

# Inhalt

---

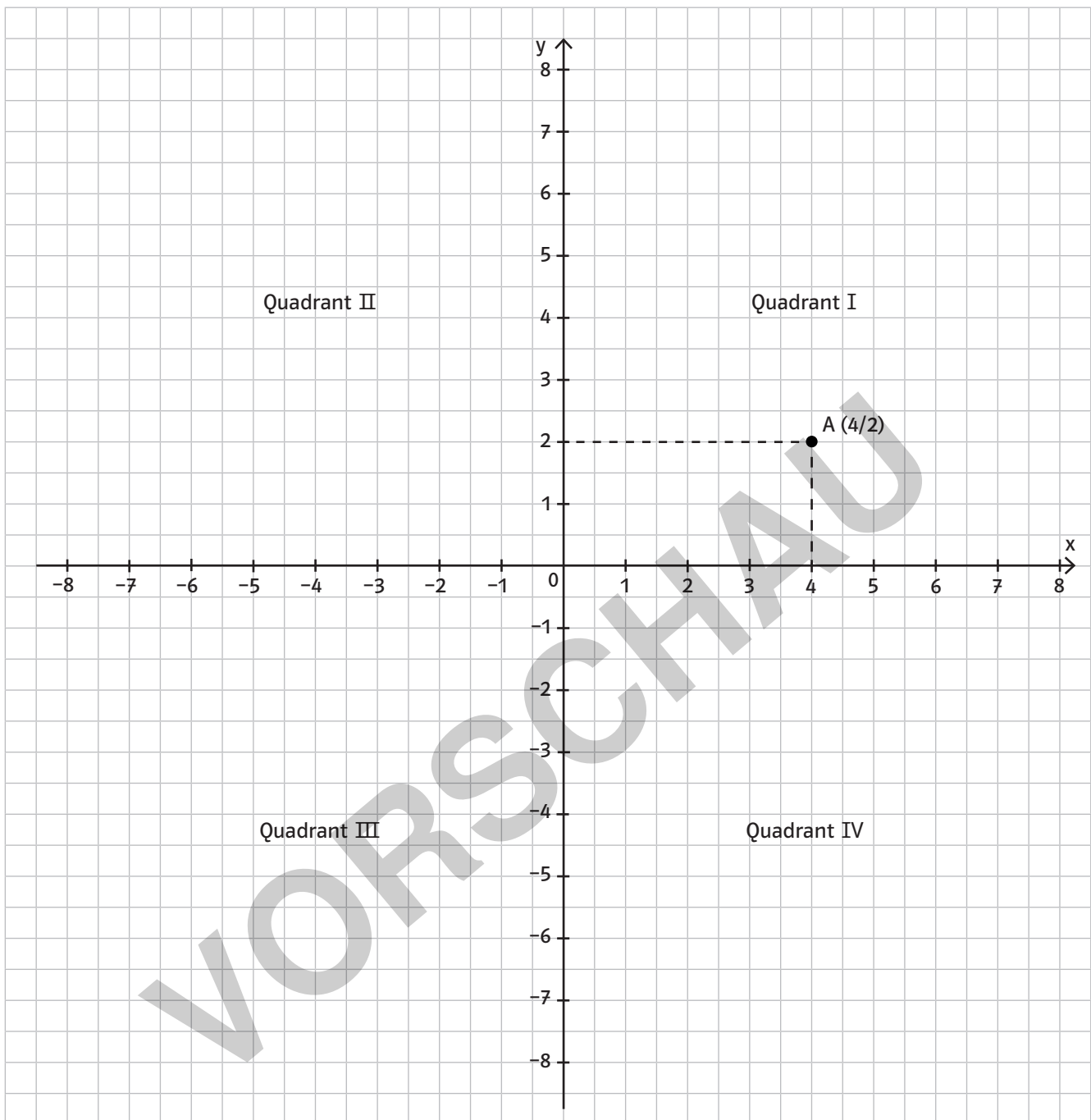
Das (rechtwinklige) Koordinatensystem .....	4
Koordinaten bestimmen .....	6
Punkte in das Koordinatensystem eintragen .....	7
Lineare Funktionen (Einführung) .....	8
Wertetabelle ergänzen .....	10
Berechnung von y-Werten .....	11
Wertetabellen erstellen .....	12
Lineare Funktionen der Form $y = m \cdot x$ .....	13
Erstellung von Wertetabellen und Einzeichnen der Graphen in das Koordinatensystem ( $y = m \cdot x$ ) .....	15
Funktionsgleichungen der Form $y = m \cdot x$ bestimmen .....	16
Lineare Funktionen der Form $y = m \cdot x + n$ .....	18
Erstellung von Wertetabellen und Einzeichnen der Graphen in das Koordinatensystem ( $y = m \cdot x + n$ ) ..	19
Funktionsgleichungen der Form $y = m \cdot x + n$ bestimmen .....	22
Nullstellen bestimmen .....	24
Schnittpunkte bestimmen .....	26
Textaufgaben .....	29
Test A: Lineare Funktionen .....	39
Test B: Lineare Funktionen .....	43
Lineare Funktionen: Themenübersicht – Was kannst du? .....	47
Lernerfolgskontrolle 1 .....	48
Lernerfolgskontrolle 2 .....	50
Lösungen (Anhang) .....	52

Das Thema lineare Funktionen gehört zum elementaren mathematischen Grundwissen. Lineare Funktionen sind in Deutschland im Fach Mathematik Bestandteil der Prüfungen zum Erwerb des 1. allgemeinbildenden Schulabschlusses (= Hauptschulabschluss). In weiterführenden Schulen werden Kenntnisse über lineare Funktionen vorausgesetzt.

Der vorliegende Band behandelt das genannte Thema. Zunächst erfolgt eine Einführung in das (rechtwinklige) Koordinatensystem sowie die Bestimmung und Eintragung von Koordinaten darin. Im Weiteren befasst sich der Band mit linearen Funktionsgleichungen in der Form  $y = m \cdot x$  und danach mit solchen in der Form  $y = m \cdot x + n$ . Dabei werden jeweils das Ergänzen und Erstellen von Wertetabellen, das Eintragen von Graphen in das Koordinatensystem sowie das Bestimmen von linearen Funktionsgleichungen thematisiert. Daran schließen sich das Bestimmen von Nullstellen und das Bestimmen des Schnittpunktes jeweils zweier Funktionsgleichungen an. Die erworbenen Kenntnisse gilt es dann, in Textaufgaben anzuwenden. Zum Abschluss hält der Band zwei Tests und zwei Lernerfolgskontrollen bereit.

Friedhelm Heitmann

# Das (rechtwinklige) Koordinatensystem • 1



Das Koordinatensystem sieht ähnlich wie ein Netz aus.

Die waagerechte x-Achse und die senkrechte y-Achse teilen das Koordinatensystem in 4 Gebiete (= Quadranten) auf.

**quadrans (lateinisch) = der vierte Teil**

Der Quadrant I liegt im Koordinatensystem oben rechts, der Quadrant II oben links, der Quadrant III unten links und der Quadrant IV unten rechts.

Im Koordinatensystem wird die Lage jedes Punktes durch zwei Zahlen bestimmt.

Diese beiden Zahlen sind der jeweilige x-Wert und y-Wert.

