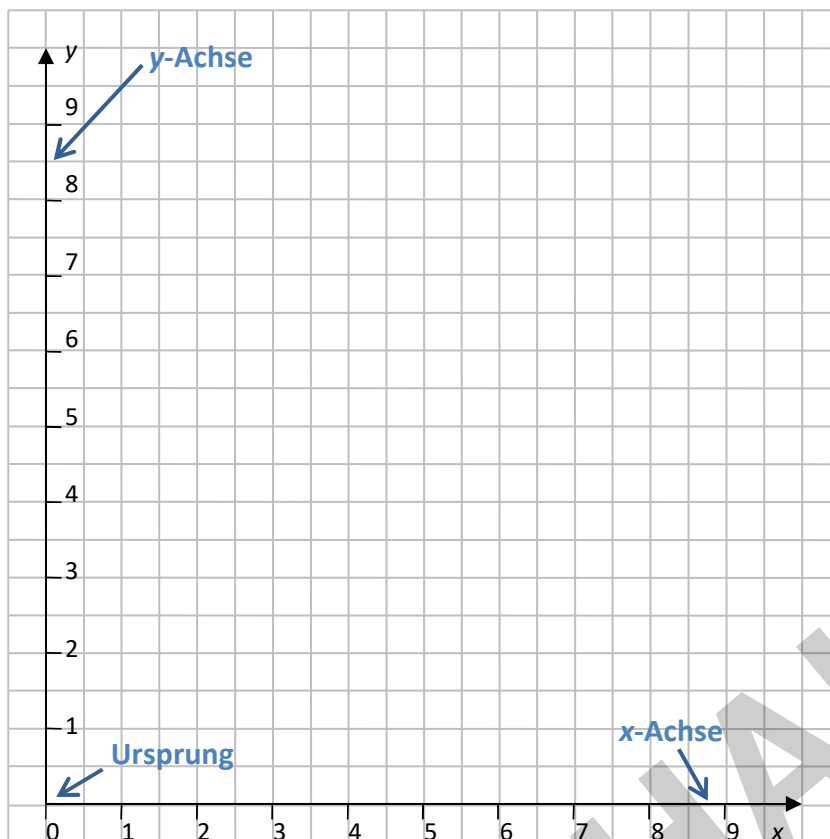
Merke:

Wenn wir in der Geometrie von einem "**Punkt**" reden, dann hat dieser definitionsgemäß selbst keine Ausdehnung. Er ist vielmehr der **gedachte** Grundbestandteil jedes anderen geometrischen Objekts.

Das mag merkwürdig klingen, denn schließlich werden wir im Folgenden ständig Punkte zeichnen und die sind in unserer Zeichnung natürlich sichtbar (haben also eine Ausdehnung). In der Geometrie verwenden wir aber häufig Zeichnungen oder Modelle, die eine bestimmte Vorstellung nur näherungsweise veranschaulichen können. Eine "Gerade", die wir später noch genauer betrachten werden, ist beispielsweise eine unendlich lange gerade Linie. Aber natürlich kannst du auf einem Blatt Papier nichts "Unendliches" zeichnen. Deshalb ist es in der Geometrie wichtig, zwischen der theoretischen Vorstellung und der Darstellung derselben auf einem Blatt Papier zu unterscheiden.

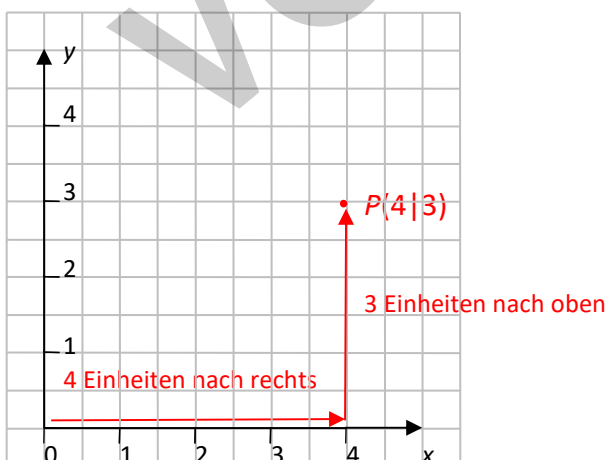
Punkte im Gitternetz

Um die Lage eines Punktes genau angeben zu können, verwenden wir ein **Gitternetz**.



Das Gitternetz besteht aus zwei **Zahlenstrahlen**, die beide im **Nullpunkt** oder **Ursprung** beginnen und senkrecht aufeinander stehen. Der waagerechte Zahlenstrahl wird **x-Achse**, der senkrechte **y-Achse** genannt.

Die Lage eines **Punktes P** im Gitternetz wird durch seine **Koordinaten** angegeben, z. B. **P(4|3)**. Dabei gibt die erste Zahl (die **x-Koordinate**) die Position auf der x-Achse, die zweite Zahl (die **y-Koordinate**) die Position auf der y-Achse an. **P(4|3)** bedeutet also: "Gehe zuerst 4 Einheiten nach rechts und dann 3 Einheiten nach oben."



Tip: Zum Auffinden eines Punktes gehen wir **zuerst x Schritte nach rechts** und **anschließend y Schritte nach oben**.

<https://pixabay.com/de/avatar-gesicht-gl%C3%A4ser-m%C3%A4nnlich-1294775/> (cc0), 09.05.2016



Wiederholung: Punkte und das Koordinatensystem I

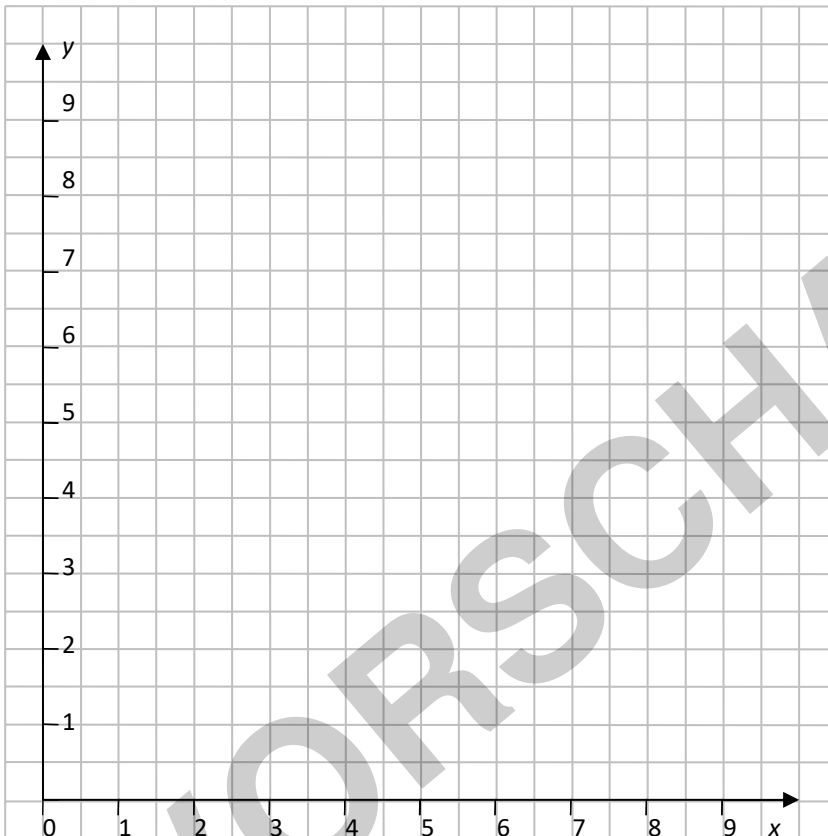
Aufgabe 1

Trage die folgenden Punkte in das Gitternetz ein.

