

I.D.61

Geometrie

Satz des Thales, Mittelsenkrechte und Umkreis – Geometrie-Erlebnisse in der Natur

Jan und Jana Matjak, Laudenbach

Illustrationen von Julia Lenzmann, Stuttgart; Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© RAABE 2020

© Mr_Twisteri/Stock/Getty Images Plus

Draußen gibt es viele geometrische Begriffe zu entdecken – Geraden, Kreise oder Flächen. Die Lernenden kennen die Inhalte aus vorangegangenen Jahrgangsstufen. Zur Vertiefung und Motivation nutzen Sie diesen Stationenzirkel und beleuchten zum Beispiel die Winkelhalbierende oder die Mittelsenkrechte von einer anderen Seite. Die Schüler entdecken geometrische Eigenschaften von Figuren in ihrem Umfeld und stellen so einen Alltagsbezug zur Mathematik her.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe/Lernjahr: 9/10 (G8)

Dauer: 7 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: 1. Probleme lösen (K2), 2. Mit symbolischen, formalen u. technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), 3. Kommunizieren (K6)

Thematische Bereiche: Satz des Thales und seine Umkehrung, Ortslinie und Ortsbereich zum Kreis, Mittelsenkrechte und Umkreis, Mittelparallele, Parallelenpaar, Umfangswinkelsatz, Inkreis und Winkelhalbierende

Zusatzmaterialien: Ballplakat, Karten auf **CD-ROM 77**

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Mathematik draußen erleben

Still im Klassenzimmer sitzen und zuhören oder an einer Aufgabe arbeiten, so empfinden Schülerinnen und Schüler¹ oft den Mathematikunterricht. In dieser Unterrichtseinheit handeln die Lernenden aktiv und gestalten ihre Mathematikaufgaben selbst. Dabei wirken sich drei Aspekte besonders positiv auf die Motivation Ihrer Klasse aus:

Aspekt 1 – der Unterricht findet draußen statt: Dabei ist der Pausenhof oder der Sportplatz genauso geeignet wie ein angrenzender Park oder ein Waldstück. Die bekannte Umgebung wird neu wahrgenommen, da jetzt **Bäume, Pfeiler** oder **Wege** im Fokus stehen. Die Lernenden sind in einer für den Mathematikunterricht untypischen Umgebung aufmerksamer und konzentrieren sich besser auf die Aufgabenstellung als im bekannten Klassenzimmer.

Aspekt 2 – die Gruppenmitglieder nehmen eine Rolle ein: Die Unterrichtseinheit besteht aus acht Stationen, die in Sechsergruppen bearbeitet werden. Jedes Gruppenmitglied nimmt dazu eine Rolle in der Gruppe wahr. So gewährleisten Sie, dass sich keiner in der Gruppe versteckt und so nur ein Teil der Gruppe an den Aufgaben arbeitet. Durch die übertragene Verantwortung lernen die Schüler ihre Rolle gewissenhaft durchzuführen und werden aufgefordert, mit den anderen Gruppenmitgliedern zusammenzuarbeiten.

Aspekt 3 – Bewegung statt Stillstand: Die Lernenden nehmen selbst die Funktion von Punkten und Winkeln ein und verknüpfen so die mathematischen Begriffe mit ihren Bewegungen: „Learning by doing“ bekommt so eine zweite Bedeutung, und die mathematischen Inhalte werden stärker im Unterbewusstsein verankert.

Aufbau

Zum **Einstieg** erklären Sie die Begriffe **Ortslinie** und **Ortsbereich**. Teilen Sie danach die Klasse in Sechsergruppen, wie in den Hinweisen beschrieben, ein. Anschließend erhält jede Gruppe den Laufzettel mit Anweisungen (**M 1**). Die Rollenverteilung bleibt über die gesamte Unterrichtssequenz bestehen. In beliebiger Reihenfolge bearbeitet jede Gruppe alle Stationen sowie das zugehörige Arbeitsblatt zur Sicherung und Festigung. Ein besonderer Anreiz dieses Stationenzirkels ist eine Skizze oder ein Foto, das die Entdeckung der Gruppe festhält. Nach dem Abschluss einer Station kontrollieren sich die Lernenden sofort mit den Lösungskarten selbst. Im Anschluss an die Gruppenarbeitsphase findet ein Wechsel zum **individuellen dreifach differenzierten Üben (M 2–M 4)** statt. Als Abschluss der Gruppenarbeit schätzen sich die Lernenden bezüglich ihrer mathematischen und gruppenförderlichen Fähigkeit ein.

Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse sollte das grundlegende **Handwerkszeug der Geometrie** (Zirkel, Lineal, Definition von einfachen Figuren und grundlegende Sätze) kennen sowie die Begriffe zum Kreis wie Sehne, Kreislinie, Mittelpunkt und Radius. Weiterhin sollten besondere Linien wie **Mittelsenkrechte** und **Winkelhalbierende** bereits bekannt sein. Außerdem ist es nötig, dass die Lernenden **einfache Figuren konstruieren, Winkel messen, Winkel ablesen** und einen Handwerkerzirkel aus Kreide und Schnur benutzen können.

¹ Im weiteren Verlauf wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit nur noch „Schüler“ verwendet.



Auf einen Blick

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt, Tx: Text

1.–5. Stunde

Thema:

Der Stationenzirkel

M 1 (Ab)	Die Mathematik draußen entdecken! – Unser Laufzettel
Station 1 (Tx)	Mit Tip-Top zum Ziel
Station 1 (Ab)	Immer im Kreis herum – Satz des Thales
Station 2 (Tx)	Mit Tannenzapfen und Steinen
Station 2 (Ab)	Bitte wenden! – Der Thaleskreis
Station 3 (Tx)	Die Kunst der Geometrie
Station 3 (Ab)	Ortslinien und Ortsbereiche zum Kreis
Station 4 (Tx)	Halte Abstand! – Ein Dreieck erkunden
Station 4 (Ab)	Die Mittelsenkrechte und der Umkreis
Station 5 (Tx)	Geometrie des Gärtners
Station 5 (Ab)	Mittelparallele
Station 6 (Tx)	Eine Straße mit Beleuchtung
Station 6 (Ab)	Parallelenpaar
Station 7 (Tx)	Auf die Bühne ins Rampenlicht!
Station 7 (Ab)	Umfangswinkel
Station 8 (Tx)	Die Angst des Torwarts
Station 8 (Ab)	Die Winkelhalbierende und der Inkreis

Benötigt: OH-Projektor bzw. Beamer/Whiteboard

6./7. Stunde

Thema:

Differenzierung und Vertiefung

M 2 (Ab)	Das kann ich jetzt! – Feueralarm im Klassenzimmer (einfach)
M 3 (Ab)	Das kann ich jetzt! – In der Natur (mittel)
M 4 (Ab)	Das kann ich jetzt! – Beim Fußball (schwer)

Benötigt: OH-Projektor bzw. Beamer/Whiteboard

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Wählen Sie aus den Themen geeignete Stationen aus oder lassen Sie jede Gruppe nur zwei Stationen bearbeiten und auf einem Plakat für die Klasse zusammenfassen.

Station 1 oder Station 2: Satz des Thales oder seine Umkehrung

Station 3: Ortslinie und Ortsbereich zum Kreis

Station 4: Die Mittelsenkrechte und der Umkreis

Station 5 oder Station 6: Mittelparallele oder Parallelenpaar

Station 7: Umfangwinkelsatz

Station 8: Die Winkelhalbierende und der Inkreis



M 1

Die Mathematik draußen entdecken! – Unser Laufzettel

**Aufgabe 1: Rollenverteilung**

Tragt eure Namen auf der Linie zu der jeweiligen Rolle ein. Ihr werdet während der gesamten Stationenarbeit diese Aufgabe übernehmen.

Verwalter: _____ Träger: _____
Du füllst den Laufzettel aus. Du trägst das Material.

Techniker: _____ Leser 1: _____
Du führst die praktischen Aufgaben durch. Du holst die Stationskarten und liest sie vor.