Zuerst wird stets der x-Wert angegeben, danach der y-Wert.

## Das (rechtwinklige) Koordinatensystem • 2

---

Ein Beispiel: Der Punkt A im oberen Koordinatensystem weist den x-Wert 4 und den y-Wert 2 auf.

Man nennt den x-Wert und den zugehörigen y-Wert auch die Koordinaten der Punkte.

**coordinare (lateinisch) = gegenseitig zuordnen**

Der Mittelpunkt des Koordinatensystems heißt Nullpunkt.

Dieser Punkt hat den x-Wert Null (0) und ebenfalls den y-Wert Null (0).

Im Quadranten I sind alle x-Werte und auch alle y-Werte positive (+) Zahlen.

Im Quadranten II sind alle x-Werte negative (-) Zahlen, alle y-Werte positive (+) Zahlen.

Im Quadranten III sind alle x-Werte negative (-) Zahlen, ebenso sind alle y-Werte negative (-) Zahlen.

Im Quadranten IV sind alle x-Werte positive (+) Zahlen, jedoch alle y-Werte negative (-) Zahlen.

*Aufgaben: Ergänze die anschließend fehlenden Angaben!*

1. Die waagerechte Achse im Koordinatensystem heißt \_\_\_\_\_.
2. Die senkrechte Achse im Koordinatensystem heißt \_\_\_\_\_.
3. In so viele Quadranten ist das Koordinatensystem aufgeteilt: \_\_\_\_\_.
4. Der Quadrant II liegt im Koordinatensystem \_\_\_\_\_.
5. Dadurch wird die Lage jedes Punktes im Koordinatensystem bestimmt:  
\_\_\_\_\_.
6. Dieser Wert wird immer zuerst genannt: \_\_\_\_\_.
7. Den x-Wert und den zugehörigen y-Wert eines Punktes bezeichnet man auch als  
\_\_\_\_\_.
8. Das Wort Koordinaten kommt aus dieser Sprache:  
\_\_\_\_\_.
9. Der Nullpunkt ist der \_\_\_\_\_.
10. Negativ (-) sind alle Zahlen im Quadranten \_\_\_\_\_.

# Lineare Funktionen (Einführung) • 2

Wertepaare werden meistens in Wertetabellen genannt.

Beispiel:

x	y
1	3
2	5
0	1
-1	-1
-2	-3
...	...

Oder:

x	1	2	0	-1	-2	...
y	3	5	1	-1	-3	...

Eine im Koordinatensystem dargestellte Funktion bezeichnet man als Graph.

**graphein (griechisch) = schreiben, zeichnen**

Funktionen werden als Gleichungen angegeben.

Beispiel:  $y = 2 \cdot x + 1$

**Hinweis: Der „Malpunkt“ vor  $x$  wird normalerweise nicht geschrieben.**

In linearen Funktionsgleichungen kommen  $x$  und  $y$  in keiner höheren Rechenart vor, also nicht z.B.  $x^2$ . Die Graphen linearer Funktionen sind Geraden, verlaufen also immer geradlinig.

**Hinweis: linea (lateinisch) = Linie, Strich**

**Aufgaben: Beantworte in vollständigen Sätzen!**

1. Was sind Funktionen in der Mathematik?

---

2. Woraus besteht ein Wertepaar gewöhnlich?

---

---

3. Wo werden Wertepaare meistens genannt?

---

---

4. Ein Graph, was ist das?

---

---

5. Was kommt in linearen Funktionsgleichungen nicht vor?

---

---

6. Wie sehen die Graphen linearer Funktionsgleichungen aus?

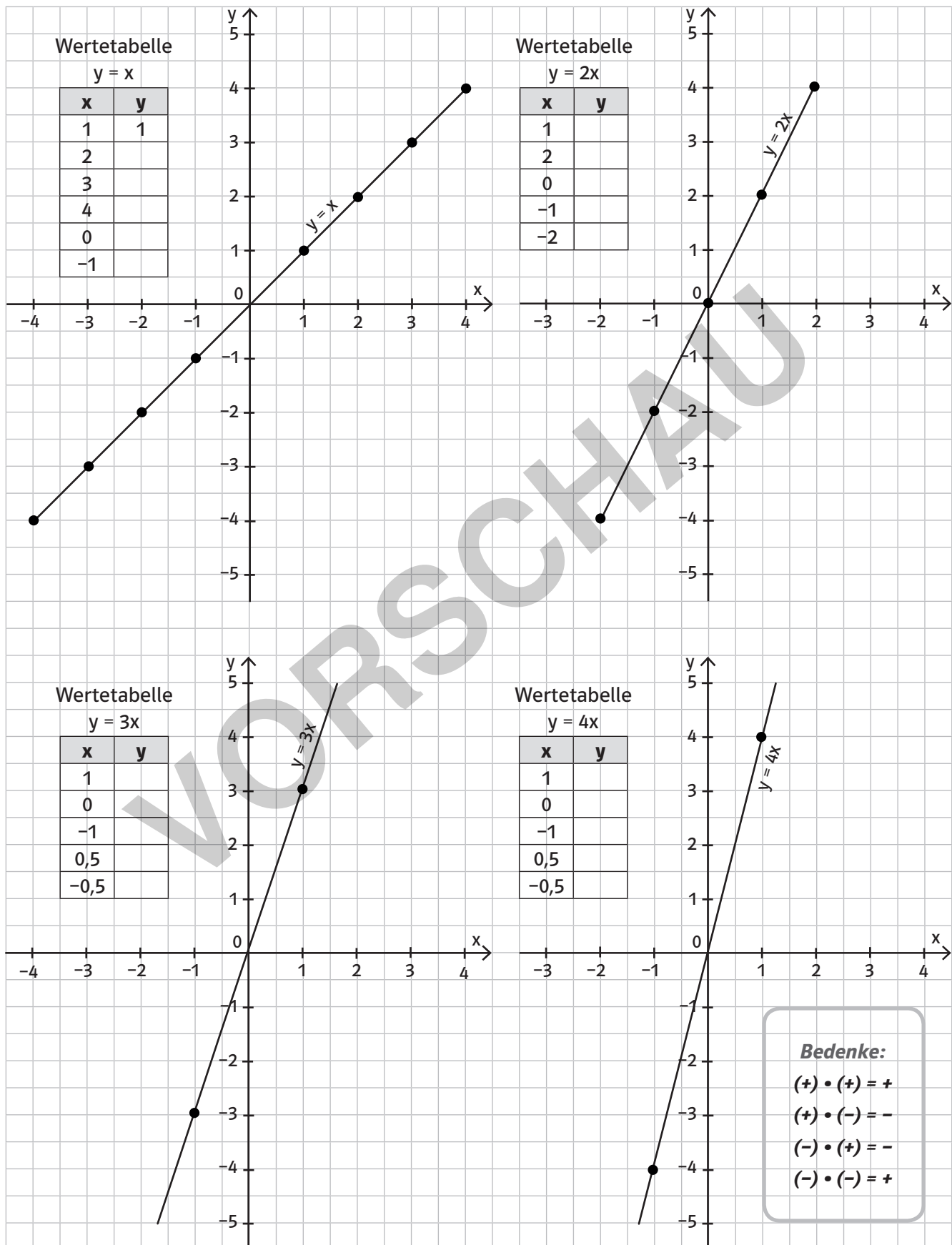
---

---

# Wertetabellen ergänzen

## Aufgaben:

Notiere in den vier Wertetabellen die y-Werte zu den vorgegebenen x-Werten!



