

Rationale Zahlen I (Best. Nr. 3522)

Dieses Modul ist der erste von zwei Teilen zum Thema der rationalen Zahlen.

Behandelt werden folgende Themen:

1. Bruchteile
 - Einführung von Brüchen
 - grafische Veranschaulichung
2. Kürzen und Erweitern
3. Rationale Zahlen
 - Brüche als Quotienten
 - Brüche an der Zahlengeraden
 - Vergleichen und Ordnen von Brüchen
 - Einführung der Menge der rationalen Zahlen
4. Bruchteile von Größen
5. Addition und Subtraktion von Brüchen
6. Multiplikation und Division von Brüchen

Gearbeitet wird in dieser Einheit ausschließlich im Bereich der positiven rationalen Zahlen.

Zu jedem Kapitel gibt es eine Hinführung, die das entsprechende Wissen einführt, mehrere Arbeits- und Lösungsblätter mit Übungsaufgaben, eine zusammenfassende Folie, eine Lernzielkontrolle und weiterführende Internetlinks, über die Videos und interaktive Übungen zum Thema erschlossen werden können.

Autorin und Verlag wünschen viel Freude beim Einsatz dieses Materials im Unterricht.

Gesamtdatei	
001_RZahlI.ges	Alle Dateien in Folge
1. Bruchteile	
002_RZahlI1.arb	Arbeitsblatt - Kuchenprobleme
003_RZahlI2.loe	Lösungsblatt - Kuchenprobleme
004_RZahlI3.hin	Hinführung - Bruchteile
005_RZahlI4.arb	Arbeitsblatt - Bruchteile
006_RZahlI5.loe	Lösungsblatt - Bruchteile
007_RZahlI6.fol	Folie - Zusammenfassung
008_RZahlI7.lzk	Lernzielkontrolle - Bruchteile
009_RZahlI8.lzl	Lösung zur Lernzielkontrolle
010_RZahlI9.int	Weiterführende Internetlinks
2. Kürzen und Erweitern	
011_RZahlI10.arb	Arbeitsblatt - Merkwürdige Brüche
012_RZahlI11.loe	Lösungsblatt - Merkwürdige Brüche
013_RZahlI12.hin	Hinführung - Kürzen und Erweitern
014_RZahlI13.arb	Arbeitsblatt - Kürzen und Erweitern
015_RZahlI14.loe	Lösungsblatt - Kürzen und Erweitern
016_RZahlI15.fol	Folie - Zusammenfassung
017_RZahlI16.lzk	Lernzielkontrolle - Kürzen und Erweitern
018_RZahlI17.lzl	Lösung zur Lernzielkontrolle
019_RZahlI18.int	Weiterführende Internetlinks

3. Rationale Zahlen

020_RZahlI19.arb	Arbeitsblatt - In der Pizzeria
021_RZahlI20.loe	Lösungsblatt - In der Pizzeria
022_RZahlI21.hin	Hinführung - Rationale Zahlen
023_RZahlI22.arb	Arbeitsblatt - Rationale Zahlen
024_RZahlI23.loe	Lösungsblatt - Rationale Zahlen
025_RZahlI24.fol	Folie - Zusammenfassung
026_RZahlI25.lzk	Lernzielkontrolle - Rationale Zahlen
027_RZahlI26.lzl	Lösung zur Lernzielkontrolle
028_RZahlI27.int	Weiterführende Internetlinks

4. Bruchteile von Größen

029_RZahlI28.hin	Hinführung - Bruchteile von Größen
030_RZahlI29.arb	Arbeitsblatt - Bruchteile von Größen
031_RZahlI30.loe	Lösungsblatt - Bruchteile von Größen
032_RZahlI31.int	Weiterführende Internetlinks

5. Addition und Subtraktion von Brüchen

033_RZahlI32.arb	Arbeitsblatt - Auf dem Weg in den Urlaub
034_RZahlI33.loe	Lösungsblatt - Auf dem Weg in den Urlaub
035_RZahlI34.hin	Hinführung - Addition und Subtraktion
036_RZahlI35.arb	Arbeitsblatt - Addition und Subtraktion
037_RZahlI36.loe	Lösungsblatt - Addition und Subtraktion
038_RZahlI37.fol	Folie - Zusammenfassung
039_RZahlI38.lzk	Lernzielkontrolle - Addition und Subtraktion
040_RZahlI39.lzl	Lösung zur Lernzielkontrolle
041_RZahlI40.int	Weiterführende Internetlinks

6. Multiplikation und Division von Brüchen

042_RZahlI41.arb	Arbeitsblatt - Bruchknobeilen
043_RZahlI42.loe	Lösungsblatt - Bruchknobeilen
044_RZahlI43.hin	Hinführung - Multiplikation Division
045_RZahlI44.arb	Arbeitsblatt - Multiplikation Division
046_RZahlI45.loe	Lösungsblatt - Multiplikation Division
047_RZahlI46.fol	Folie - Zusammenfassung
048_RZahlI47.lzk	Lernzielkontrolle - Multiplikation Division
049_RZahlI48.lzl	Lösung zur Lernzielkontrolle
050_RZahlI49.int	Weiterführende Internetlinks

Die dreistelligen Buchstabenkombinationen am Ende der Kurz-Dateinamen bedeuten:

