Ergebnis, Ereignis

Es gibt Experimente, bei denen das Ergebnis sicher ist (kausale Experimente) wie z.B. das Hochwerfen eines Steins, und solche, bei denen das Ergebnis vom Zufall abhängt: *Zufallsexperiment*.

Definitionen

Ein **Zufallsexperiment (ZE)** liegt vor, wenn gilt:

1. Das Experiment ist beliebig oft unter gleichen Bedingungen durchführbar,
2. Die möglichen Ergebnisse können eindeutig angegeben werden,
3. Es ist nicht vorhersehbar, welche der möglichen Ergebnisse des Experiments eintreten.

Den Ausgang eines Zufallsexperiments nennt man **Ergebnis**. Alle möglichen Ergebnisse fasst man zu einer **Ergebnismenge** (oder **Ergebnisraum**) Ω zusammen. Die Anzahl der Elemente des Ergebnisraums nennt man die **Mächtigkeit** des Ergebnisraums und schreibt dafür $|\Omega|$.

Beispiele

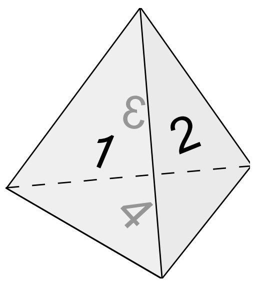
1. Einmaliges Werfen eines Würfels: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$;

2. Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze:

   Hier schreibt man die einzelnen Ergebnisse am besten als Tupel, wobei an erster Stelle das Ergebnis der 1 €-Münze und an zweiter Stelle das der 2 €-Münze steht: $\Omega = \{(W,Z); (Z,W); (Z,Z); (W,W)\}$; W: Wappen; Z: Zahl.

   Anmerkung: Einzelne Ergebnisse werden grundsätzlich mit ω bezeichnet; hier hat man also die Ergebnisse $\omega_1 = (W,Z)$; $\omega_2 = (Z,W)$; $\omega_3 = (Z,Z)$; $\omega_4 = (W,W)$.

3. Zweimaliges Werfen des abgebildeten Tetraeders (als geworfen gilt die Zahl, welche nach dem Wurf unten liegt).

   Hier kann die <u>Reihenfolge</u>, in der die geworfenen Zahlen auftreten, durchaus wichtig sein, also benutzt man wieder die Tupelschreibweise:

   $$\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4)\}$$

Definitionen

Werden bestimmte Ergebnisse zusammengefasst, so erhält man ein **Ereignis E**. Einelementige Ereignisse werden als **Elementarereignis** bezeichnet.

Man sagt: **Das Ereignis A ist eingetreten**, wenn bei einer Durchführung des Zufallsexperiments ein Ergebnis aus A auftritt.

Noch einmal zu Beispiel 2:

Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze: $\Omega = \{(W,Z);(Z,W);(Z,Z);(W,W)\}$

Beispiele von Ereignissen:

E_1: „genau einmal Zahl“, $E_1 = \{(W,Z);(Z,W)\}$;

E_2: „zweimal Zahl“, $E_2 = \{(Z,Z)\}$ (*Elementarereignis*)

Definition

Für das sogenannte **Gegenereignis** $\overline{E}$ eines Ereignisses E gilt:
Das **Gegenereignis** $\overline{E}$ tritt genau dann ein, wenn E nicht eintritt.

Zurück zu Beispiel 2:

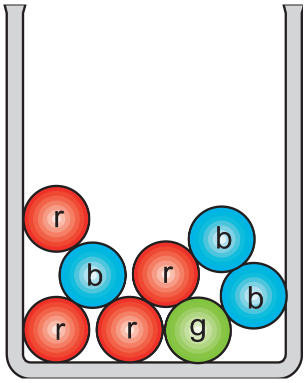
Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze;

E_1: „genau einmal Zahl“; $E_1 = \{(W,Z);(Z,W)\}$;

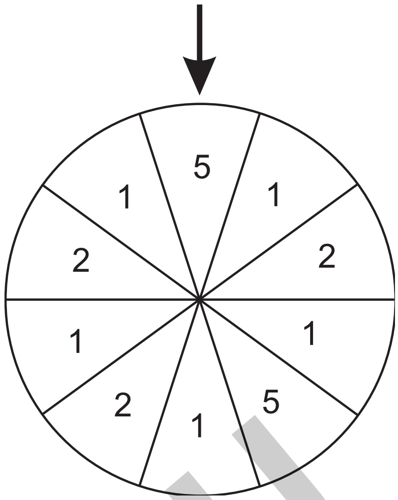
$\overline{E_1}$: „beide Münzen gleich“; $\overline{E_1} = \{(Z,Z);(W,W)\}$

Definitionen

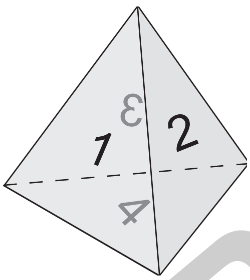
Ein Ereignis E heißt **sicheres Ereignis**, wenn gilt: $E = \Omega$;
Ein Ereignis E heißt **unmögliches Ereignis**, wenn gilt: $E = \{\ \}$.