# Lineare Funktionen der Form $y = m \cdot x$

Die Zahl vor  $x$  ( $= m$ ) in der Funktionsgleichung der Form  $y = m \cdot x$  gibt nicht nur an, ob der Graph steigt oder fällt. Im Weiteren sagt die Zahl vor  $x$  aus, wie groß die *Steigung* (= Anstieg) des Graphen ist.

Mit der Steigung ist gemeint, ob der Graph flach(er) oder steil(er) verläuft. Je größer die Zahl vor  $x$  (also  $m$ ) ist, desto steiler verläuft der Graph.

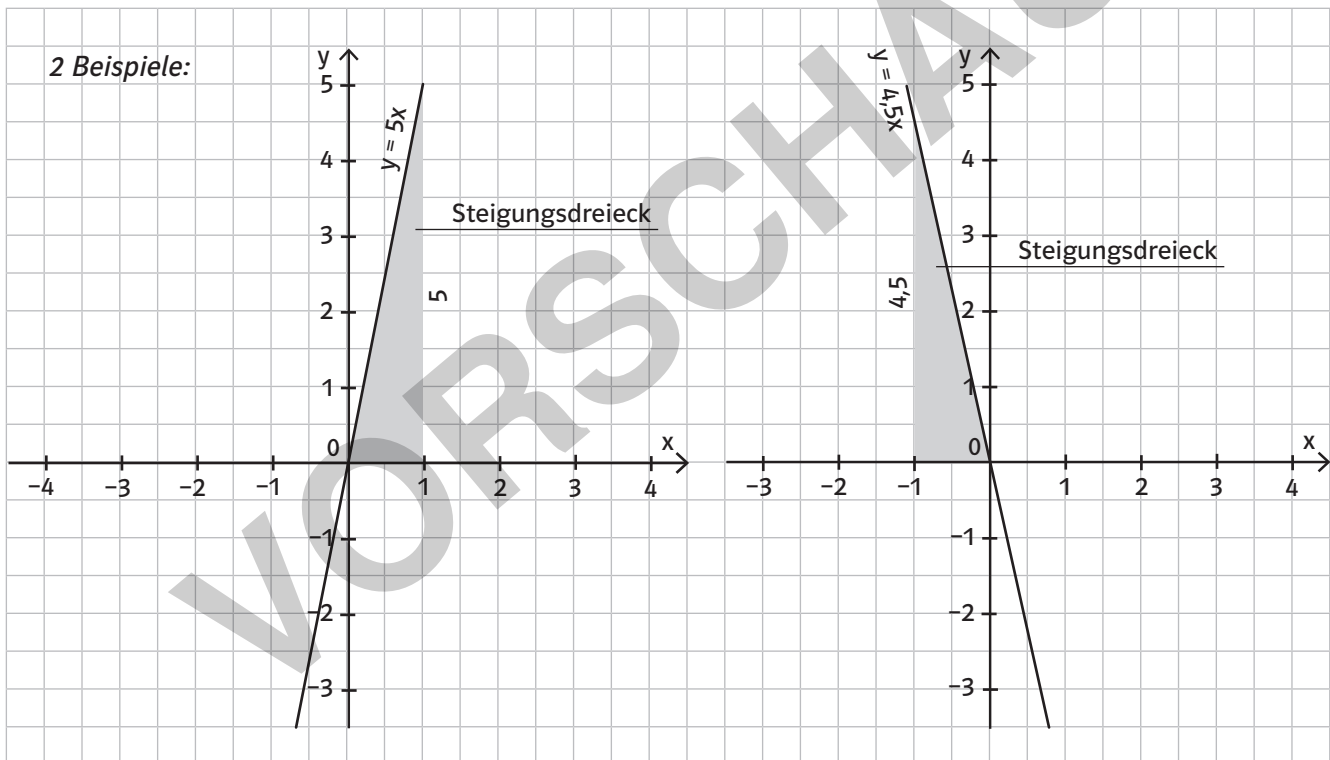
Mit Hilfe jeweils eines *Steigungsdreiecks* lässt sich der Verlauf des Graphen im Koordinatensystem bestimmen:

–  $m =$  eine positive Zahl:

Ausgehend vom Nullpunkt  $(0/0)$  gehst du im Koordinatensystem um *1 nach rechts* und von dort um so viel senkrecht nach oben, wie  $m$  beträgt. Durch den oberen Punkt dieser Senkrechte verläuft der Graph. Du brauchst diesen Punkt nur noch mit dem Nullpunkt verbinden und hast den Verlauf des Graphen.

–  $m =$  eine negative Zahl:

Ausgehend vom Nullpunkt  $(0/0)$  gehst du im Koordinatensystem um *1 nach links* und von dort um so viel senkrecht nach oben, wie  $m$  beträgt. Durch den oberen Punkt dieser Senkrechte verläuft der Graph. Du brauchst diesen Punkt nur noch mit dem Nullpunkt verbinden und hast den Verlauf des Graphen.



