Muster und Strukturen im Mathematik-unterricht der Grundschule

Einführung von Miriam M. Lüken

Muster und Strukturen sind ein grundlegendes Prinzip des Mathematikunterrichts, insbesondere der Grundschule (vgl. Wittmann & Müller 2007). Deshalb finden wir sie in allen Schuljahren und in allen Inhaltsbereichen. Wo genau Muster und Strukturen zu entdecken sind und warum sie für das Mathematiklernen so bedeutsam sind, wollen wir in dieser Aufgabensammlung aufzeigen.

1 Muster und Strukturen – Begrifflichkeiten

Lassen Sie uns zu Anfang überlegen, was wir unter einem „mathematischen Muster“ und unter „Struktur“ eigentlich verstehen. Die Begriffe scharf zu definieren ist schwer, da sie in Alltag und Mathematikunterricht häufig synonym gebraucht werden. Möglicherweise hilft hier die Beschreibung von Eigenschaften weiter. So verbinden wir mit einem mathematischen Muster Merkmale wie Ordnung, Regelmäßigkeit, Wiederholung sowie Vorhersagbarkeit (vgl. Rathgeb-Schnierer 2007). Struktur beschreibt eher den Aufbau, die Art und Weise, wie mathematische Objekte in Beziehung zueinander stehen.
Noch fassbarer werden die Begriffe, wenn wir sie in die Sprache von Grundschülern übersetzen: Beim Mustererkennen entdecken Kinder Gemeinsamkeiten, beschreiben eine Regel, finden Wiederholungen, treffen Vorhersagen oder erkennen eine Anordnung als bekanntes Muster (z. B. Würfelfünf) wieder. Beim Strukturieren ordnen Kinder Plättchen, teilen Muster in (gleiche / überschaubare) Teile, stellen Beziehungen zwischen diesen Teilen her, beschreiben den Aufbau von geometrischen Mustern oder schönen Päckchen oder bringen Ziffernfolgen oder Aufgabenfolgen in eine Reihenfolge.
Deutlich wird an dieser Auflistung auch, dass Muster und Strukturen eng verbunden mit dem „Tun“ sind. *Strukturieren* und *Muster erkennen* entsprechen damit den allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die „sich in der lebendigen Auseinandersetzung mit der Mathematik [aller Inhaltsbereiche] zeigen und auf die gleiche Weise, in der tätigen Auseinandersetzung, erworben“ werden (KMK 2005, S. 7).

2 Warum sind Muster und Strukturen so wichtig?

Muster und Strukturen entlasten das Gedächtnis
Das Betrachten einzelner Zahlen, geometrischer Bilder und das Rechnen mithilfe von Zählstrategien beanspruchen das Gedächtnis stark. Wenn Strukturen innerhalb von Anzahlen erfasst, Muster in geometrischen Bildern erkannt und z. B. in einer Aufgabe wie 6 + 7 die Aufgabe 6 + 6 gesehen und dabei die Beziehung „1 mehr“ hergestellt werden kann, entlastet dies das Gedächtnis. Dass das Zusammenfassen (und damit das Strukturieren) von Dingen sowie das Erkennen und Bilden von Mustern nützlich ist, können Sie sich leicht am Beispiel von Telefonnummern verdeutlichen. Wie würden Sie sich die Nummer 585858 merken?
Wahrscheinlich als 58 58 58 und eher nicht als 585 858. Im Gegensatz dazu macht es bei der Nummer 588588 Sinn, sie in 588 588 zu gliedern, anstatt in 58 85 88, oder? (vgl. Philipp 2015)

Muster- und Strukturfähigkeiten und arithmetische Leistung hängen zusammen
Es wird vermutet, dass leistungsstärkere Kinder gerade deshalb so gut in Mathematik sind, weil sie von sich aus strukturieren, Muster entdecken und Beziehungen herstellen. Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen sind hingegen weniger gut in der Lage, Muster und Strukturen zu erkennen und zu nutzen. Diesen Zusammenhang zeigen auch mehrere aktuelle Studien. Als Beispiel sei hier die Untersuchung von Lüken (2012) angeführt, die zeigt, dass Schulanfänger mit schwachen Muster- und Strukturfähigkeiten nach zwei Jahren Unterricht auch zu den schwächsten Rechnern gehören. Mustererkennungs- und Strukturierungsfähigkeit sind also

