

Spielerische Aufgaben zu Symmetrien

Hendrik Josch – Pieper, Bottrop



Foto: Pixelio

In diesem Beitrag lernen die Schüler den Umgang mit Achsen- und Punktsymmetrie kennen. Dieser wird abschließend mit kooperativem Lernen anhand eines Spieles vertieft.

Klasse	5/6
Dauer	6 Stunden
Inhalt	Achsen-, und Punktsymmetrie grundlegende Verfahren zur Spiegelung bzw. Vervollständigung von Figuren
Kompetenzen	spiegeln einfache ebene Figuren zeichnerisch (K6), verwenden die Begriffe <i>Abstand</i> , <i>Winkel</i> , achsensymmetrisch und punktsymmetrisch zur Beschreibung ebener Figuren (K2)
Ihr Plus	Kooperatives Lernen nach dem Ich-Du-Wir-Prinzip; die Schülerinnen und Schüler erstellen ihre eigenen Anleitungen, Symmetrie-Spiel

Didaktisch-methodische Hinweise

Einstieg

Wie sieht das vollständige Bild aus?

Beginnen Sie die Unterrichtseinheit mit einem Bild: dem Bild eines Schmetterlings, dem ein Teil des Flügels fehlt (Folienvorlage M 1). Die Schülerinnen und Schüler sollen das Bild vervollständigen.



Foto: Pixelio

Intuitiv stellt man fest, dass der fehlende Teil des Flügels dem anderen Teil entsprechen muss. Er gleicht ihm in gewisser Weise.

Die Schülerinnen und Schüler sollen beschreiben, wie sie vorgehen, um die einzelnen Bildpunkte zu finden. Lassen Sie sie ihre Gedanken für andere transparent darstellen und auch stichpunktartig aufschreiben.

Die Achsensymmetrie

Eine mögliche Antwort wäre, dass der Schmetterling scheinbar aus zwei Hälften zusammengesetzt ist. Die Figur ist **achsensymmetrisch**. Solche Formen findet man in der Natur häufig.

Basteln lassen sich achsensymmetrische Figuren recht einfach. Man nimmt ein Stück Papier und faltet es ein paar Mal. Man schneidet mit der Schere Ecken ab und klappt das Papier anschließend wieder auseinander. Die Falze sind die Symmetrieachsen der entstehenden Figur.

Das Ich-Du-Wir-Prinzip

Übergeordnetes Ziel dieser Unterrichtsreihe ist es, die **Konstruktionsschritte anderen erklären** zu können. Die Schülerinnen und Schüler fertigen selbst Anleitungen, die ihre Konstruktionsschritte beschreiben.

Dabei gehen sie am besten nach der Ich-Du-Wir-Methode (Think – Pair – Share) der Schweizer Didaktiker Peter Gallin und Urs Ruf vor.

Ich (Think): Individuelles Arbeiten

Die Schülerinnen und Schüler machen sich **eigenständig** mit der Problemstellung vertraut. Sie stellen Bezüge zu ihrem Vorwissen her, entwickeln erste Ideen und erproben eigene Lösungsstrategien. Gleichzeitig identifizieren sie Lücken und Hemmnisse, die sie persönlich haben.

Du (Pair): Austausch mit einem Partner (z.B. dem Banknachbarn)

Man arbeitet mit einem Partner. Dabei wechseln die Rollen zwischen Informant und Zuhörer. Man fragt bei Bedarf nach. Die Partner helfen sich gegenseitig bei der Klärung offener Fragen und diskutieren strittige Punkte. Gemeinsam arbeiten sie an der Optimierung des Lösungsweges.

Square: Diese Phase können Sie einschieben, um den Lernenden die Möglichkeit zu geben, ihre Ergebnisse zunächst im kleinen Kreis vorzustellen. Dies baut Hemmschwellen bei der Präsentation im Plenum ab. Jeweils zwei Gruppen vergleichen ihre Ergebnisse und einigen sich auf eine gemeinsame Präsentation.

Wir (Share): Kommunikation im Klassenteam

Die Resultate werden im Klassenplenum präsentiert und diskutiert. Aus den Beiträgen aller erarbeitet die Klasse ein gemeinsames Ergebnis.