# Funktionsgleichungen

## der Form $y = m \cdot x + n$ bestimmen • 1

$$y = m \cdot x + n$$

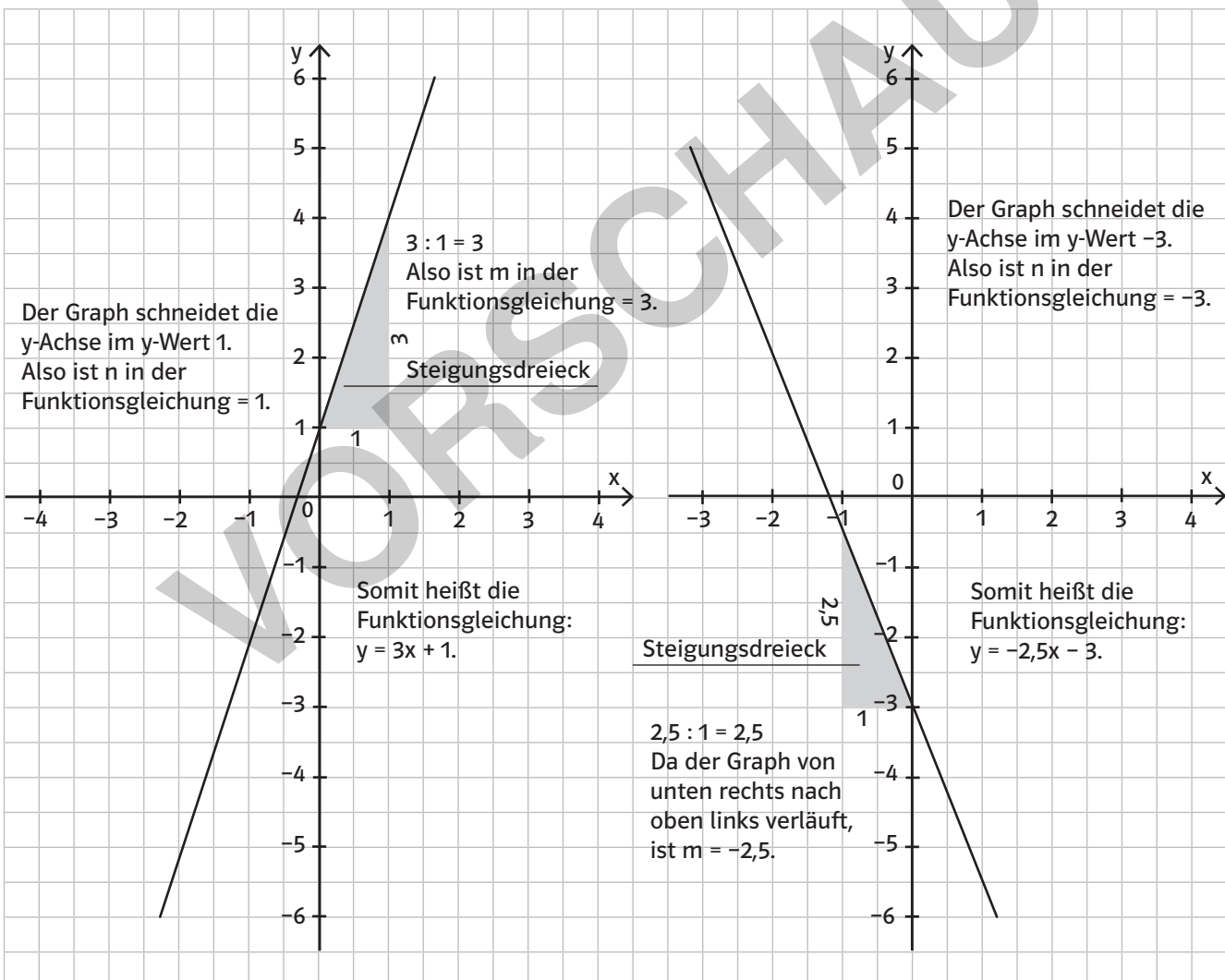
1. Du schaust, durch welchen Punkt auf der y-Achse der Graph verläuft. Mit anderen Worten: Wo schneidet der Graph die y-Achse? Der y-Wert dieses Punktes ist n.
2. Ausgehend vom Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse oder ausgehend von einem anderen Punkt des Graphen zeichnest du ein Steigungsdreieck, das den Graphen in zwei Punkten berührt. Bezogen auf das Steigungsdreieck teilst du die Längeneinheit des y-Abschnittes durch die Längeneinheit des x-Abschnittes. Das Ergebnis ist m (= Steigung).

**Beachte:**

Der Wert m in der Funktionsgleichung ist positiv, wenn der Graph von unten links nach oben rechts verläuft.

Negativ ist der Wert m in der Funktionsgleichung, wenn der Graph von unten rechts nach oben links verläuft.

**2 Beispiele:**

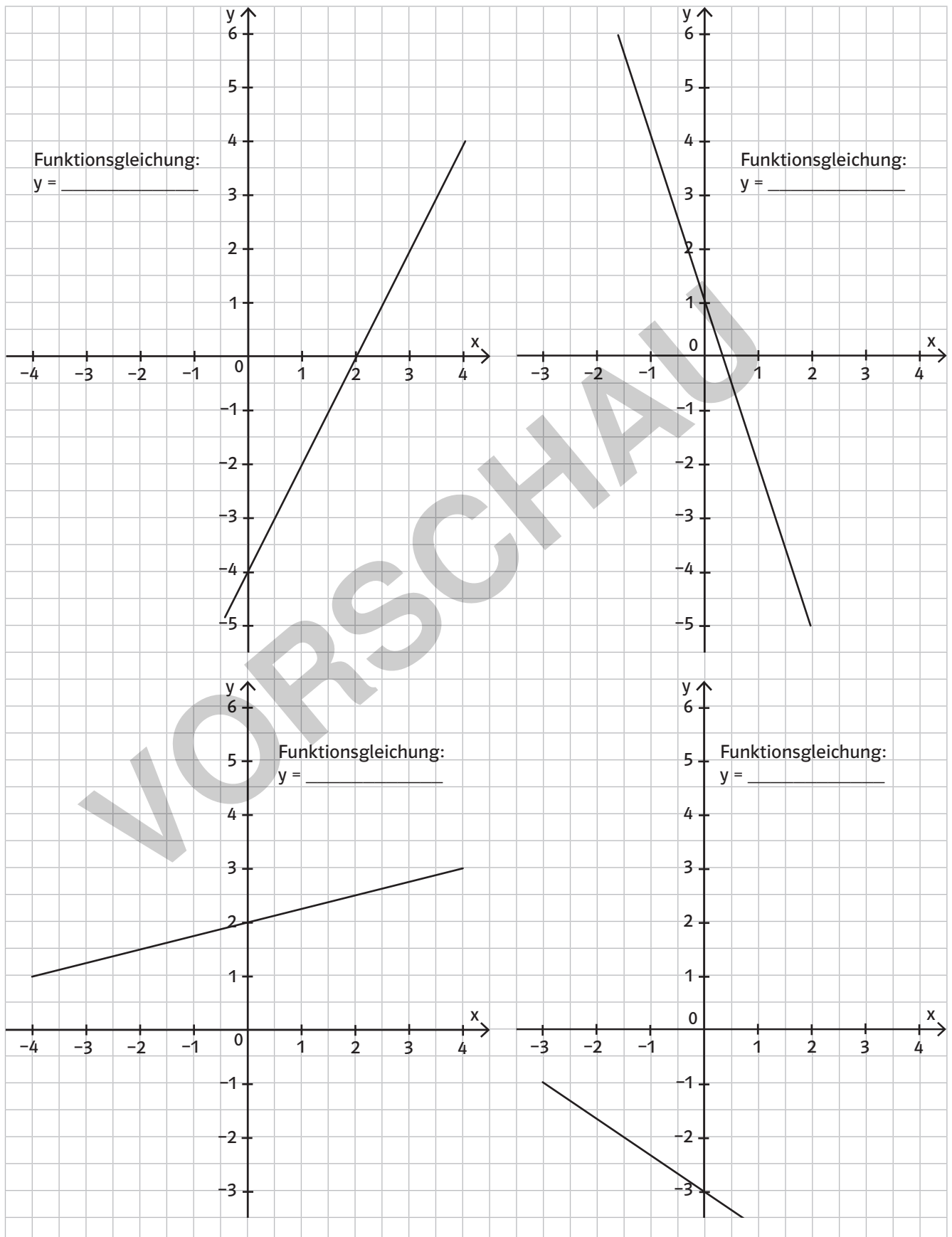


# Funktionsgleichungen

## der Form $y = m \cdot x + n$ bestimmen • 2

Aufgaben:

Wie heißen die Funktionsgleichungen der folgenden vier im Koordinatensystem eingezeichneten Graphen?