Leser 2: _____ Bezeichner: _____
Du liest die Arbeitsblätter vor. Du gibst mathematische Begriffe an.

**Aufgabe 2: Fotos und Skizzen**

Um eure Entdeckung festzuhalten, zeichnet ihr eine Skizze oder macht ein Foto. Nur für dieses Foto dürft ihr das Smartphone benutzen (wenn es eure Lehrkraft erlaubt hat).

So geht's:

Bearbeitet die Stationen in beliebiger Reihenfolge.

Schritt 1: Holt euch eine Stationskarte von eurer Lehrkraft ab.

Schritt 2: Bearbeitet die Stationskarte und das zugehörige Arbeitsblatt.

Schritt 3: Füllt die Tabelle unten aus und kreuzt an: (1 = „sehr gut“ bis 5 = „gar nicht“)

Schritt 4: Bringt die Stationskarte zurück und kontrolliert eure Ergebnisse mit der Lösungskarte.

Schritt 5: Bearbeitet eine andere Stationskarte, so lange, bis ihr alle Stationskarten bearbeitet habt.

	Erledigt am (Datum)	Den Inhalt der Station und des Arbeitsblatts haben wir verstanden.	Unsere Gruppe hat die Aufgaben zusammen gelöst.
Station 1: Thaleskreis I		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 2: Thaleskreis II		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 3: Kreise kennenlernen		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 4: Mittelsenkrechte		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 5: Mittelparallele		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 6: Parallelenpaar		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 7: Umfangswinkel		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)
Station 8: Winkelhalbierende		(1) (2) (3) (4) (5)	(1) (2) (3) (4) (5)

Mit Tip-Top zum Ziel

Station 1

Materialien:

- Kreide
- Schnur



Foto: colourbox/www.colourbox.com

So geht's:

Schritt 1

- Sucht euch **zwei markante Punkte** auf einem gepflasterten Platz, die etwa 5–7 m voneinander entfernt liegen.
- Verbindet die Punkte mit der **Kreide** zu einer Strecke.
- Überlegt **zusammen**, wie ihr den Mittelpunkt M zwischen den Punkten findet.
- Der **Bezeichner** zeichnet M mit der Kreide ein.

Schritt 2

- Der **Techniker** bastelt aus der **Schnur** und der **Kreide** einen sogenannten Handwerkerzirkel.
- Der **Träger** zeichnet mithilfe des selbst gebauten Zirkels einen Kreis um M, sodass die zwei markanten Punkte auf der Kreislinie liegen.



Grafik: J. Lenzmann

Schritt 3

- **Jeder** von euch stellt sich nun auf die Kreislinie (nicht auf die markanten Punkte!).
- Haltet die Arme waagrecht und komplett durchgestreckt und deutet mit beiden Händen auf die markanten Punkte. Betrachtet nun den **Winkel** zwischen euren Armen.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch auf? Welche Gemeinsamkeit der Gruppenmitglieder erkennt ihr?
2. Der Leser 2 macht eine Skizze oder ein Foto.
Das Bild soll die Situation von oben zeigen. Wenn ihr keine Möglichkeit zum erhöhten Fotografieren findet, kann die Gruppe in die Hocke gehen.
3. Der Träger holt für jedes Gruppenmitglied das Arbeitsblatt 1. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Station 1 Immer im Kreis herum – Satz des Thales

Platz für Skizze oder Foto	Information: Satz des Thales Thales von Milet (ca. 625 v. Chr. bis 546 v. Chr.) war ein griechischer Mathematiker, Philosoph und Astronom. Er entdeckte erstmals den mathematischen Zusammenhang, der unter dem Namen „Satz des Thales“ berühmt wurde.
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

Aufgaben

1. Bilde aus den Satzteilen den berühmten Satz des Thales. Schreibe ihn oben auf.

des Dreiecks ABC	über der Strecke \overline{AB} ,	immer ein rechter Winkel,	Liegt der Punkt C
also gleich 90° .	auf einem Halbkreis	dann ist der Innenwinkel	bei $\gamma = \sphericalangle ACB$