Mit der Methode *Ich – Du – Wir* vermeiden Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler rein mechanisch zeichnen. Die Lernenden müssen ihre **Gedanken strukturieren** und sich ihr Vorgehen bewusst machen, um es erklären zu können. Durch Ausprobieren der Anleitungen ihrer Mitschüler und Diskussion gelangen sie zu allgemein verständlichen und eindeutigen Begrifflichkeiten. Sie, die Lehrerin oder der Lehrer, erreichen ein nachhaltigeres Verständnis des Symmetriebegriffs als durch Frontalunterricht.

Lassen Sie die Schülerinnen und Schüler als Hausaufgabe Beispiele für symmetrische Figuren sammeln. Dabei können sie im Haushalt symmetrische Gegenstände oder Werkzeuge aufstöbern. Aber auch bei einem Spaziergang durch den Wald oder übers Feld gibt es viel Symmetrisches zu entdecken. Und wer in der Stadt wohnt, fotografiert symmetrische Bauwerke.

Vorbereitung des Spiels

Als Spielfiguren nutzen die Schülerinnen und Schüler einfache Holzfiguren. Oder jeder Spieler verwendet einen kleinen Gegenstand aus dem Mäppchen (Radiergummi, Anspitzer, Kappe des Füllers). Ein Würfel wird nicht benötigt, da die Anzahl der Felder, die man bei richtiger Antwort weiterziehen darf, auf den Spielkarten angegeben ist.

Den Spielplan müssen Sie für jede Spielgruppe einmal farbig auf A3 ausdrucken.

Die Spielkarten kopieren Sie für jede Gruppe einmal und laminieren sie, damit sie nicht so schnell kaputtgehen. Machen Sie die Spielgruppen nicht zu groß! Optimal sind Dreier-Gruppen.



Das Symmetrie-Spiel – trainieren Sie die soziale Kompetenz!

Das Spiel bietet einen abwechslungsreichen Abschluss der Unterrichtsreihe. Es setzt allerdings voraus, dass Sie **beide Symmetrietypen behandelt** haben. Ist dies nicht der Fall, müssen Sie es entsprechend abwandeln. Als alternative Siegbedingung können Sie eine Spielzeit festlegen. Dann gewinnt der Spieler, der am weitesten vorgerückt und dem Ziel am nächsten gekommen ist.

Das Spiel **trainiert soziale Kompetenz**: Es kommt darauf an, das neue Wissen zur Symmetrie parat zu haben und möglichst viele Fragen richtig zu beantworten. Aber man muss auch beurteilen, ob die Antworten der Mitspieler richtig sind. Ist dies strittig, muss man argumentieren. Zuhören und Widersprüche in der Argumentation des anderen aufdecken ist genauso wichtig wie die präzise Formulierung der eigenen Ansicht.

Spielerisches Lernen ist nach Pestalozzi ein Schlüssel zu nachhaltigem Lernerfolg. Was überhaupt keinen Spaß gemacht hat, vergisst man dagegen schnell wieder.

Auf einen Blick

Stunde 1/2 Die Achsensymmetrie

- M 1 (Fo) Schmetterling
M 2 (Ab/Ha) Ergänze! – Ein Verfahren zur Achsenspiegelung entwickeln
M 3 (Ab/Ha) Maskenball – hier ist der Fachmann gefragt!

Stunde 3/4 Die Punktsymmetrie

- M 4 (Fo) Spielkarte
M 5 (Ab) Punkt, Punkt, Komma, Strich... – die Punktspiegelung
M 6 (Ab) Das verrückte L – die Punktspiegelung anwenden

Stunde 5/6 Ein Spiel zur Symmetrie – die zwei Symmetrieverfahren üben

- M 7 (Vo) Das Symmetrie – Spiel
M 8 (Vo) Die Anleitung zum Symmetrie – Spiel
M 9 (Sk) Die Spielkarten zum Symmetrie – Spiel

Legende Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; Fo: Folie; Vo: Vorlage; Ha: Hausaufgaben; Sp: Spielplan; Sk: Spielkarten

Die Lösungen zu den Materialien finden sie ab Seite 29.

VORSCHAU

Schmetterling

M 1

VORSCHAU

M 2 Ergänze! – Ein Verfahren zur Achsenspiegelung entwickeln

Bestimmt kannst du erkennen, was auf den Bildern abgebildet ist. Aber da fehlt doch ein Stück! Hast du eine Idee, wie du die fehlenden Teile ergänzen kannst?