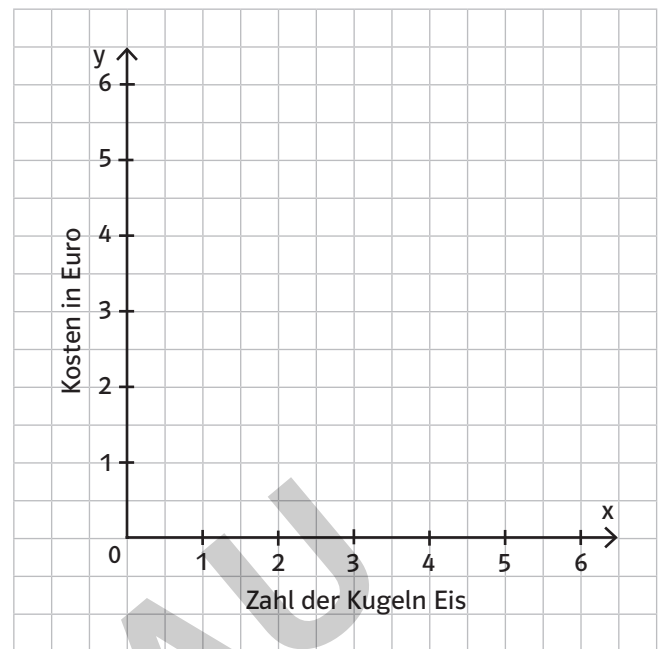
# Textaufgaben • 1

1. Eine Kugel Eis kostet 1 Euro. Für jede weitere Kugel Eis muss man ebenfalls 1 Euro zahlen.

- Stelle zum Text eine Wertetabelle auf ( $x$  = Zahl der Kugeln Eis,  $y$  = Kosten).
- Trage die Werte der Wertetabelle in das Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte zu einem Graphen!
- Wie heißt die Funktionsgleichung der Graphen? \_\_\_\_\_

Wertetabelle:

x	y
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

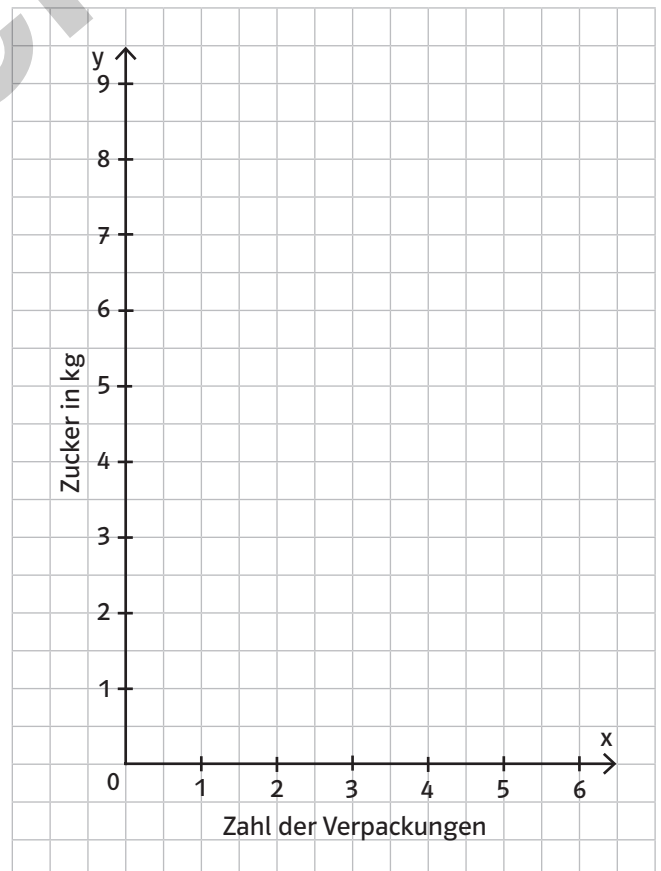


2. Eine Packung Zucker enthält 1,5 kg.

- Wie viele kg Zucker befinden sich in sechs Packungen? \_\_\_\_\_
- Stelle zum Text eine Wertetabelle auf ( $x$  = Zahl der Verpackungen,  $y$  = kg Zucker).
- Trage die Werte der Wertetabelle in das Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte zu einem Graphen!
- Wie heißt die Funktionsgleichung des Graphen? \_\_\_\_\_

Wertetabelle:

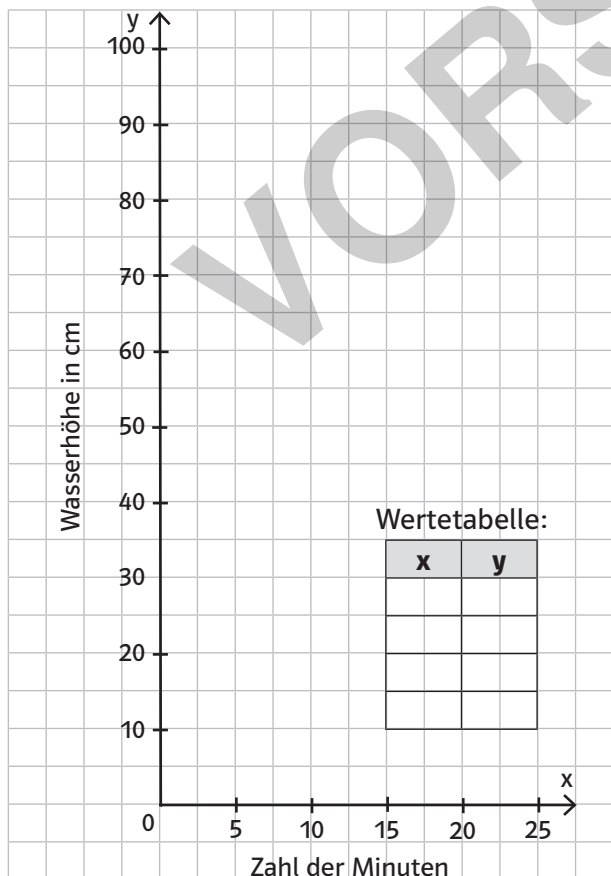
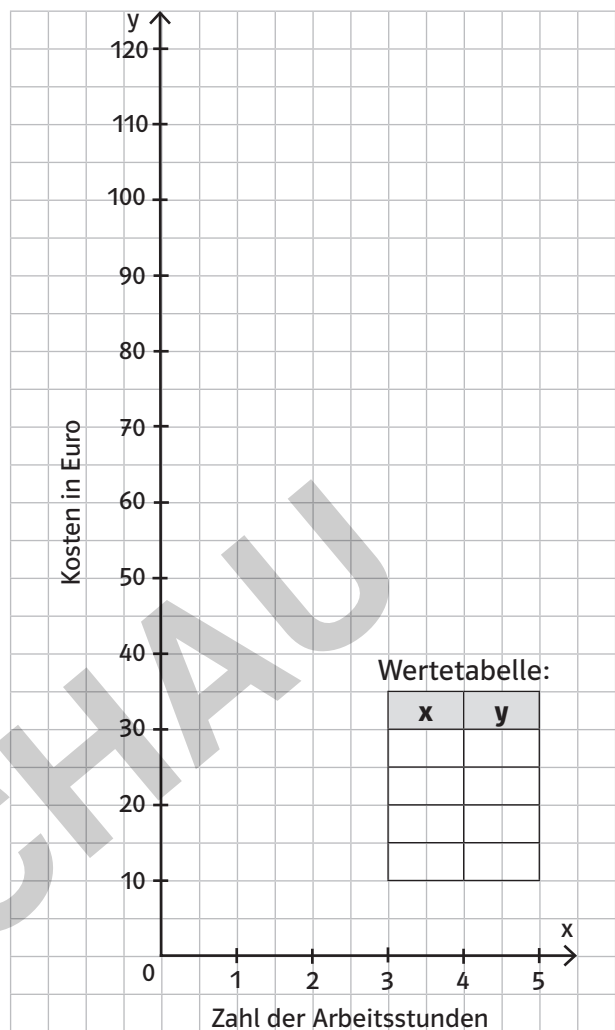
x	y
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	