$A(1|2)$, $B(1|4)$, $C(2|3)$, $D(3|1)$, $E(3|5)$, $F(7|5)$, $G(7|1)$, $H(7|3)$, $I(9|3)$

Verbinde die Punkte in dieser Reihenfolge: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow I \rightarrow G \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$

Welche Figur entsteht?




Aufgabe 2

Bestimmt kennst du das Spiel "Schiffe versenken". (Wenn nicht, findest du weiter unten die Regeln. ☺) In unserer Spielvariante hat jeder 5 Schiffe:

Minensuchboot: 

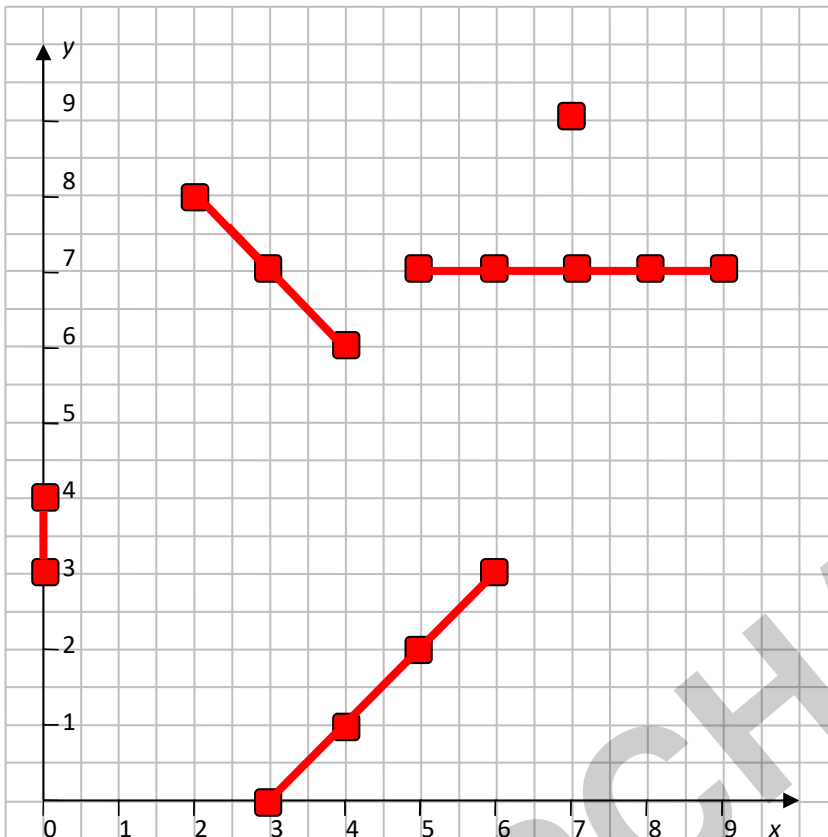
Fregatte: 

Kreuzer: 

Schlachtschiff: 

Flugzeugträger: 

Die folgende Karte zeigt die Lage der Schiffe deines Gegners. Gib die Koordinaten an, die du aufrufen musst, um die Schiffe deines Gegners zu versenken. (Gib den Punkten entsprechende Namen, um sie eindeutig zu identifizieren.)



Zusatzaufgabe

Spieler selbst eine Runde "Schiffe versenken" mit deinem Tischnachbarn. Beachte folgende Regeln:

Die Schiffe dürfen nur auf ganzzahligen Koordinaten liegen. Der Flugzeugträger muss also 5 nebeneinander liegende Koordinaten umfassen (waagrecht, senkrecht oder diagonal). Jeder darf auf seinem Spielplan (Gitternetz) ein Minensuchboot, eine Fregatte, einen Kreuzer, ein Schlachtschiff und einen Flugzeugträger eintragen. Ein zweites Gitternetz dient dazu, zu markieren, wohin du bereits im Feld deines Gegners "gezielt" hast.

Spielablauf: Schüler 1 beginnt und sagt die Koordinaten eines Punktes an, wo er ein Schiff vermutet. Liegt er falsch, sagt Schüler 2 "Wasser" und ist an der Reihe. Liegt er richtig, antwortet Schüler 2 "Treffer" und Schüler 1 darf fortfahren, bis er danebenliegt. Wurde das ganze Boot versenkt, wird dies mit "versenkt" angesagt. Wer zuerst alle Schiffe des Gegners versenkt hat, hat gewonnen.



Wiederholung: Punkte und das Koordinatensystem I

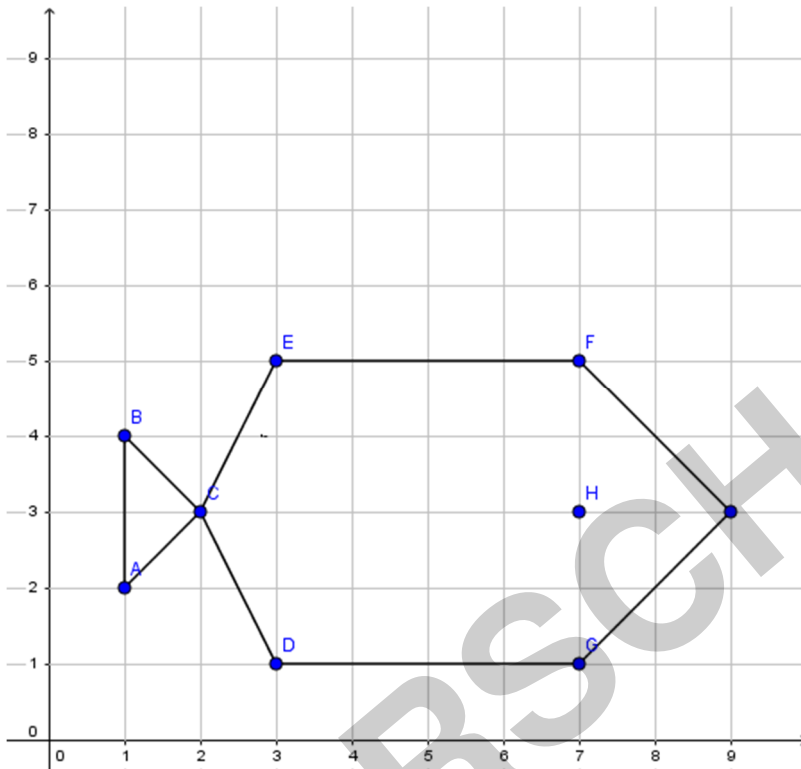
Aufgabe 1

Trage die folgenden Punkte in das Gitternetz ein.

$A(1|2)$, $B(1|4)$, $C(2|3)$, $D(3|1)$, $E(3|5)$, $F(7|5)$, $G(7|1)$, $H(7|3)$, $I(9|3)$

Verbinde die Punkte in dieser Reihenfolge: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow I \rightarrow G \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$

Welche Figur entsteht?



Es entsteht ein Fisch.