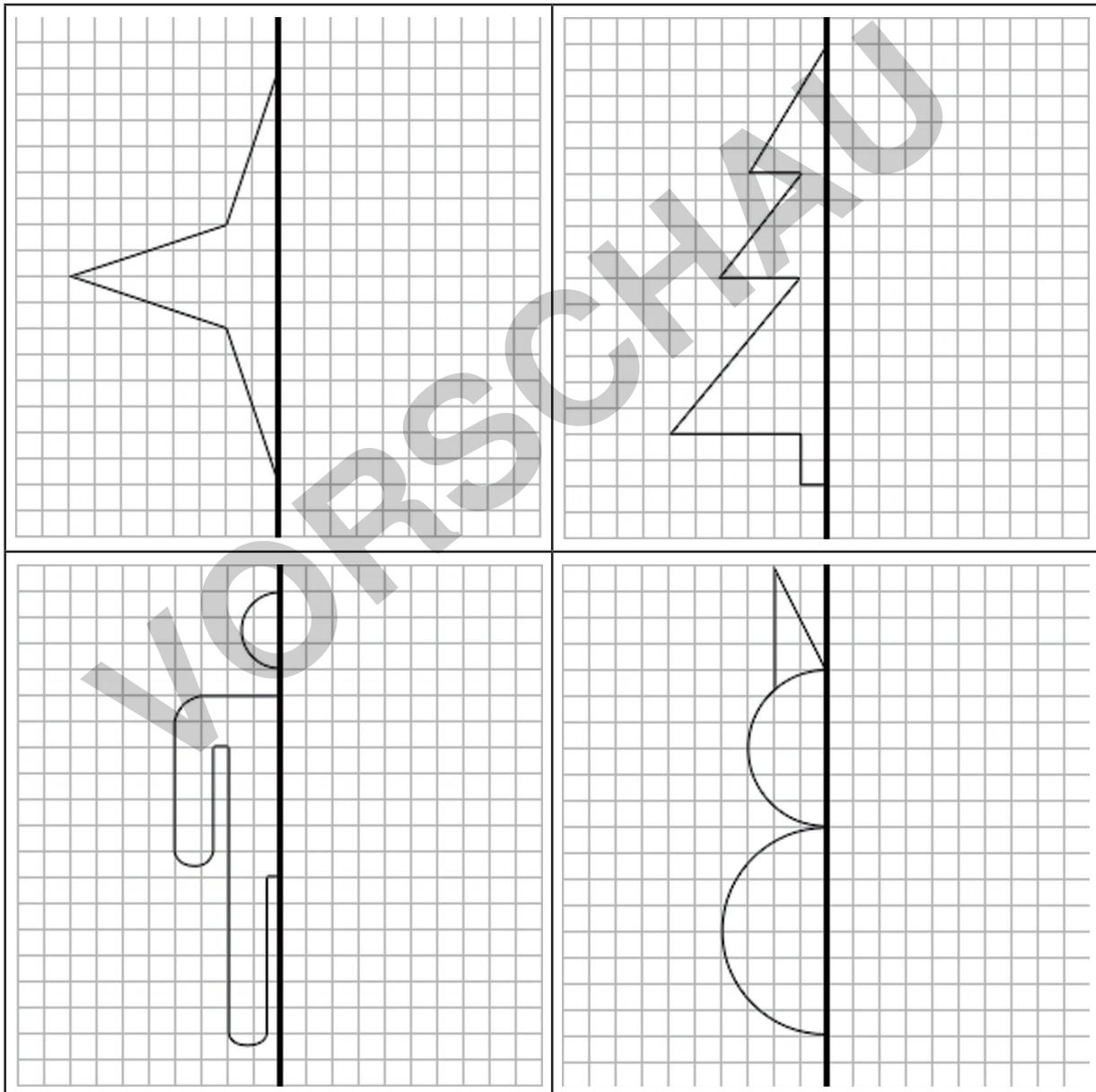
Aufgabe 1

a) *Probiere deine Idee aus. Erstelle für 2 Figuren (1 + 3 oder 2 + 4) ein vollständiges Bild.*

Tipp 1 Du benötigst einen spitzen Stift und ein Geodreieck.

Tipp 2 Schaue dir die Abstände der Figuren zur Linie genau an.