# Textaufgaben • 4

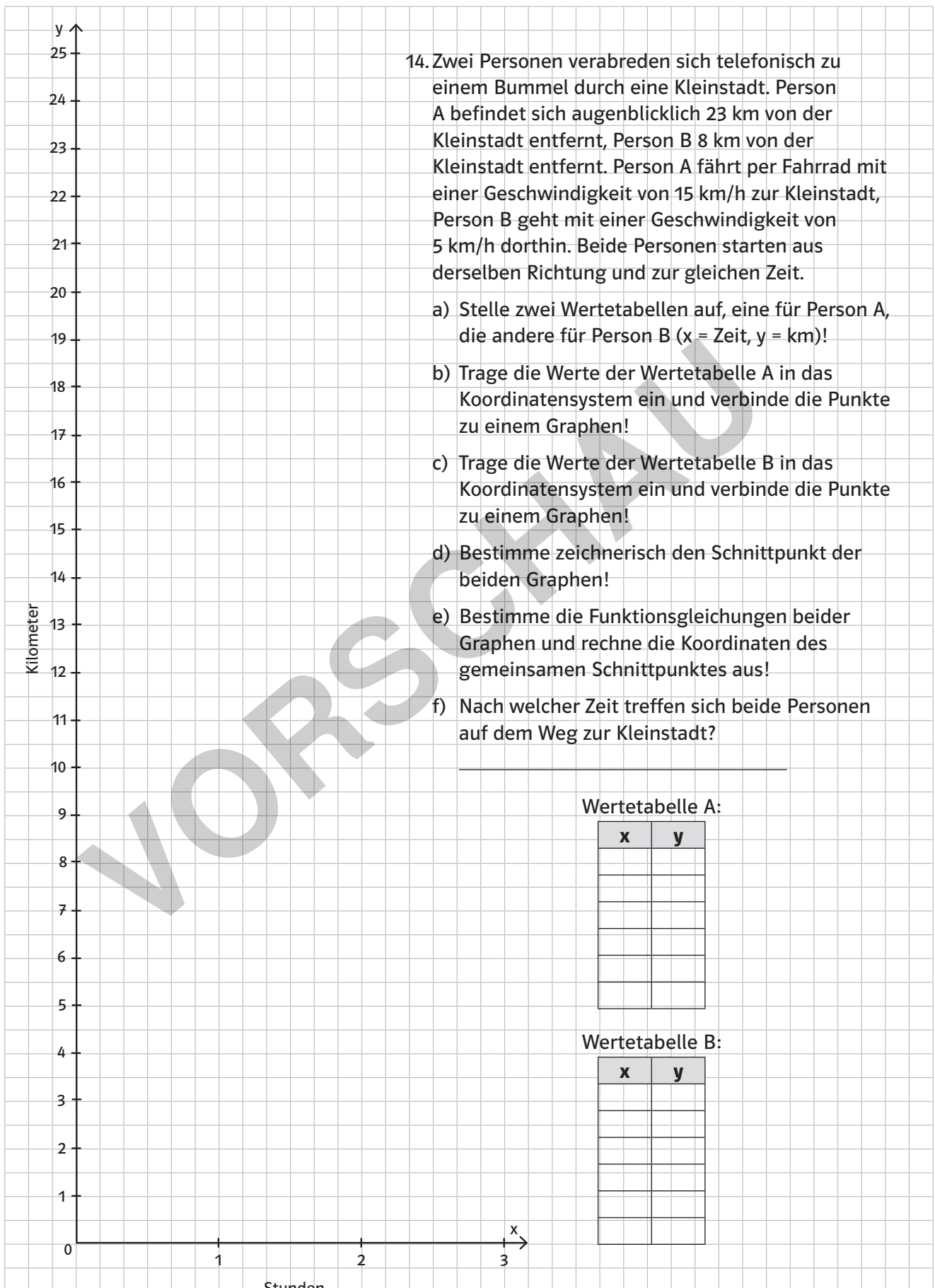
7. Ein Handwerker stellt seinen Kunden für jede Anfahrt 15 Euro und für jede Arbeitsstunde 40 Euro in Rechnung.

- Stelle zum Text eine Wertetabelle auf ( $x$  = Arbeitszeit,  $y$  = Kosten).
- Trage die Werte der Wertetabelle in das Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte zu einem Graphen!
- Wie viel Geld muss der Kunde zahlen (ohne Mehrwertsteuer), wenn der Handwerker an einem Tag 2,5 Stunden für den Kunden arbeitet?  
\_\_\_\_\_
- Wie heißt die Funktionsgleichung des Graphen?  
\_\_\_\_\_



8. In einem Wasserbehälter steht das Wasser 30 cm hoch. Der Wasserbehälter wird weiter mit Wasser gefüllt. Nach wie vielen Minuten steht der Wasserpegel 80 cm hoch, wenn er in fünf Minuten um 20 cm steigt?

- Stelle zum Text eine Wertetabelle auf ( $x$  = Zahl der Minuten,  $y$  = Wasserhöhe).
- Trage die Werte der Wertetabelle in das Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte zu einem Graphen!
- Wie heißt die Funktionsgleichung des Graphen?  
\_\_\_\_\_



14. Zwei Personen verabreden sich telefonisch zu einem Bummel durch eine Kleinstadt. Person A befindet sich augenblicklich 23 km von der Kleinstadt entfernt, Person B 8 km von der Kleinstadt entfernt. Person A fährt per Fahrrad mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h zur Kleinstadt, Person B geht mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h dorthin. Beide Personen starten aus derselben Richtung und zur gleichen Zeit.

- Stelle zwei Wertetabellen auf, eine für Person A, die andere für Person B ( $x = \text{Zeit}$ ,  $y = \text{km}$ )!
- Trage die Werte der Wertetabelle A in das Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte zu einem Graphen!
- Trage die Werte der Wertetabelle B in das Koordinatensystem ein und verbinde die Punkte zu einem Graphen!
- Bestimme zeichnerisch den Schnittpunkt der beiden Graphen!
- Bestimme die Funktionsgleichungen beider Graphen und rechne die Koordinaten des gemeinsamen Schnittpunktes aus!
- Nach welcher Zeit treffen sich beide Personen auf dem Weg zur Kleinstadt?