Aufgabe 2

Bestimmt kennst du das Spiel "Schiffe versenken". (Wenn nicht, findest du weiter unten die Regeln. ☺) In unserer Spielvariante hat jeder 5 Schiffe:

Minensuchboot: ■

$A(7|9)$

Fregatte: ■—■

$J(0|4)$, $K(0|3)$

Kreuzer: ■—■—■

$B(2|8)$, $C(3|7)$, $D(4|6)$

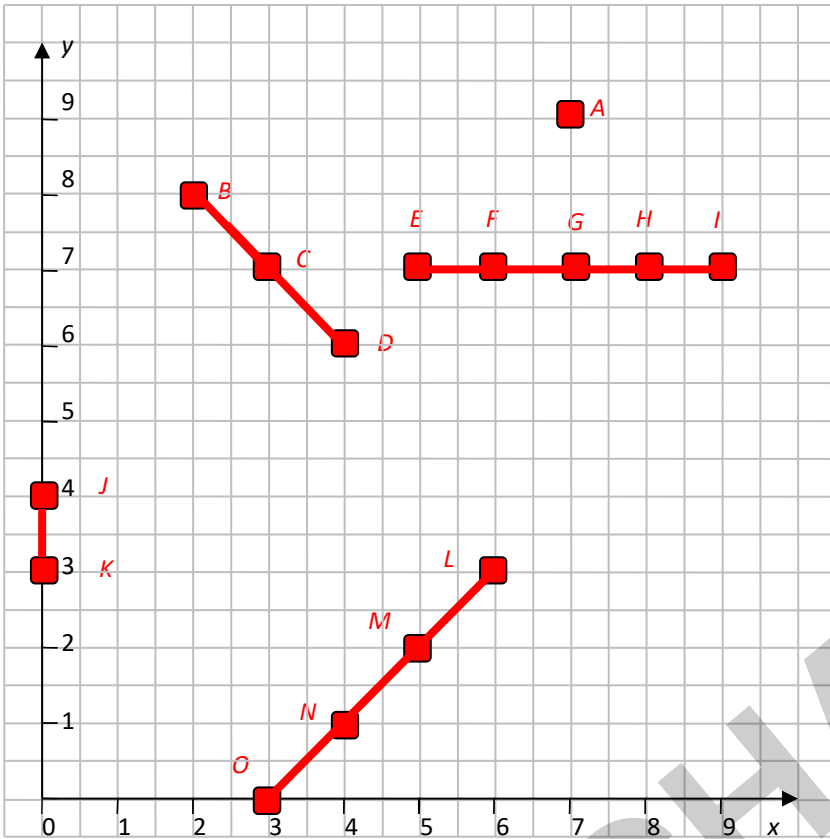
Schlachtschiff: ■—■—■—■

$L(6|3)$, $M(5|2)$, $N(4|1)$, $O(3|0)$

Flugzeugträger: ■—■—■—■—■

$E(5|7)$, $F(6|7)$, $G(7|7)$, $H(8|7)$, $I(9|7)$

Die folgende Karte zeigt die Lage der Schiffe deines Gegners. Gib die Koordinaten an, die du aufrufen musst, um die Schiffe deines Gegners zu versenken. (Gib den Punkten entsprechende Namen, um sie eindeutig zu identifizieren.)



VORSCHAU

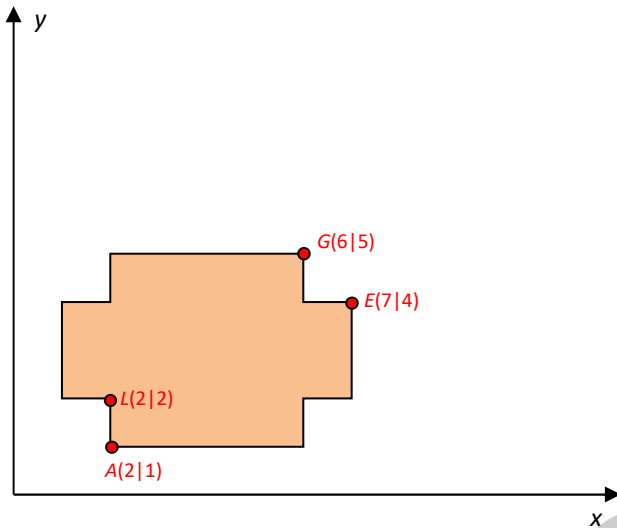


Wiederholung: Punkte und das Koordinatensystem I

Lernzielkontrolle

Aufgabe 1

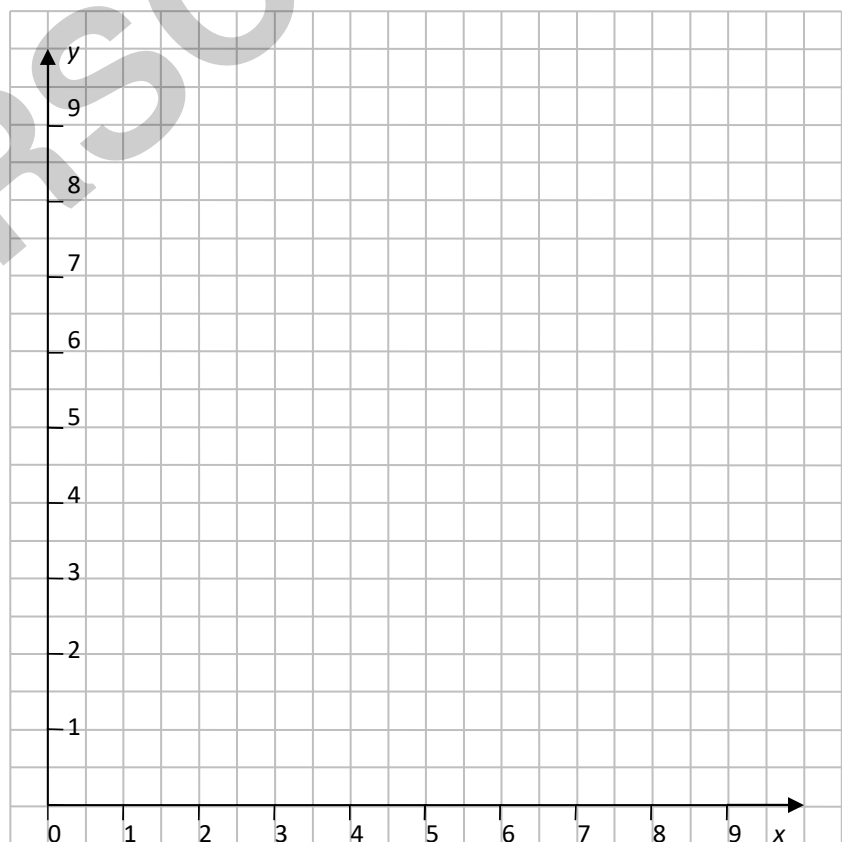
In der folgenden Zeichnung sind bereits einige der Eckpunkte mit Koordinaten eingetragen. Beschrifte die x- und y-Achse entsprechend (Miss mit dem Geodreieck ab!). Beschrifte die fehlenden Eckpunkte und gib die Koordinaten an.



Aufgabe 2

Trage die folgenden Punkte in das Koordinatensystem ein und verbinde sie nacheinander. Welche Figur entsteht?