Tipp 3 Die anderen beiden Figuren übernimmt dein Partner.



b) *Schreibe in dein Heft, wie du vorgegangen bist. Strukturiere deine Gedanken (Schritt 1, Schritt 2 usw.), sodass dein Partner die Anleitung versteht.*

Für Experten

a) Raute, Trapez und Drachen – mache dir erst einmal klar, wie diese Figuren aussehen.

Wie unterscheiden sie sich voneinander?

e) Zeichne sie mit ihren (eventuellen) Symmetrieachsen. Die Achse(n) zeichnest du rot.



Hinweise (M 2)

Die Figuren sind unterschiedlich schwer zu vervollständigen. Den Stern und den Weihnachtsbaum kann man leicht erstellen. Man benötigt nur wenige Punkte, um die Figur achsensymmetrisch zu ergänzen. Die Rundungen der weiteren Figuren erfordern dagegen mehr Geschick. Man muss sorgfältig diejenigen Punkte auswählen, die auf dem Karoraster liegen und sich daher leicht spiegeln lassen. Beim Schmetterling und der Flugzeug-Figur, der Zusatzaufgabe für Experten, muss man sehr **viele Punkte übertragen**, um die Figur ganz genau achsensymmetrisch vervollständigen zu können.

Geben Sie vor, dass man auch eine Figur **aus der unteren Zeile** wählen muss (Figur 1 und 3 oder Figur 2 und 4). Dadurch zwingen Sie die Schülerinnen und Schüler, sich auch mit den runden Elementen der Figuren auseinanderzusetzen. Begrenzen Sie die **Zeit auf circa zehn Minuten**. Fehlt diese Zeitvorgabe, werden die Lernenden vermutlich alle sechs Vorlagen vervollständigen.

Konstruktionsprotokolle erstellen

Lassen Sie die Schülerinnen und Schüler ihre Vorgehensweise aufschreiben. Die Schülerinnen und Schüler abstrahieren dabei von der konkreten Zeichnung. Sie überführen ihre **intuitive Vorstellung** in ein allgemeines Verfahren zur Achsenspiegelung von Figuren. Sie formulieren Arbeitsschritte, die zu einer vollständigen Figur führen und die immer durchzuführen sind.

Ein Verfahren zur Achsenspiegelung

Folgendermaßen kann man vorgehen, um die Figuren zu vervollständigen:

- **Einzelne Punkte** der vorgegebenen Figur übertragen, indem man auf der Spiegelachse das Lot durch den Punkt errichtet, die Kästchen vom Punkt zur Spiegelachse zählt und auf der gegenüberliegenden Seite der Spiegelachse in gleichem Abstand den Bildpunkt einzeichnet
- Die **kürzeste Entfernung** zwischen den einzelnen markanten Punkten der Urfigur und der Spiegelachse messen und auf die andere Seite übertragen; die Bildfigur entsteht durch die Verbindung der übertragenen Bildpunkte.
- Das **Papier längs der Spiegelachse falten**; anschließend wird die Urfigur mit einem Bleistift durch das Papier gedrückt und später auf der richtigen Seite nachgezeichnet.

Der Austausch des Blattes mit einem Partner ist der erste Schritt, um sich mit den Ideen eines anderen Schülers auseinanderzusetzen. Man muss die Anleitung nachvollziehen und genau nach Anweisung Bildpunkte konstruieren.

Moderieren Sie am Ende den Erfahrungsaustausch. Besprechen Sie die Vorgehensweisen, die vorgeschlagen worden sind. Arbeiten Sie **Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Verfahren** heraus. Fragen Sie: War es leicht, sich in der gedanklichen Welt der Mitschülerin oder des Mitschülers zurechtzufinden?

Mögliche Kritikpunkte an den Anleitungen der Schülerinnen und Schüler sind:

- Anleitung war ungenau, es fehlten Arbeitsschritte.
- Die Konstruktionsschritte waren logisch falsch, sie führten nicht zum richtigen Ergebnis.