Wertetabelle A:

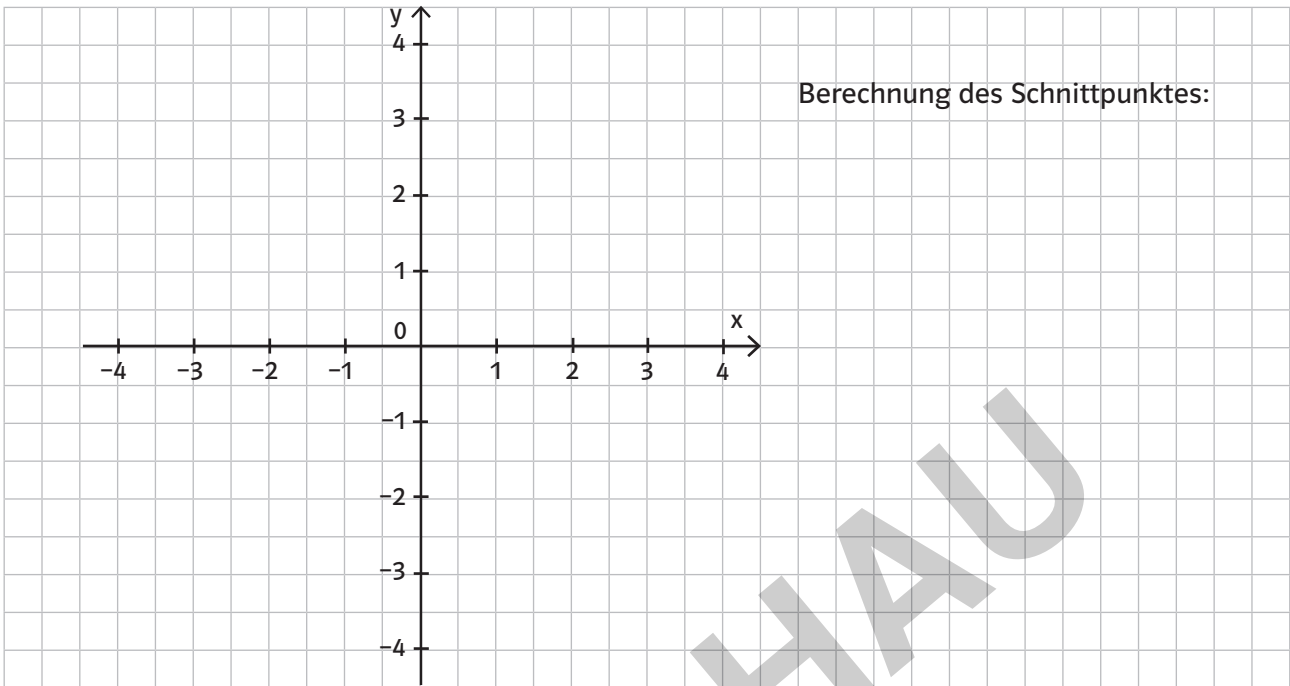
x	y

Wertetabelle B:

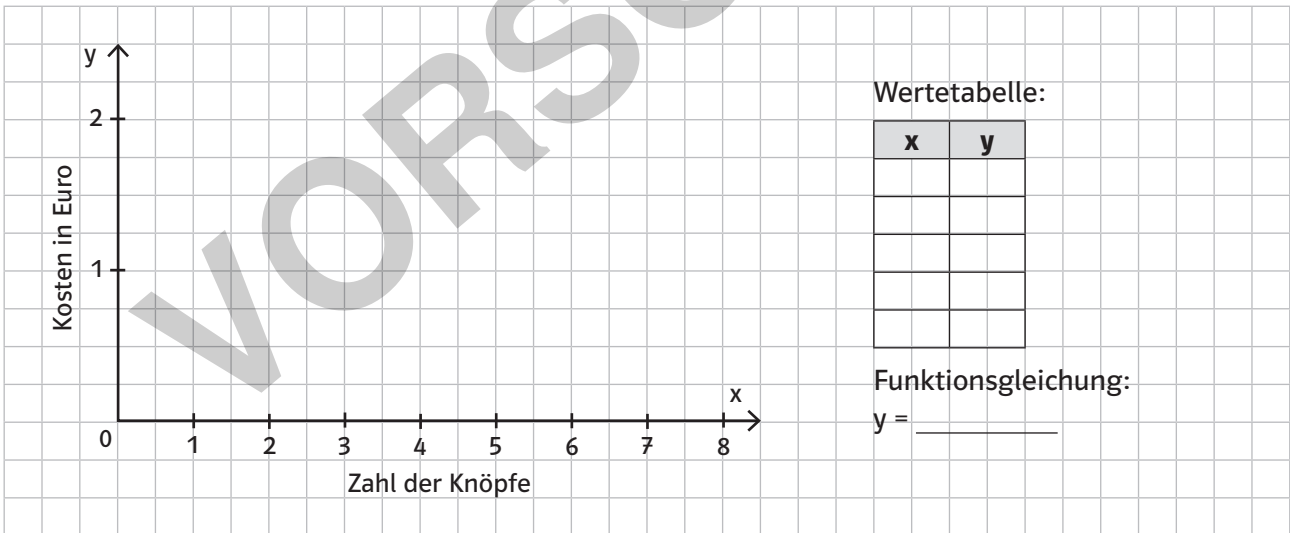
x	y

Name:
erreichte Punktzahl:

10. Bestimme rechnerisch und zeichnerisch den gemeinsamen Schnittpunkt der beiden Funktionsgleichungen  $y = -5x + 3$  und  $y = x - 3$



11. Sieben gleiche Knöpfe kosten 1,75 Euro. Stelle zum Text eine Wertetabelle auf und zeichne den Graphen in das Koordinatensystem ein. Wie heißt die Funktionsgleichung des Graphen?



12. Ein Kunde leiht sich bei einer Autofirma ein Fahrzeug für einen Tag aus. Der Grundpreis für einen Tag Ausleihe beträgt 60 Euro. Zusätzlich sind je gefahrenem Kilometer 0,12 Euro zu zahlen.

a) Wie viel Geld muss der Kunde zahlen, wenn er mit dem ausgeliehenen Fahrzeug an einem Tag insgesamt 140 km gefahren ist?