1 Wie viele verschiedene Grundmuster sind möglich?

Kompetenzen

allgemein

- ☑ Kommunizieren
- ☑ Problemlösen
- ☐ Modellieren
- ☑ Argumentieren
- ☑ Darstellen von Mathematik

inhaltsbezogen

- ☑ Zahlen und Operationen
- ☐ Raum und Form
- ☐ Größen und Messen
- ☑ Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Kompetenzerwartungen bezüglich Muster und Strukturen

- eine strukturierte Ordnung entwickeln
- verschiedene Ordnungsstrukturen nachvollziehen
- beim Begründen auf die Ordnungsstrukturen zurückgreifen

Material

- die Buchstabenkarten von Aufgabe 3
- das Mathe-Heft der Kinder

Vorbereitung

- Auf den Tischen stehen die Schälchen mit den Buchstabenkarten.

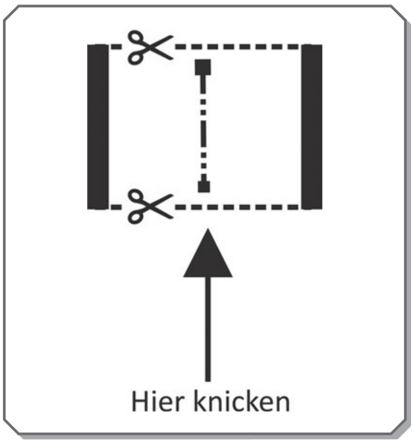
Beschreibung der Aufgabe

Die Kinder legen verschiedene Grundmuster der Grundmusterlänge 3 aus den Buchstaben A und B. Sie sollen durch strukturiertes Vorgehen herausfinden, wie viele verschiedene Grundmuster sich mit zwei Buchstaben und der Grundmusterlänge 3 finden lassen. Anschließend erklären und begründen die Kinder ihr Vorgehen.
Hinweis: Jeder Buchstabe kann mehrfach verwendet werden. Außerdem wird ihre Reihenfolge berücksichtigt; AB und BA sind somit zwei unterschiedliche Muster. Weitere Infos auf der Lösungsseite.

Durch die Musterbrille betrachtet

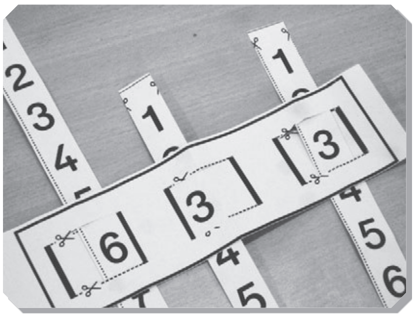
Der Einstieg in die Aufgabe erfolgt mit den Buchstaben A und B und der Grundmusterlänge 2. Es wird erarbeitet, dass AB und BA unterschiedliche Grundmuster sind und dass die Buchstaben mehrmals verwendet werden können. Wenn die gefundenen Grundmuster auf dem Tisch klug strukturiert bzw. geordnet werden, ist klar zu erkennen, ob alle Möglichkeiten gefunden worden sind (siehe Lösungsblatt). Die Kinder sollen unbedingt erklären, warum sie sicher sind, alle möglichen Grundmuster gefunden zu haben:
„Zeige und begründe mir, dass wir alle möglichen Grundm…“

Impulse, Differenzierung und Weiterführung



Der Einstieg in das Thema erfolgt über einen stillen Impuls (Zahlenschlösser) und ihre Funktionsweise. Stellen Sie anschließend gemeinsam mit den Kindern *ihre* Zahlenschlösser her. Lassen Sie die Kinder hierfür in der Mitte der Ziffernfeldern (an der Markierung, Strich-Punkt-Line) einen Knick machen, sodass die gestrichelten Linien übereinanderliegen. Diese schneiden die Kinder bis zur dicken Linie ein und schieben dann den Zahlenstreifen durch die Schlitze.