2. So konstruierst du den Thaleskreis über einer Strecke \overline{AB} . Nummeriere die Schritte.

	Verbinde R und S zur Strecke \overline{RS} .
	Ziehe einen Kreis um M mit $r_r = \overline{AM} = \overline{BM}$. Dies ist der Thaleskreis.
	Wähle ein $r > \frac{1}{2} \overline{AB}$.
	Ziehe einen Kreis um A mit r.
	Benenne die Schnittpunkte der Kreise um A und B mit R und S.
	Verbinde A und B zur Strecke \overline{AB} .
	Der Schnittpunkt von \overline{RS} und \overline{AB} ist der Mittelpunkt M.
1	Zeichne die Punkte A und B.
	Ziehe einen Kreis um B mit r.

- 3.

- Konstruiere den Thaleskreis über der Strecke \overline{AB} .
- Markiere drei beliebige Punkte auf der Kreislinie und nenne sie C_1 , C_2 und C_3 .
- Zeichne dreimal die Schenkel \overline{CA} und \overline{CB} ein.
- Markiere die entstandenen Winkel.



Mit Tannenzapfen und Steinen

Station 2

Materialien:

- Tafelgeodreieck
- Karte A, B und C
- zwei Stöcke

So geht's:

Schritt 1

- Der **Techniker** steckt auf einer ebenen Fläche mit **zwei Stöcken** und dem **Tafelgeodreieck** eine Strecke von 8–12 LE des Tafelgeodreiecks ab.
- Die **Stöcke** sind Anfangspunkt A und Endpunkte B der Strecke \overline{AB} . Der **Bezeichner** legt die Buchstaben **A** und **B** an die **Stöcke**.
- **Jeder** sucht **vier** kleine Naturobjekte (z. B. Blatt, Stein, Tannenzapfen) und legt **zwei davon** zwischen die **Punkte A und B**. So wird die Strecke \overline{AB} sichtbar.

Tip: Dreht das Geodreieck, dann findet ihr auch Punkte auf der anderen Seite der Strecke \overline{AB} !

Schritt 2

- Der **Verwalter** beginnt:
- Lege das **Tafelgeodreieck** so auf den Boden, dass es mit beiden Schenkeln je **einen** der beiden **Stöcke** berührt. Markiere die Spitze des Tafelgeodreiecks mit deinem **dritten** Naturobjekt. Markiere so einen zweiten Punkt mit deinem letzten Objekt.



Grafik: Julia Lenzmann

Schritt 3

- **Jedes Gruppenmitglied** markiert, wie in Schritt 2 beschrieben, **zwei Punkte** mit seinen Naturobjekten. Markiert immer verschiedene Punkte!
- Der **Bezeichner** benennt einen der Punkte mit **C**.

Aufgaben

1. Führt die Erkundung oben durch. Was fällt euch auf? Welche Ortslinie erkennt ihr? Diskutiert gemeinsam.
2. **Jeder** macht eine Skizze oder ein Foto.
3. Betrachtet die Darstellung. Stellt euch vor, das Dreieck mit den Naturobjekten an der Spitze hätte dort **keinen** 90°-Winkel. Wo würden die Materialien dann liegen?
 - a) Welche Ortsbereiche erkennt ihr?
 - b) Überlegt euch eigene Regeln. Bildet dazu mündlich Sätze mit diesen Ausdrücken:

Kreisinneres	Dreiecke	Kreisäußeres	Winkel	größer/kleiner als 90°
--------------	----------	--------------	--------	------------------------

4. Der **Träger** holt für jedes Gruppenmitglied das **Arbeitsblatt 2**. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



Auf die Bühne ins Rampenlicht!

Station 7

Ihr seid als „Beleuchtungshelfer“ für das Schulfest eingeteilt. Dazu soll jeder Scheinwerfer die komplette Bühne ausleuchten.

Materialien:

- Tafelwinkelmesser Kreide

So geht's:

Schritt 1

Sucht euch eine geeignete Bühne (ca. 4 m–10 m breit).
Alle Scheinwerfer sollen die Bühne komplett ausleuchten.