A(3|2), B(5|2), C(5|6), D(6|6),
E(4|8), F(2|6), G(3|6), A(3|2)



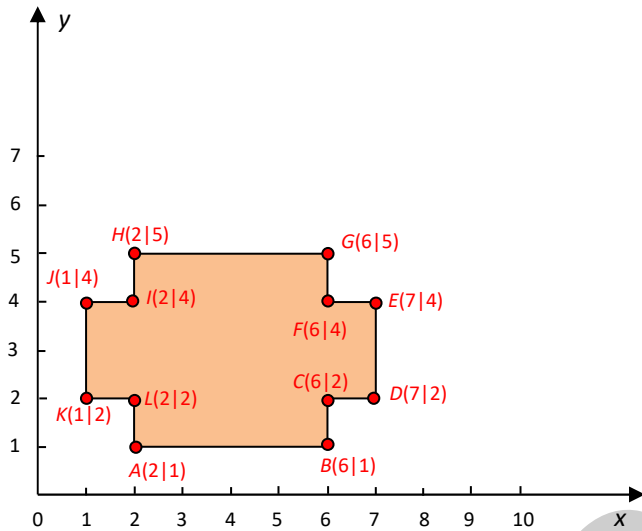


Wiederholung: Punkte und das Koordinatensystem I

Lernzielkontrolle

Aufgabe 1

In der folgenden Zeichnung sind bereits einige der Eckpunkte mit Koordinaten eingetragen. Beschrifte die x- und y-Achse entsprechend (Miss mit dem Geodreieck ab!). Beschrifte die fehlenden Eckpunkte und gib die Koordinaten an.

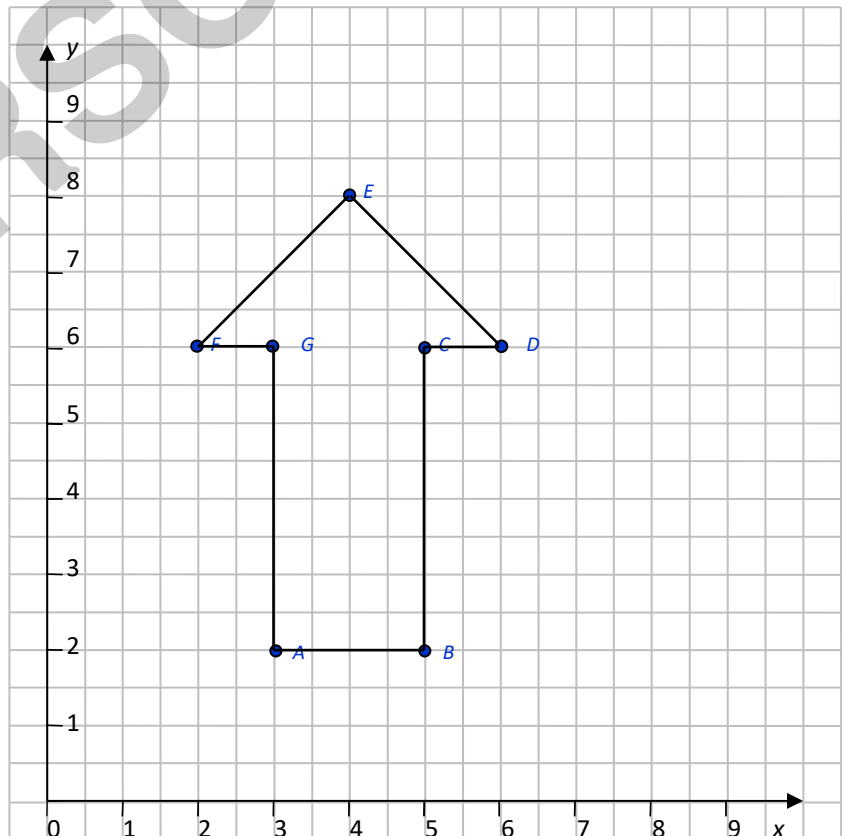


Aufgabe 2

Trage die folgenden Punkte in das Koordinatensystem ein und verbinde sie nacheinander. Welche Figur entsteht?

A(3|2), B(5|2), C(5|6), D(6|6),
E(4|8), F(2|6), G(3|6), A(3|2)

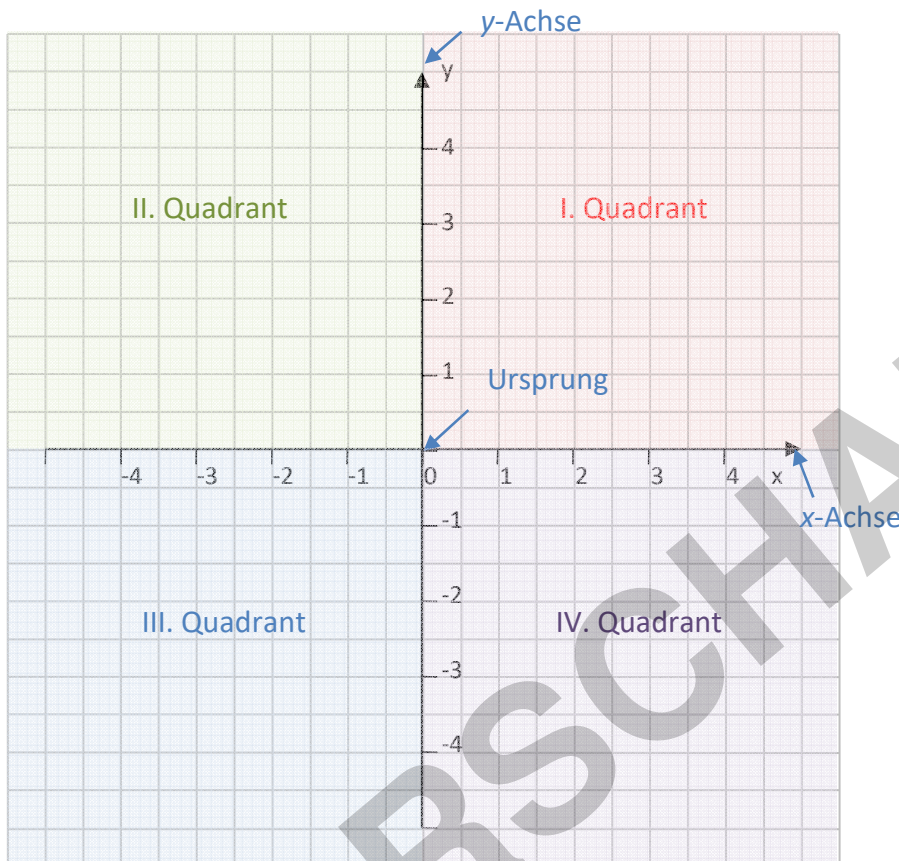
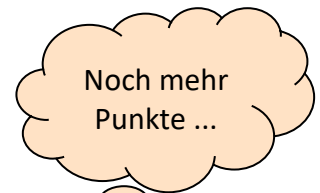
Es entsteht ein Pfeil.





Punkte und das Koordinatensystem II

Bisher haben wir mit einem Gitternetz gearbeitet, das durch Zahlenstrahlen für die x -Achse und die y -Achse definiert wurde. Ein vollständiges Koordinatensystem, besteht jedoch aus zwei **Zahlengeraden**, die sich im Ursprung schneiden.



Die Achsen teilen die Zeichenebene in vier **Quadranten**. Die Quadranten werden mit römischen Zahlen nummeriert, beginnend mit dem Quadranten **rechts oben** und dann im Gegenuhrzeigersinn.

Wie du siehst, befinden sich rechts und oberhalb des Nullpunktes die **positiven** Zahlenbereiche, links und unterhalb die **negativen** Zahlenbereiche. Um einen Punkt im I. Quadranten aufzufinden, haben wir bisher folgende Regel verwendet: Zuerst x Einheitsschritte nach **rechts**, dann y Einheitsschritte nach **oben**. Diese Regel muss nun allgemeiner gefasst werden.