M 4

Spielkarte

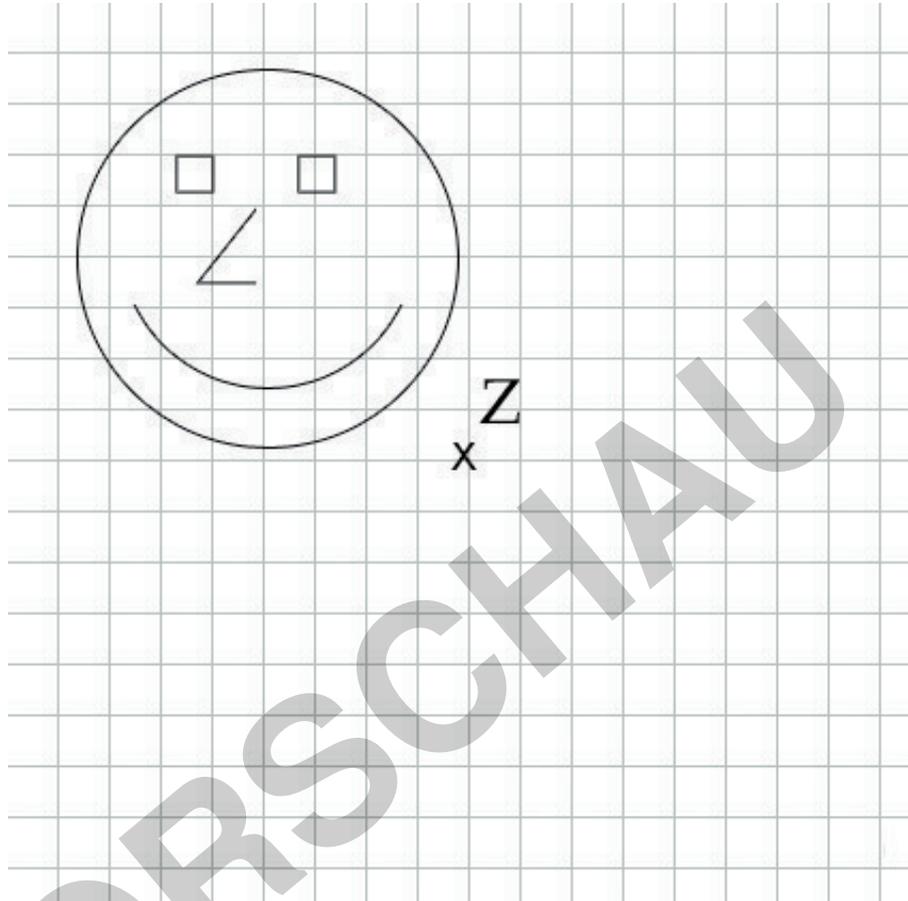
VORSCHAU



Punkt, Punkt, Komma, Strich ... – die Punktspiegelung

M 5

Ein an Z gespiegelter Mond sieht lustig aus. Probiere es aus.



Aufgabe

- Spiegele das Bild am Punkt Z. Verwende für die Bildfigur einen farbigen Stift.
- Halte in deinem Heft in Form einer Anleitung fest, wie die vorgegangen bist.

Tipps

Deine Anleitung soll maximal vier Arbeitsanweisungen umfassen.

Schreibe mit Bleistift, damit du später vielleicht noch Korrekturen vornehmen kannst.

Nimm dein Geodreieck zur Hilfe.

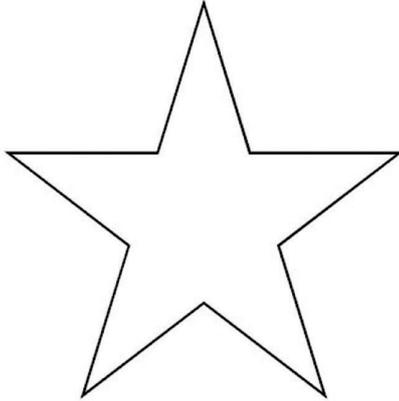
- Tausche dein Heft mit deinem Nachbarn. Sie oder er soll nach deinem Rezept die Figur in M 4 spiegeln.

Tipps

Halte dich genau an die Vorgaben deines Nachbarn. Verwende nur die angegebenen Arbeitsschritte. Gehe genau in der Reihenfolge vor, die dein Nachbar vorschreibt.

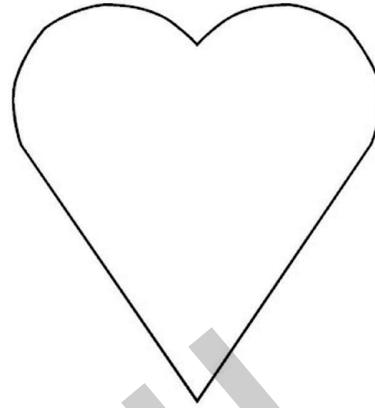
23. Ist diese Figur punkt-symmetrisch? Antwort richtig?