---

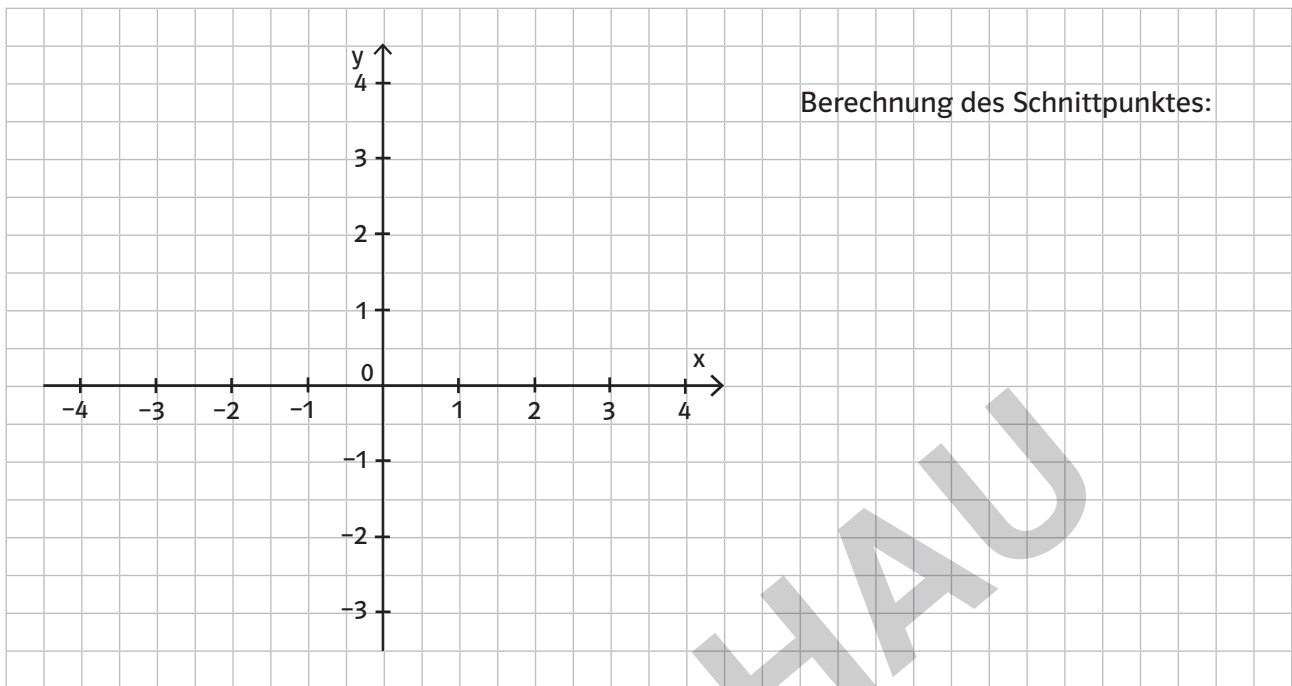


---

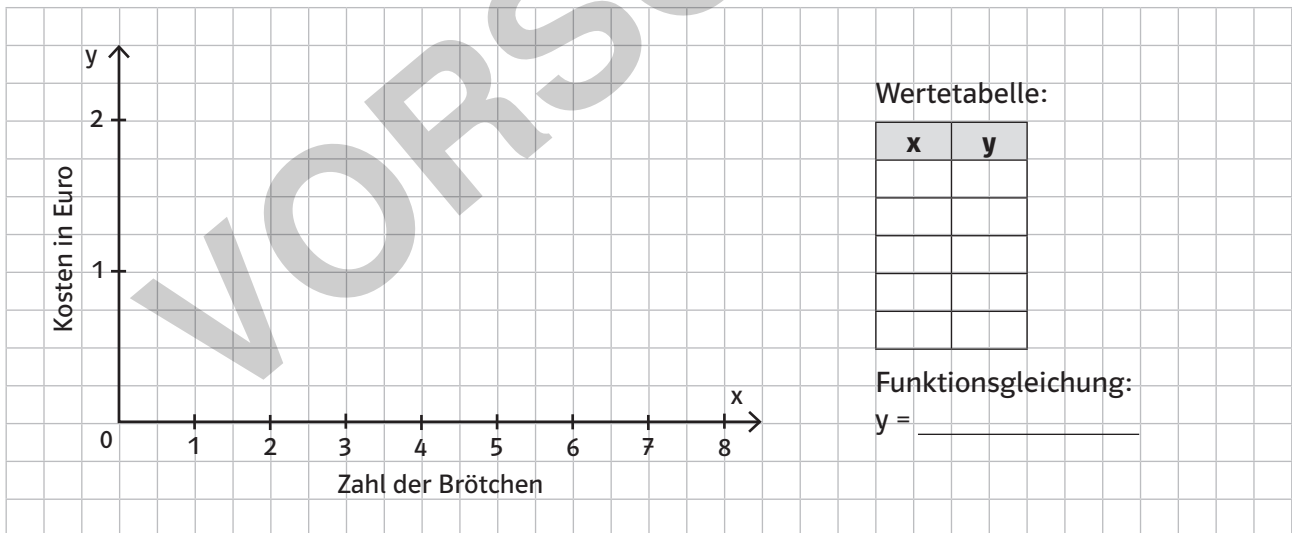
b) Wie heißt zum Text die Funktionsgleichung für die Berechnung der Kosten?

Name:
erreichte Punktzahl:

10. Bestimme rechnerisch und zeichnerisch den gemeinsamen Schnittpunkt der beiden Funktionsgleichungen  $y = -3x + 2$  und  $y = 2x - 3$

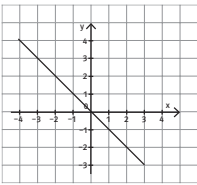
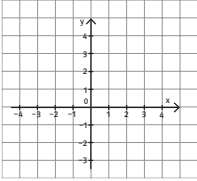
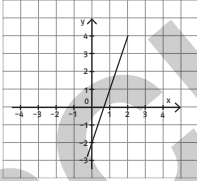


11. Für sechs Brötchen derselben Art zahl eine Kundin 2,40 Euro. Stelle zum Text eine Wertetabelle auf und zeichne den Graphen in das Koordinatensystem ein. Wie heißt die Funktionsgleichung des Graphen?



12. Ein Autofahrer füllt an einer Tankstelle den Tank seines Fahrzeuges mit 56 Liter Benzin für eine lange Fahrt auf der Autobahn.

- Wie viele Kilometer kann der Autofahrer mit dem vorhandenen Vorrat an Benzin fahren, wenn das Fahrzeug auf 100 km sieben Liter verbraucht? \_\_\_\_\_
- Nach welcher Funktionsgleichung lässt sich der jeweils noch vorhandene Benzinvorrat (in Litern) in Abhängigkeit von den gefahrenen km berechnen?  
 Funktionsgleichung:  $y =$  \_\_\_\_\_

<p>Bestimme die Funktionsgleichung des Graphen!</p>  <p style="text-align: right;">13</p>	<p>Wie heißt in der Funktionsgleichung <math>y = 2x - 1</math> der zugehörige y-Wert zum x-Wert <math>-1</math>?</p> <p style="text-align: right;">14</p>	<p>Ergänze zur Funktionsgleichung <math>y = 0,5x + 1</math> die Wertetabelle!</p> <table border="1" data-bbox="1145 725 1257 887"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">15</p>	x	y	1		2		0		-1		-2	
x	y													
1														
2														
0														
-1														
-2														
<p>Zeichne den Graphen der Funktionsgleichung <math>y = -2,5x + 1</math>!</p>  <p style="text-align: right;">16</p>	<p>Bestimme die Funktionsgleichung des Graphen!</p>  <p style="text-align: right;">17</p>	<p>Was ist die Nullstelle einer linearen Funktion?</p> <p style="text-align: right;">18</p>												
<p>Berechne die Nullstelle der Funktionsgleichung <math>y = x - 4</math>!</p> <p style="text-align: right;">19</p>	<p>Wie wird der Schnittpunkt zweier Funktionsgleichungen gekennzeichnet?</p> <p style="text-align: right;">20</p>	<p>Berechne den gemeinsamen Schnittpunkt der Funktionsgleichungen <math>y = 4x - 4</math> und <math>y = 2x</math>!</p> <p style="text-align: right;">21</p>												
<p>In welchem Punkt schneiden Graphen von Funktionsgleichungen in der Form <math>y = m \cdot x</math> die y-Achse?</p> <p style="text-align: right;">22</p>	<p>Ein Jugendlicher verdient als Aushilfe in fünf Stunden 46,50 Euro. Stelle zum Text eine Wertetabelle mit fünf Wertepaaren auf!</p> <table border="1" data-bbox="564 1458 976 1536"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">23</p>													<p>Eine Schülerin hat bereits 20 Euro gespart. Dazu spart sie in jeder der folgenden Wochen 3,50 Euro. Wie heißt die Funktionsgleichung (<math>y = \dots</math>), mit der die Schülerin berechnen kann, wie viel Geld sie nach x-Wochen gespart hat?</p> <p style="text-align: right;">24</p>