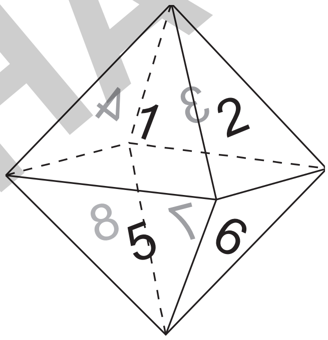
Urne



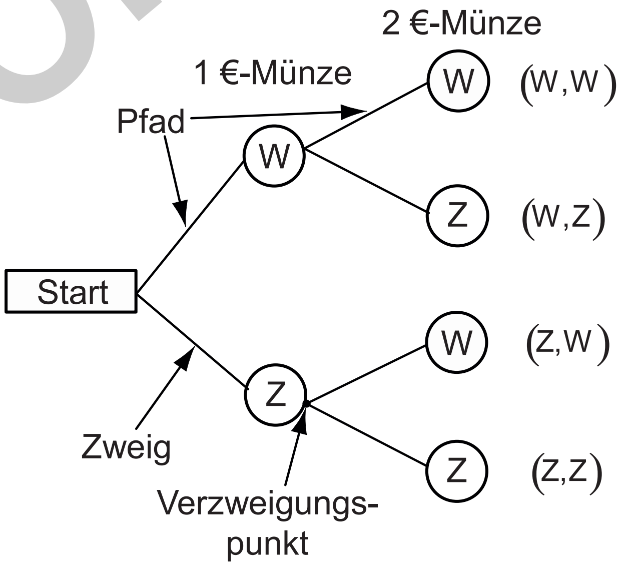
Glücksrad



Tetraeder



Oktaeder



Baumdiagramm

5.1 $A=\{(1,4);(4,1);(2,5);(5,2);(3,6);(6,3);(4,7);(7,4);(5,8);(8,5)\}$

$B=\{(2,3);(3,2);(2,5);(5,2);(2,7);(7,2);(5,7);$
$(7,5);(3,5);(5,3);(3,7);(7,3);(2,2);(3,3);(5,5);(7,7)\}$

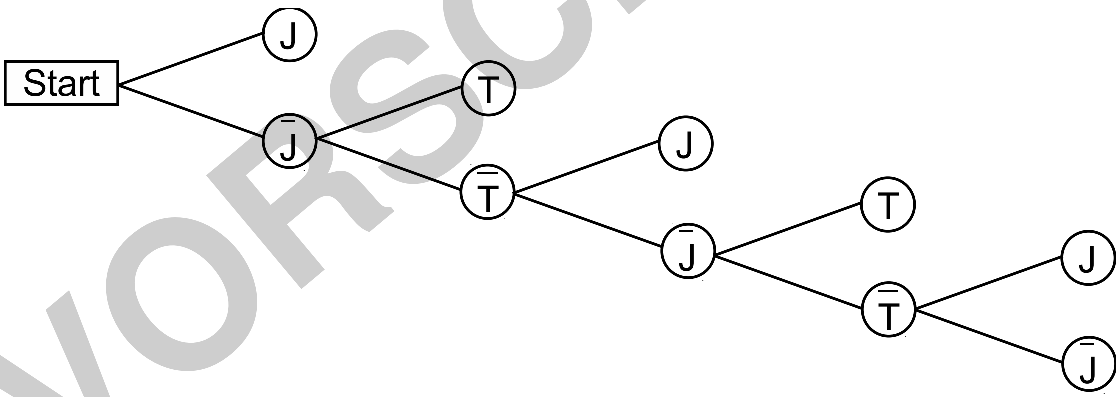
$C=\{(5,8);(8,5);(6,7);(7,6);(7,7);(7,8);(8,7);(8,8);(6,8);(8,6)\}$

5.2 Bei $\omega=(8,5)$ treten A und C ein, B nicht.

5.3 Weil es kein Ergebnis gibt, das in allen drei Ereignissen gleichzeitig vorkommt.

5.4 D := „Die Summe der geworfenen Zahlen hat den Wert 10.“
E := „Die geworfenen Zahlen sind durch 3 teilbar.“
F := „Das Produkt der geworfenen Zahlen hat den Wert 12.“

6.1



6.2 $A=\{(J),(\overline{J},\overline{T},J),(\overline{J},\overline{T},\overline{J},\overline{T},J)\}$

$B=\{(\overline{J},\overline{T},\overline{J},T)\}$

9.1 $\Omega=\{(a,b,c,d)|a,b,c,d\in\{0,1\}\};\quad |\Omega|=2^4=16$

9.2 (1) $A=\{(a,b,0,d)|a,b,d\in\{0,1\}\}$

(2) $B=\{(1,1,0,1)\}$

(3) $C=\{(1,1,0,0);(1,0,1,0);(1,0,0,1);(0,1,1,0);(0,1,0,1);(0,0,1,1);$

$(1,1,1,0);(1,1,0,1);(1,0,1,1);(0,1,1,1);(1,1,1,1)\}$

(4) $D=\{(0,1,1,1);(1,0,1,1);(1,1,0,1);(1,1,1,0);(1,1,0,0);(1,0,1,0);$

$(1,0,0,1);(0,1,1,0);(0,1,0,1);(0,0,1,1);(1,0,0,0);(0,1,0,0);$

$(0,0,1,0);(0,0,0,1);(0,0,0,0)\}$

(5) $E=\{(1,1,0,0);(1,0,1,0);(1,0,0,1);(0,1,1,0);(0,1,0,1);$

$(0,0,1,1);(1,0,0,0);(0,1,0,0);(0,0,1,0);(0,0,0,1);(0,0,0,0)\}$

(6) $F=\{(0,1,1,1);(1,0,1,1);(1,1,0,1);(1,1,1,0);(1,1,0,0);(1,0,1,0);$

$(0,1,0,1);(0,0,1,1);(1,0,0,0);$

$(0,1,0,0);(0,0,1,0);(0,0,0,1);(0,0,0,0)\}$

10.1 $E_1=\{(H,H);(H,C);(C,H);(C,C)\};\quad E_2=\{(H,P);(P,H)\}$

10.2 E_3 = „die erste Karte ist Herz“;
E_4 = „genau eine Karte ist Herz“;
E_5 = „die erste Karte ist rot, die zweite Karte schwarz“.