Gehe ein Feld vor.



24. Ist diese Figur punkt-symmetrisch? Antwort richtig?

Gehe ein Feld vor.



25. Welchen Abstand haben P und P' bei einer Punktspiegelung jeweils vom Spiegelzentrum Z?

Alles richtig? Gehe zwei Felder vor.

26. Gib eine genaue Beschreibung zur Punktspiegelung einer Figur an. Deine Mitspieler müssen genau kontrollieren.

Wurde die Anleitung richtig wiedergegeben?

Dann darfst du drei Felder vor.

27. Ist die Punktspiegelung eine spezielle Drehung?

Um welchen Winkel müsste dann jeweils gedreht werden?

Antwort O.K.? Gehe ein Feld vor.

28. Erkläre genau: Was ist eine punktsymmetrische Figur?

Sind deine Mitspieler mit deiner

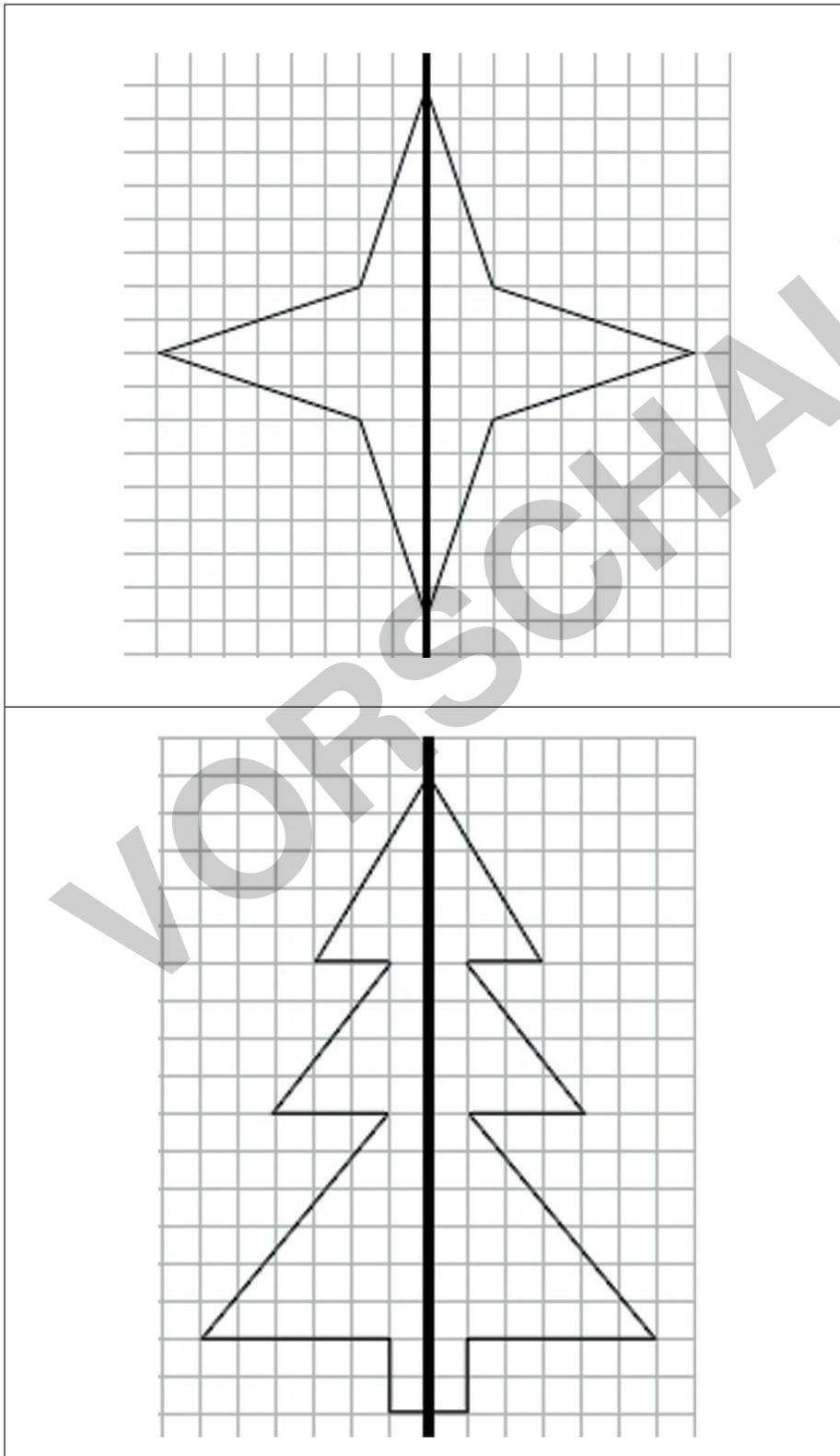
Erklärung einverstanden?