Schritt 2

- **Jeder** stellt einen Scheinwerfer dar.
- Der **Träger** beginnt: Er streckt seine Arme nach vorne und zeigt auf die Bühnenränder. Er bestimmt so näherungsweise einen Platz, an dem seine Arme einen 70° -Winkel einschließen.
- Jetzt ist er der erste Scheinwerfer und leuchtet die Bühne komplett aus.
- **Jeder** sucht sich einen Platz, wie für den Träger beschrieben, und beleuchtet dann die Bühne.



Tipp

Macht euch eine Hilfsskizze, dann könnt ihr besser planen.

Aufgaben

1. Leuchtet die Bühne, wie oben erklärt, aus. Was fällt euch auf? Welche Ortslinie erkennt ihr?
2. Jeder macht eine Skizze oder ein Foto.
3. Der Träger holt für jedes Gruppenmitglied das Arbeitsblatt 7. Bearbeitet das Blatt gemeinsam. Jeder schreibt seine eigene Lösung auf.



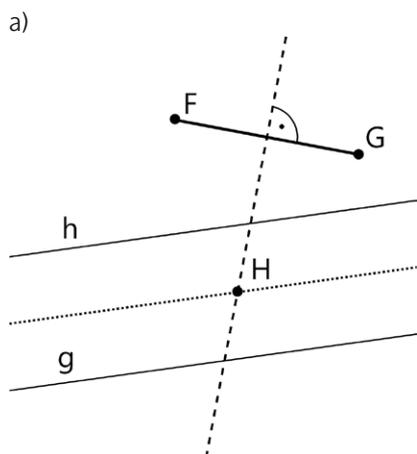
Das kann ich jetzt! – Feueralarm im Klassenzimmer

M 2



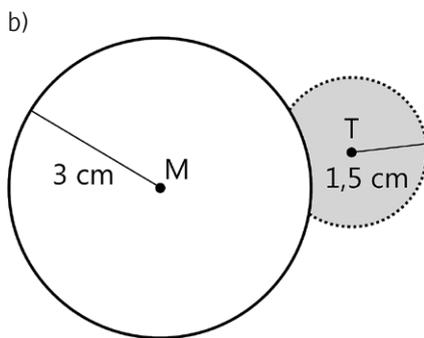
Aufgabe 1

Beende die angefangenen Sätze. Beschreibe, wie die Punkte und Geraden zueinander liegen.

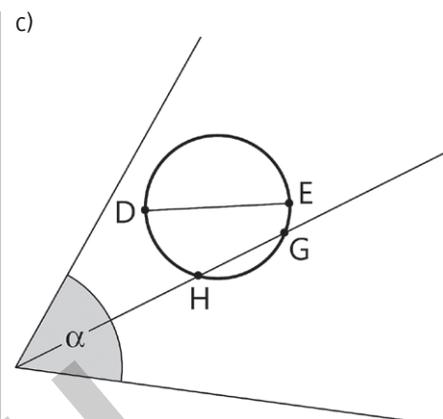


Der Punkt H hat denselben Abstand zu ...

alle Grafiken: Wolfgang Zettlmeier



Alle Punkte auf der gepunkteten Linie um Punkt T sind genau ...

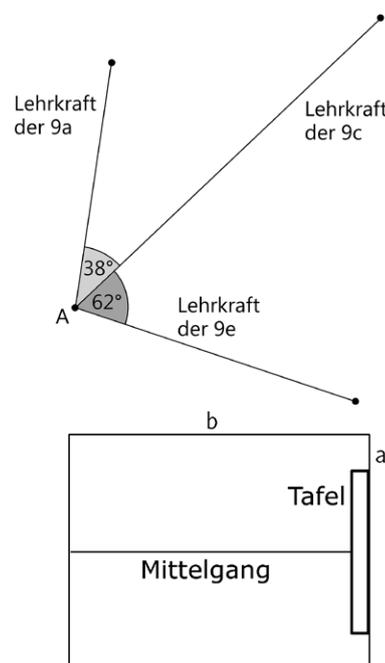


Die Punkte H und G liegen auf ...