Beispiel 1:

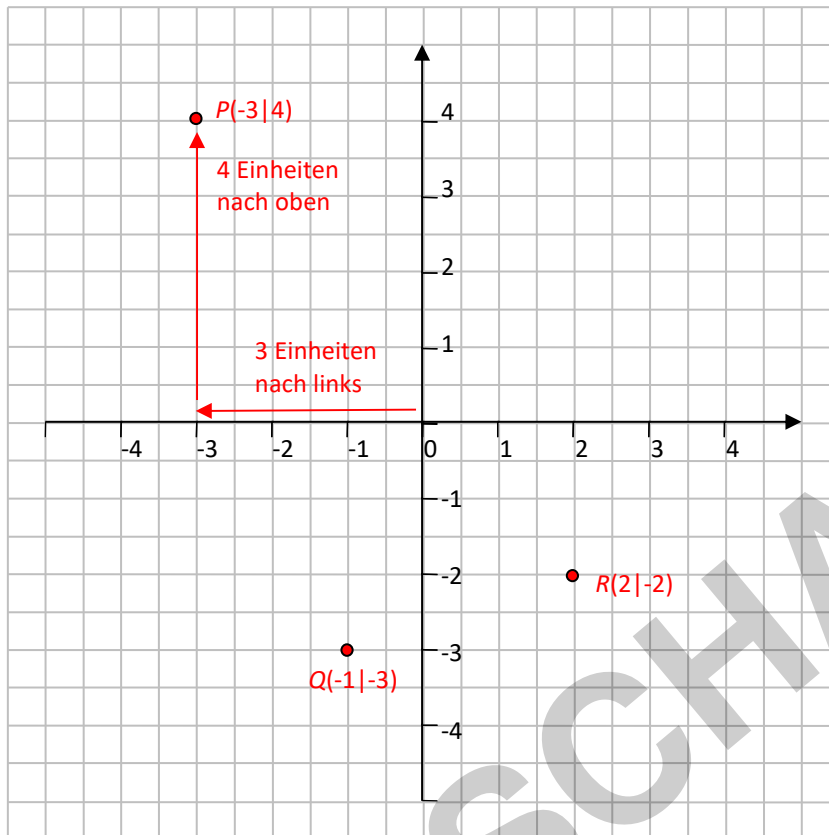
$P(-3|4)$: Hier müssen wir zuerst entlang der x -Achse 3 Einheiten nach links gehen (zu -3) und anschließend parallel zur y -Achse 4 Einheiten nach oben (zu $+4$). Der Punkt liegt im II. Quadranten.

Beispiel 2:

$Q(-1|-3)$: Zuerst gehen wir entlang der x -Achse 1 Einheit nach links (zu -1), dann parallel zur y -Achse 3 Einheiten nach unten (zu -3). Der Punkt liegt im III. Quadranten.

Beispiel 3:

$R(2|-2)$: Zuerst gehen wir entlang der x -Achse 2 Einheiten nach rechts (zu $+2$), dann parallel zur y -Achse 2 Einheiten nach unten (zu -2). Der Punkt liegt im IV. Quadranten.



Tip: Zum Auffinden eines Punktes im vollständigen Koordinatensystem gehen wir **zuerst** entlang der x -Achse zur gegebenen x -Koordinate und **anschließend** parallel zur y -Achse zur gegebenen y -Koordinate.

<https://pixabay.com/de/avatar-gesicht-gl%C3%A4ser-m%C3%A4nnlich-1294775/> (cc0), 09.05.2016

Betrachten wir noch einmal die Beispiele oben. Wir können hieraus eine Regel ableiten, in welchem Quadranten sich ein Punkt befinden muss. Dies kann helfen, sich schnell zu vergewissern, ob wir beim Bestimmen eines Punktes alles richtig gemacht haben.

Merke:

- x positiv, y positiv: Der Punkt liegt im I. Quadranten.
- x negativ, y positiv: Der Punkt liegt im II. Quadranten.
- x negativ, y negativ: Der Punkt liegt im III. Quadranten.
- x positiv, y negativ: Der Punkt liegt im IV. Quadranten.



Punkte und das Koordinatensystem II

Aufgabe 1

In welchen Quadranten liegen die folgenden Punkte?

$A(-83|-56)$ _____ $B(15|-7)$ _____
 $C(-18|49)$ _____ $D(27|99)$ _____

Aufgabe 2

Zeichne folgende Punkte in das Koordinatensystem ein.

$A(-2|-2)$, $B(2|-2)$, $C(2|2)$, $D(-2|2)$, $E(0|4)$, $F(4|4)$, $G(4|0)$, $H(0|0)$.

Verbinde die Punkte in dieser Reihenfolge:

$A \rightarrow B \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow A$

$D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D$

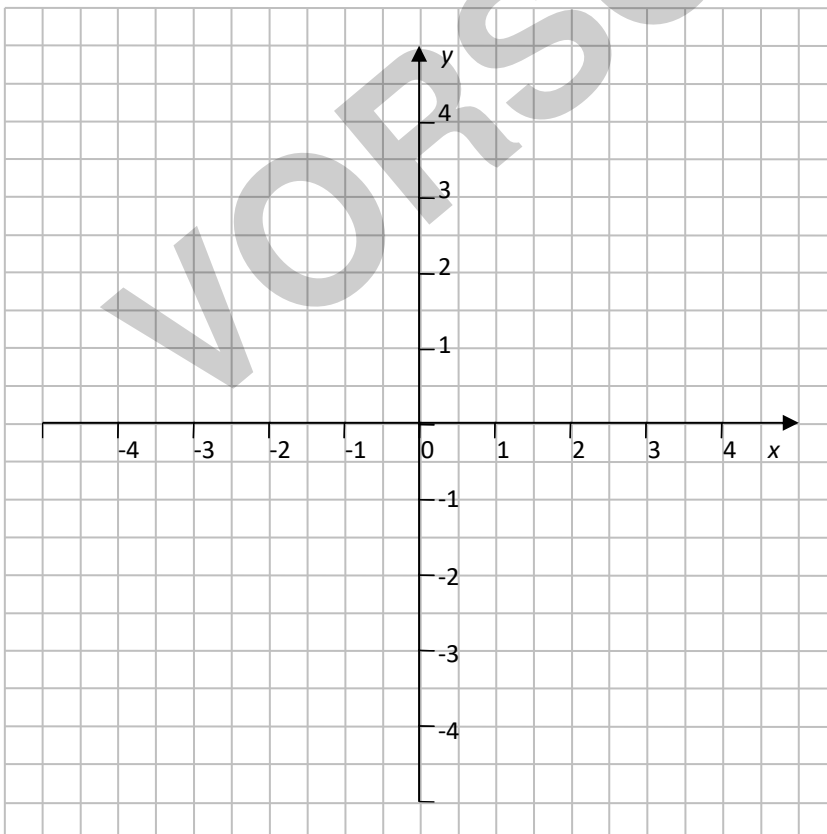
$A \rightarrow D$

$B \rightarrow C$

$G \rightarrow F$

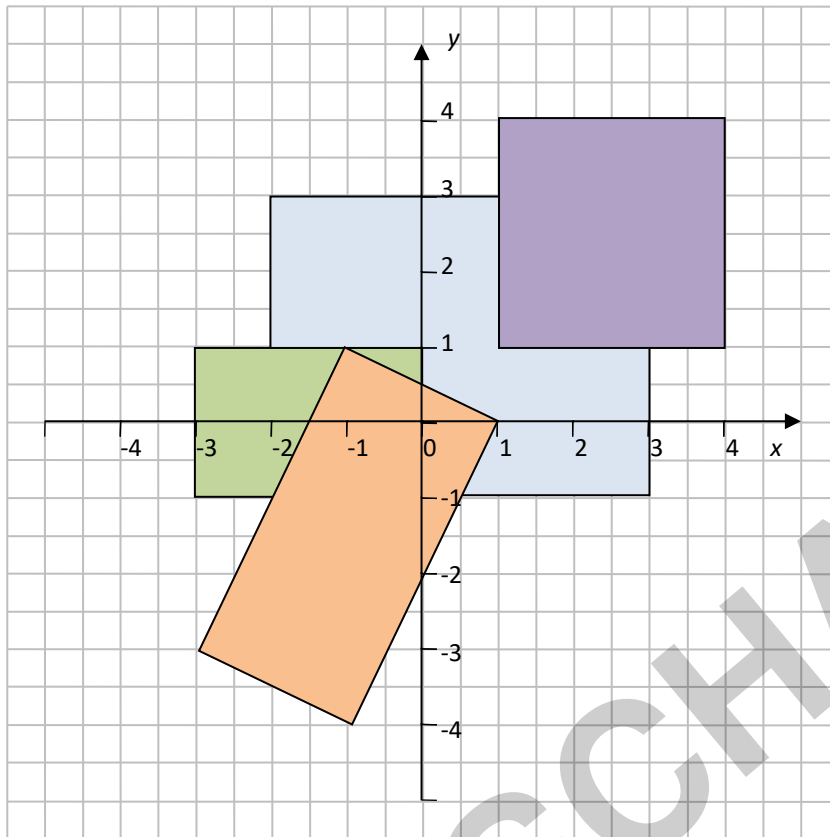
$H \rightarrow E$

Welche Figur entsteht?



Aufgabe 3

Im folgenden Koordinatensystem liegen mehrere Rechtecke übereinander. Gib die Koordinaten der Eckpunkte an.



Grünes Rechteck: _____

Oranges Rechteck: _____

Blaues Rechteck: _____

Lila Rechteck: _____



Punkte und das Koordinatensystem II

Aufgabe 1

In welchen Quadranten liegen die folgenden Punkte?

$A(-83 -56)$	III. Quadrant	$B(15 -7)$	IV. Quadrant
$C(-18 49)$	II. Quadrant	$D(27 99)$	I. Quadrant

Aufgabe 2

Zeichne folgende Punkte in das Koordinatensystem ein.

$A(-2|-2)$, $B(2|-2)$, $C(2|2)$, $D(-2|2)$, $E(0|4)$, $F(4|4)$, $G(4|0)$, $H(0|0)$.

Verbinde die Punkte in dieser Reihenfolge:

$A \rightarrow B \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow A$

$D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D$

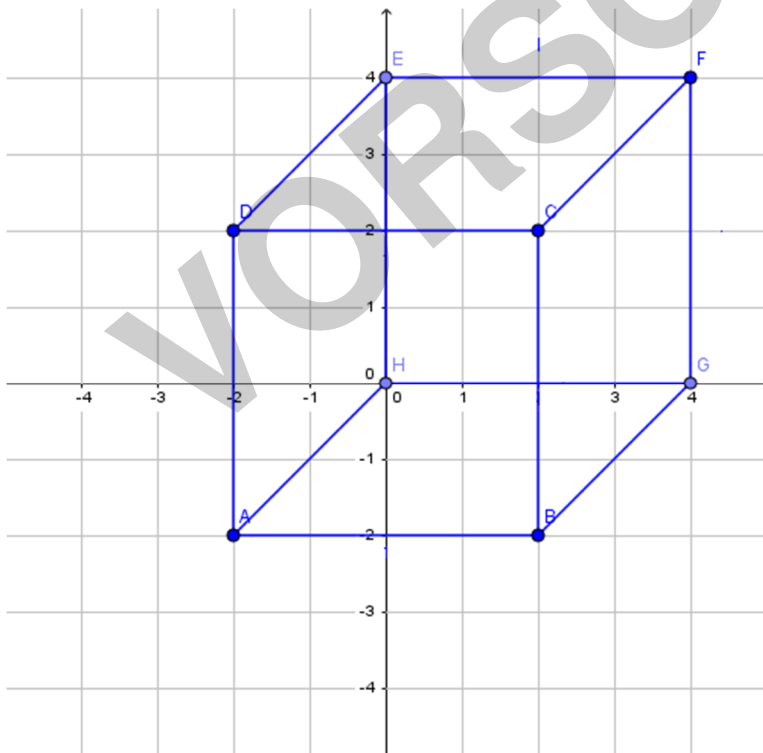
$A \rightarrow D$

$B \rightarrow C$

$G \rightarrow F$

$H \rightarrow E$

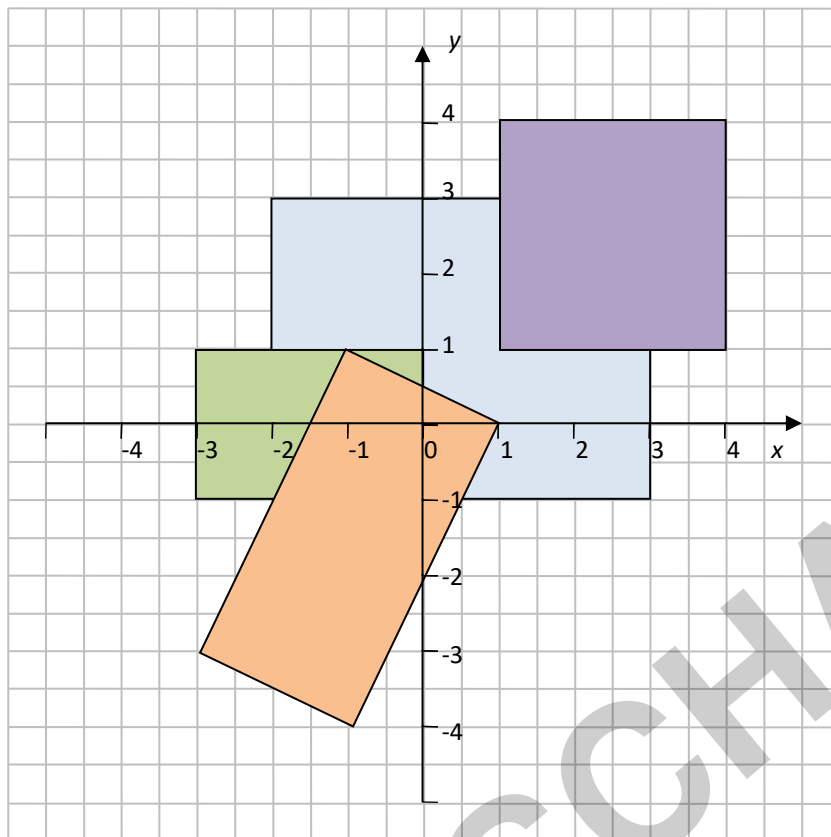
Welche Figur entsteht?



Es entsteht das Gitternetz eines Würfels.

Aufgabe 3

Im folgenden Koordinatensystem liegen mehrere Rechtecke übereinander. Gib die Koordinaten der Eckpunkte an.