Dann gehe zwei Felder vor.

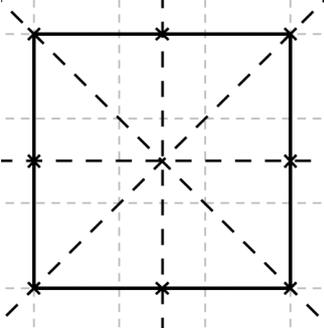
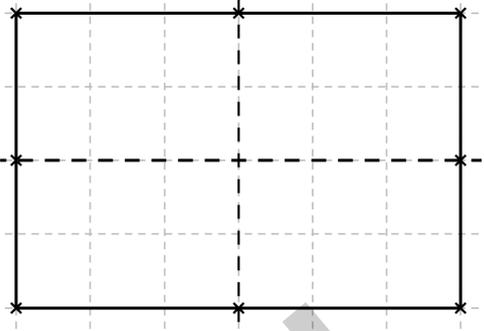
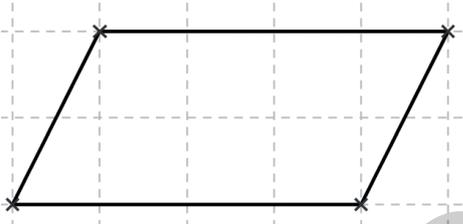
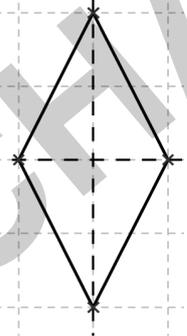
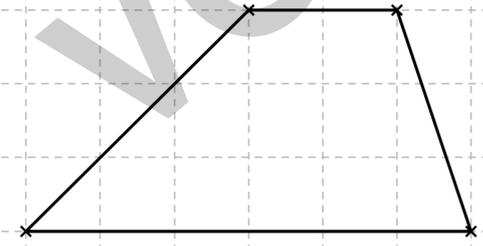
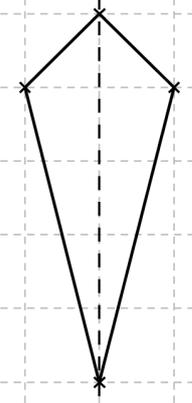
Lösungen

Lösung (M 2) Ergänze! – Ein Verfahren zur Achsenspiegelung

Aufgabe 1 (+ Für Experten)



Aufgabe 3 (+ Für Experten)

<p>Quadrat: 4 Symmetrieachsen</p> 	<p>Rechteck: 2 Symmetrieachsen</p> 
<p>Parallelogramm: keine Symmetrieachse</p> 	<p>Raute: 2 Symmetrieachsen</p> 
<p>Trapez: keine Symmetrieachse</p> 	<p>Drachen: 1 Symmetrieachse</p> 

Unterschiede zwischen Raute und Drachen

- Die Raute hat eine Symmetrieachse mehr.
- Die Raute hat vier gleich lange Seiten.

Lösung (M 5/ 6) Punkt, Punkt, Komma, Strich und das verrückte L

1. Ich wähle den Punkt aus, der gespiegelt werden soll.
2. Ich lege das Geodreieck mit der Null auf das Spiegelzentrum Z, sodass der Punkt auf der Grundkante des Geodreiecks liegt.
3. Jetzt messe ich den Abstand des Punktes zur Null des Geodreiecks, d.h. zum Zentrum der Spiegelung, und trage diesen Abstand auf der anderen Seite des Geodreiecks ab.
4. Ich markiere den Punkt und habe den Bildpunkt konstruiert.