Aufgabe 2

Feueralarm! Die Klassen 9a, 9c und 9e stehen schon in Reihen am Treffpunkt A. Wo stehen die Schüler der 9b und 9d?

- Die 9b soll von ihren Nachbarklassen 9a und 9c jeweils gleich weit entfernt stehen. Die 9d steht gleich weit weg von der 9c und 9e. Zeichne die zwei Klassen als Halbgeraden ein.
- Der Klassenlehrer der 9b (9d) steht in der Reihe seiner Schüler und gleich weit weg vom Lehrer der 9a und dem Lehrer der 9c (bzw. 9c und 9e). Zeichne die Standpunkte der zwei Lehrer als Punkte ein.



Aufgabe 3

Der Grundriss eures Klassenzimmers ist rechteckig mit $a = 7\text{ m}$ und $b = 9\text{ m}$.

- Schreibe einen geeigneten Maßstab auf und zeichne den Grundriss.
- Wo sitzt Simon, wenn er mindestens $1,75\text{ m}$ vom Mittelgang entfernt sitzen möchte? Schraffiere die passenden Flächen.
- Zusätzlich zu b) möchte Simon die Tafel in einem Sehwinkel $< 90^\circ$ anschauen. Färbe den Bereich ein. Denke an den „Satz des Thales“.

Station 1 Satz des Thales	Stationskarte einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> Kreide, Schnur (ca. 4 m)
Station 2 Umkehrung „Satz des Thales“	Stationskarte einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> 3 Karten mit den Buchstaben A, B, C (wenn möglich laminiert), Tafelgeodreieck
Station 3 Ortslinie und Ortsbereich zu Kreisen	Stationskarte einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> Kreidepäckchen mit 6 Farben, 6 Schnüre (je ca. 1,50 m), Tafellineal
Station 4 Mittelsenkrechte und Umkreis	Stationskarte einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> 3 Schnüre (je ca. 10 m), Maßband, 3 Karten mit den Buchstaben A, B, C (wenn möglich laminiert)
Station 5 Mittelparallele	Stationskarte in der Mitte durchschneiden und einmal laminieren
Station 6 Parallelenpaar	Stationskarte in der Mitte durchschneiden und einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> Tafelgeodreieck
Station 7 Umfangswinkel	Stationskarte einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> Tafelwinkelmesser, Kreide
Station 8 Winkelhalbierende und Inkreis	Stationskarte einmal laminieren <u>Zusatzmaterial:</u> Tafelwinkelmesser, Kreide, Ballplakat, Schnur

Auf der CD-ROM 77 finden Sie für die Stationen

- **Karten.docx** mit Buchstaben für die Station 2 und Station 4
- **Ballplakat.docx** für die Station 8



So geht's los

Der **Einstieg** in das Thema findet am besten draußen statt. Wiederholen Sie dazu ganz knapp die Begriffe **Ortslinie** und **Ortsbereich**, um die Lernenden auf den gleichen Wissensstand zu bringen. Danach bearbeiten die Schüler alle Stationen in beliebiger Reihenfolge.

Ortslinie und Ortsbereich – ein aktiver Einstieg

Die Lernenden stellen sich in einer Kreislinie um Sie herum auf. So können Sie wie folgt erklären: In diesem Moment bildet ihr Schüler eine Ortslinie. Denn auf der Kreislinie liegen alle Punkte mit gleichem Abstand zu mir. (Fragen Sie nach dem Fachbegriff Mittelpunkt.)

Die Fläche zwischen euch und mir ist ein Ortsbereich. Hier liegen alle Punkte, deren Abstand zum Mittelpunkt kleiner als euer Abstand zu mir ist. (Fragen Sie nach dem Fachbegriff Radius.)

Die Fläche hinter euch ist ebenfalls ein Ortsbereich. Dort liegen alle Punkte, die einen Abstand zum Mittelpunkt haben, der größer als der Radius ist.