Grünes Rechteck: $(-3|-1), (0|-1), (0|1), (-3|1)$

Oranges Rechteck: $(-3|-3), (-1|-4), (1|0), (-1|1)$

Blaues Rechteck: $(-2|-1), (3|-1), (3|3), (-2|3)$

Lila Rechteck: $(1|1), (4|1), (4|4), (1|4)$



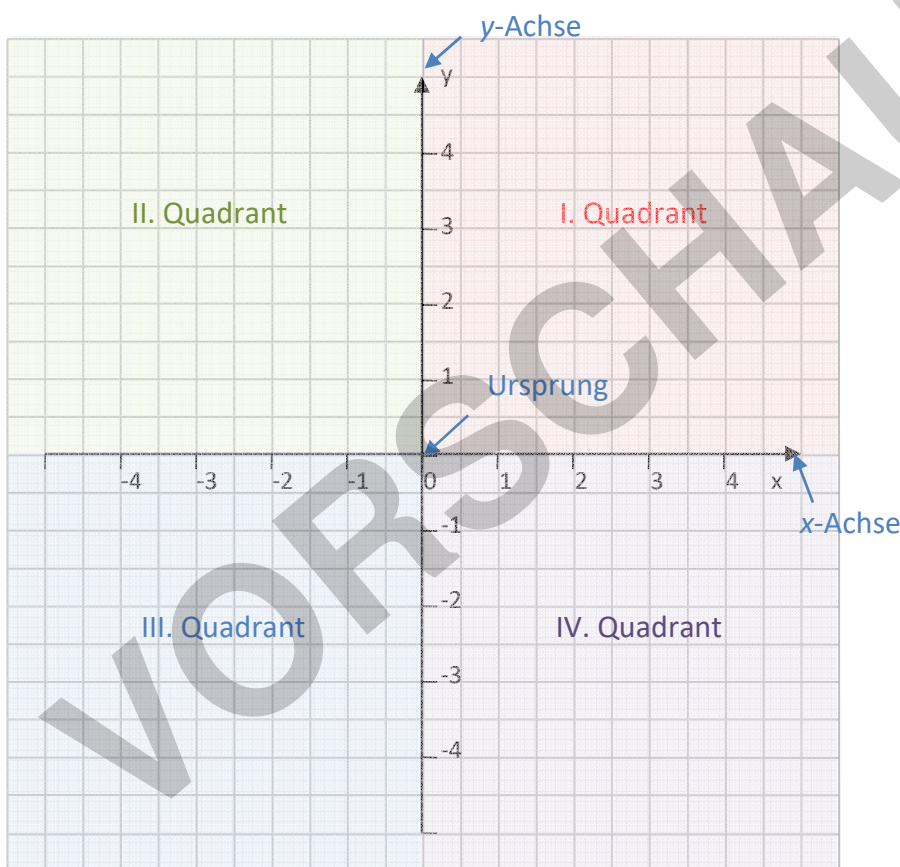
Punkte und das Koordinatensystem II

Punkte

Ein "**Punkt**" hat definitionsgemäß keine Ausdehnung. Er ist der **gedachte** Grundbestandteil jedes anderen geometrischen Objekts.

Das Koordinatensystem

Das Koordinatensystem besteht aus zwei **Zahlengeraden**, die sich senkrecht im **Nullpunkt** oder **Ursprung** schneiden. Die waagerechte Zahlengerade wird **x-Achse**, die senkrechte **y-Achse** genannt. Die Achsen teilen die Zeichenebene in vier **Quadranten**. Die Quadranten werden mit römischen Zahlen nummeriert, beginnend mit dem Quadranten **rechts oben** und dann im Gegenuhrzeigersinn.



Zum Auffinden eines Punkts im Koordinatensystem gehen wir **zuerst** entlang der x-Achse zur gegebenen x-Koordinate und **anschließend** parallel zur y-Achse zur gegebenen y-Koordinate.

x positiv, y positiv: Der Punkt liegt im I. Quadranten.

x negativ, y positiv: Der Punkt liegt im II. Quadranten.

x negativ, y negativ: Der Punkt liegt im III. Quadranten.

x positiv, y negativ: Der Punkt liegt im IV. Quadranten.



Punkte und das Koordinatensystem II

Lernzielkontrolle

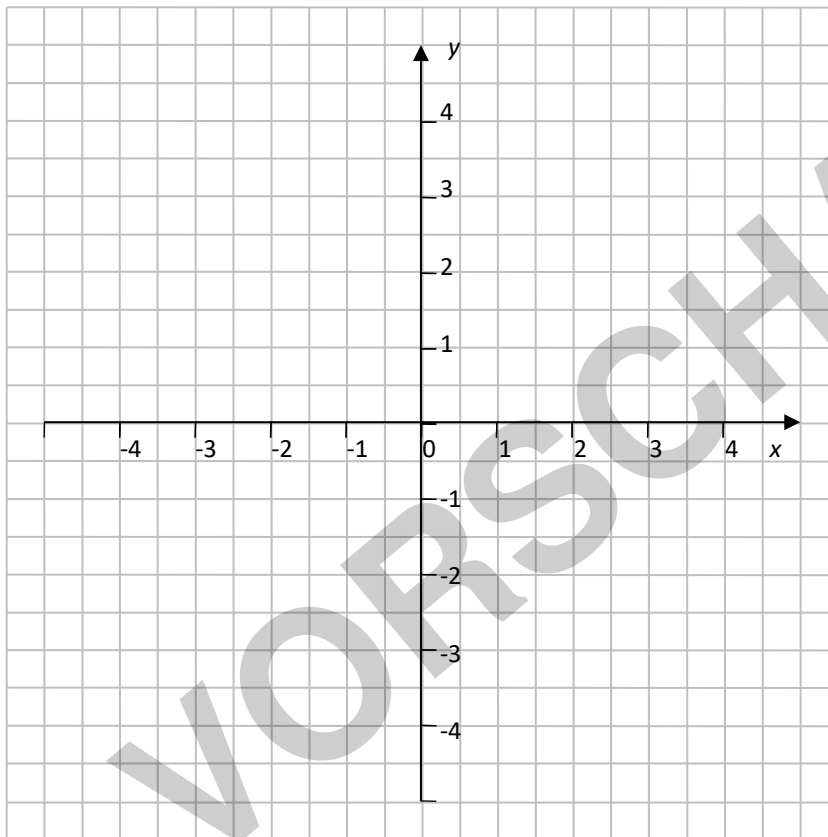
Aufgabe 1

Zeichne im folgenden Koordinatensystem den Bereich farbig, für den Folgendes gilt:

x ist größer als -1 und kleiner als 3

y ist größer als -3 und kleiner als 2 .

Welche Figur ergibt sich?