Die Kinder sollen nur die Lösungen für die Ziffern 3 und 6 finden. Beim Finden von Lösungen schreiben viele Kinder ihre Lösungen sofort nieder, ohne die Hilfe des Zahlenschlosses zu nutzen. Bei fast allen sind unstrukturierte Vorgehensweisen zu beobachten, auch sind viele Lösungen doppelt. Nach einer Zwischenreflexion, in der mit den Kindern Vorgehensweisen erarbeitet werden, bei denen das Zahlenschloss eine Hilfe darstellt, finden die meisten Kinder einen strukturierten Zugang, um alle Lösungen zu finden. Das Zahlenschloss gibt zudem die Hilfe, dass alle Ziffern mehrfach vorkommen können, was auch der Erfahrungswelt der Kinder entspricht (die meisten kennen Zahlenschlösser).



Impulse für das Finden und die Reflexion:

- *„Wie bist du vorgegangen?"*
- *„Wie viele Möglichkeiten kannst du finden, bei denen an erster Stelle die Drei steht?"*
- *„Wie viele Möglichkeiten kannst du finden, bei denen vorn und in der Mitte die Drei steht?"*
- *„Finde nun alle Möglichkeiten, bei denen vorn (und in der Mitte) eine Sechs steht."*
- *„Wie kannst du es geordnet aufschreiben?"*
- *„Kannst du es auch anders sortieren und aufschreiben?"*

Die Kinder schreiben ihre Lösungen in ihr Heft. In der Schlussreflexion erklären die Kinder ihre Vorgehensweise; die Lösungen werden nach den Mustern der Kinder an die Tafel geschrieben.

In der zweiten Stunde suchen die Kinder alle Kombinationsmöglichkeiten für die Ziffern 3, 6 und 9. Hier bietet es sich an, dass die Kinder in Gruppen ein Plakat herstellen und die Lösungen präsentieren. AB 3 dient als Differenzierung.

Weiterführung: Schlossknackerspiel (AB 5)
Gespielt wird zu zweit, die Kinder vereinbaren, welche Ziffern vorkommen. Ein Kind notiert geheim eine Kombination mit den vereinbarten Ziffern. Das andere Kind schreibt einen Tipp in ein Feld. Als Rückmeldung bekommt es, wie viele Ziffern an der richtigen Stelle stehen (Anzahl von „X") und wie viele Ziffern richtig sind, aber an der falschen Stelle (Anzahl von „O"). Danach probiert es eine andere Kombination aus und bekommt eine Rückmeldung.

- *„Wie viele Versuche brauchst du, um die richtige Kombination zu finden?"*
- *„Wie bist du vorgegangen, um schnell alle Kombinationen zu finden?"*
- *„Kannst du auch anders vorgehen?"*

mit den Ziffern 3, 6

3 3 3	3 3 6
3 6 3	3 6 6
6 3 3	6 3 6
6 6 3	6 6 6

mit den Ziffern 3, 6, 9

3 3 3	3 3 6	3 3 9
3 6 3	3 6 6	3 6 9
3 9 3	3 9 6	3 9 9

6 3 3	6 3 6	6 3 9
6 6 3	6 6 6	6 6 9
6 9 3	6 9 6	6 9 9

9 3 3	9 3 6	9 3 9
9 6 3	9 6 6	9 6 9
9 9 3	9 9 6	9 9 9

lf Kampmann: Muster und Strukturen – Klasse 1/2
Auer Verlag

Impulse, Differenzierung und Weiterführung

Die Kinder sollen verstehen, dass zwischen zwei verschiedenen Größen eine Beziehung bestehen kann. Nach Lorenz (2011, 15) befinden sich Kinder oft in Situationen, „in denen proportionale Zusammenhänge vorliegen, die diese aber nicht mit Mathematik in Verbindung bringen".
Spielen Sie die erste Situation von AB 6 mit den Kindern nach. Impulse:

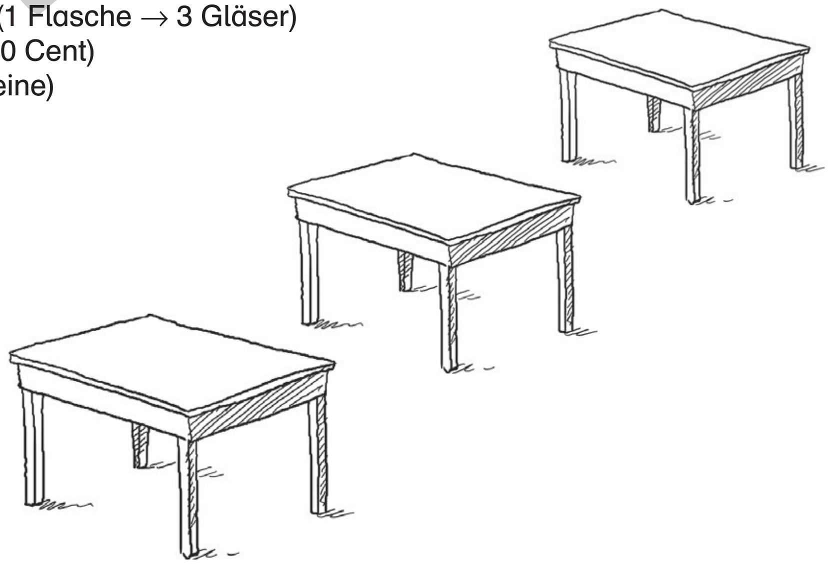
- *„Wie viele Tische kommen immer hinzu?"*
- *„Wie viele Kinder kommen immer hinzu?"*
- *„Wenn ich vier Tische habe, wie viele Kinder sitzen dann im Klassenraum?"*
  (Blick auf den Zusammenhang der Wertepaare)
- *„Wenn ich immer einen Tisch mehr in den Klassenraum stelle, wie viele Kinder können dann immer dazukommen?"* (Blick auf den Veränderungsaspekt, den funktionalen Zusammenhang)

Auf den ABs sollen die Kinder in die Pfeile die jeweiligen Veränderungen eintragen. Durch das Malen der Perlen auf dem RR wird der Veränderungsaspekt zusätzlich verdeutlicht. Auf dem AB 30 wird ein Tisch in zwei verschiedene Beziehungen gesetzt; einmal zu der Anzahl der Kinder, dann zu der Anzahl der Tischbeine. Genaugenommen könnten beide Werte in einer Tabelle stehen, aber dazu müsste vorausgesetzt werden, dass die Kinder mit Spalten und Zeilenüberschriften, mit einer einfachen Schließtabelle, umgehen können.

Differenzierung:
- Die Kinder lösen die Aufgaben auf AB 6 und 7 in Partnerarbeit mit RR.
  Ein Kind schiebt die Anzahl der Tische, das andere Kind schiebt die Anzahl der Kinder.
- Die Kinder finden selber Beziehungen von zwei Größen und setzen sie in Verbindung, erarbeiten den Bezug der Wertepaare und den Veränderungsaspekt.
- Die Kinder nutzen das AB 31, oder sie erstellen selber die Tabellen im Heft.
- Die Kinder haben eigene Ideen oder nutzen die Ideensammlung unten.

- *„Nutze die Ideen-Sammlung."*

Ideen-Sammlung für Beziehungen:
- Schritte – Meter (3 Kinderschritte → 1 Meter)
- Autos – Räder
- Fahrräder – Räder
- Orangensaft – Anzahl Flaschen (1 Flasche → 3 Gläser)
- Bonbons – Cent (5 Bonbons → 10 Cent)
- Spinne – Beine (1 Spinne → 8 Beine)
- Hund – Beine



Autos	Räder
1	4
+1	+4

lf Kampmann: Muster und Strukturen – Klasse 1/2
Auer Verlag