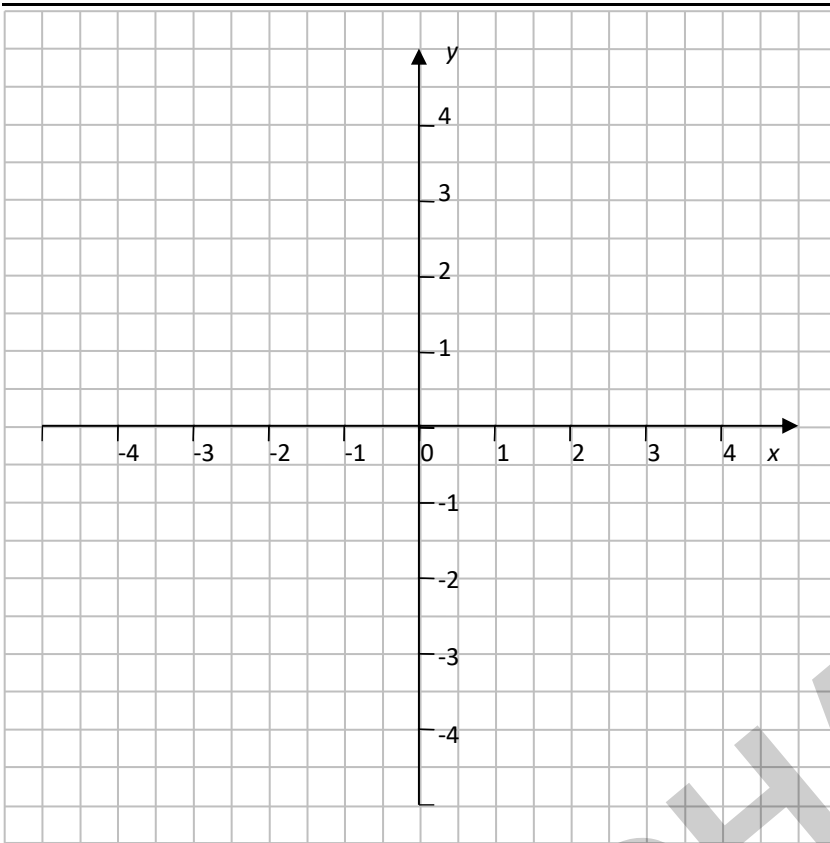


Aufgabe 2

Im Folgenden sind jeweils 2 Eckpunkte von Quadraten vorgegeben. Zeichne das jeweilige Quadrat in das Koordinatensystem ein und gib die fehlenden Eckpunkte an. Gib an, in welchem Quadrant die jeweiligen Punkte liegen.

a. $A(1|2)$, $C(-3|-2)$

b. $E(4|-2)$, $G(2|-4)$



VORSCHAU



Punkte und das Koordinatensystem II

Lernzielkontrolle

Aufgabe 1

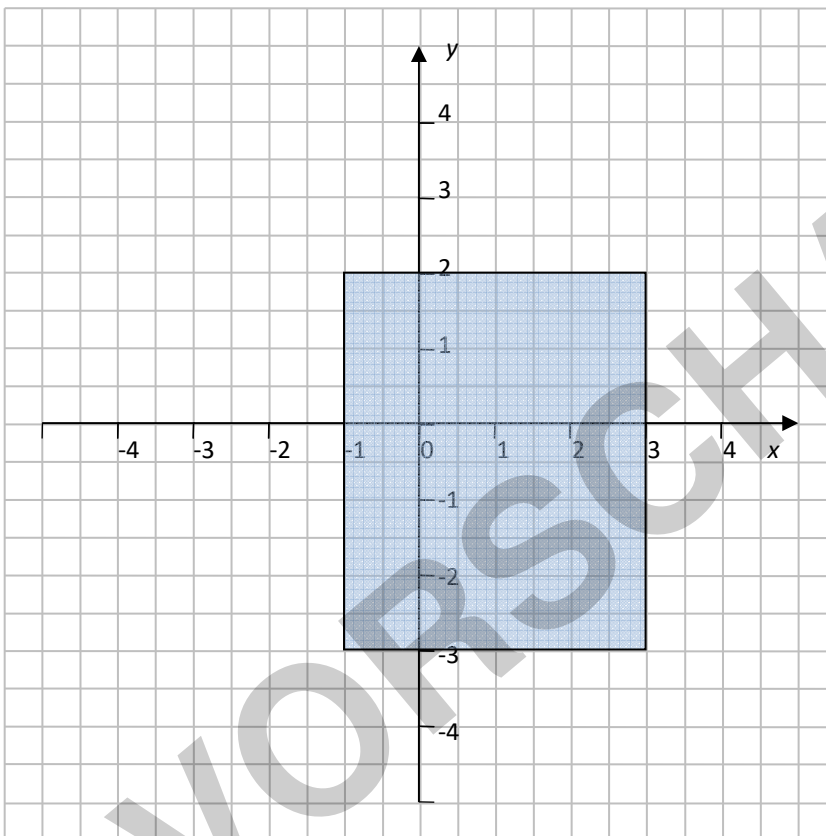
Zeichne im folgenden Koordinatensystem den Bereich farbig, für den Folgendes gilt:

x ist größer als -1 und kleiner als 3

y ist größer als -3 und kleiner als 2 .

Welche Figur ergibt sich?

Es ergibt sich ein Rechteck.



Aufgabe 2

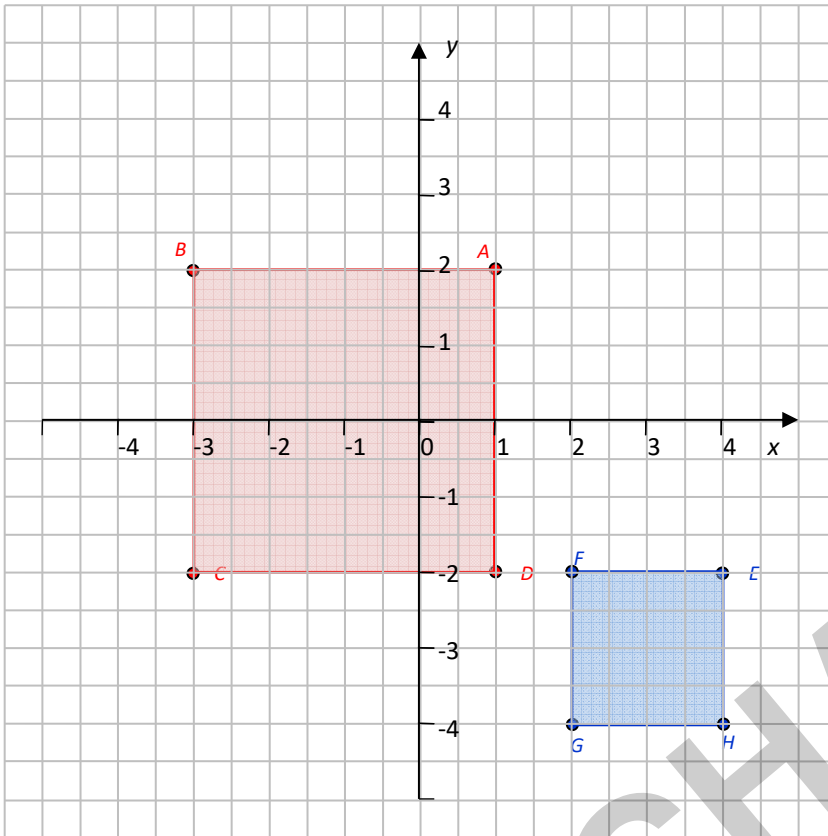
Im Folgenden sind jeweils 2 Eckpunkte von Quadraten vorgegeben. Zeichne das jeweilige Quadrat in das Koordinatensystem ein und gib die fehlenden Eckpunkte an. Gib an, in welchem Quadrant die jeweiligen Punkte liegen.

a. A(1|2), C(-3|-2)

B(-3|2): 2. Quadrant, D(1|-2): 4. Quadrant

b. E(4|-2), G(2|-4)

F(2|-2): 4. Quadrant, H(4|-4): 4. Quadrant



VORSCHAU