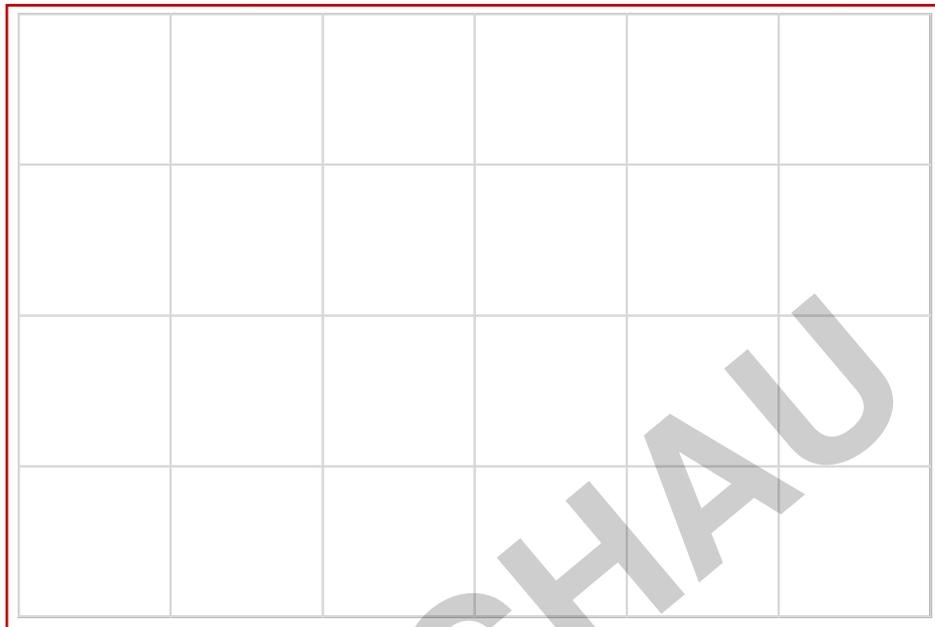
- *.hin Hinführung
- *.arb Arbeitsblatt
- *.loe Lösungsblatt
- *.fol Folie
- *.lzk Lernzielkontrolle
- *.lzl Lösung zur Lernzielkontrolle
- *.int Weiterführende Internetlinks
- *.ges Gesamtdatei



Kuchenprobleme

Aufgabe

Tanja hat einen Blechkuchen gebacken und möchte nun ihre Freunde Jenny, Andrea, Mariam, Jens und Markus einladen. Sie überlegt sich, wie der Kuchen am besten aufgeteilt werden könnte.



- a. Überlege, wie das Kuchenblech aufgeteilt werden könnte, damit alle 6 gleich viel vom Kuchen erhalten.

Das „Kuchenblech“ oben ist zur Hilfe mit einem Gitternetz in kleine Kuchenstücke unterteilt. Ermittle, wie viele Stücke jeder bekommen muss.

Jeder bekommt _____ von insgesamt _____ Kuchenstücken.

Überlege dir möglichst verschiedene Wege, wie du den Kuchen schneiden könntest.

Zeichne das Kuchenblech mehrmals auf ein Blatt Papier, schneide es aus und probiere verschiedene Wege aus.

Zeichne eine der Schnittvarianten oben in die Zeichnung ein.

- b. Jens und Markus sind meist deutlich hungriger als die Mädels. Deshalb sollen sie nun jeweils doppelt so viel wie die Mädels bekommen. Beschreibe, wie der Kuchen dann aufgeteilt werden sollte.

Zeichne dafür eine Schnittvariante oben in die Zeichnung ein.

Berechne, wie viele Kuchenstücke nun jeder bekommt.

Markus und Jens bekommen je _____ von insgesamt _____ Kuchenstücken.

Tanja, Jenny, Andrea und Mariam bekommen je _____ von insgesamt _____ Kuchenstücken.



Bruchteile



<http://office.microsoft.com/de-de/images/results.aspx> (cc0), 17.10.14, <http://pixabay.com/de/scherben-glasscherben-glas-scharf-8292/> (cc0), 21.03.15

Wenn man etwas Ganzes in Stücke bricht, wie oben im Bild das Glas, dann bekommt man? – Na klar: Bruchteile!

Ein Bruchteil in der Mathematik beschreibt einen Anteil an einem Ganzen. Im Eingangsbeispiel wurde ein Kuchen aufgeteilt und jeder bekam daran seinen Anteil. Wenn Jenny **4 von 24** Kuchenstücken erhält, dann kann man das als **Bruch** schreiben:

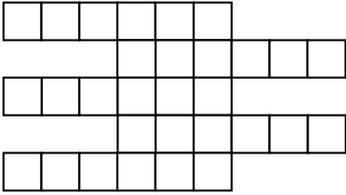
$$\begin{array}{l} \text{Zähler} \rightarrow \\ \text{Bruchstrich} \rightarrow \\ \text{Nenner} \rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{c} 4 \\ \hline 24 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{„Vier Vierundzwanzstel“} \\ \text{Bruch} \end{array}$$

Ein Bruch besteht aus dem **Zähler** und dem **Nenner**, die durch einen **Bruchstrich** getrennt untereinander geschrieben werden. Der **Nenner** gibt an, in wie viele gleiche Teile das betrachtete Ganze aufgeteilt wurde. (Im Beispiel wurde der ganze Kuchen in 24 Kuchenstücke aufgeteilt.) Der **Zähler** gibt an, wie viele dieser Teile den gewünschten Anteil bilden. (Im Beispiel besteht Jennys

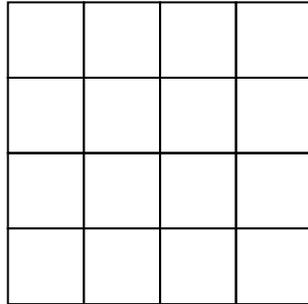
Aufgabe 3

Zeichne den jeweiligen Bruchteil in die Figur ein.

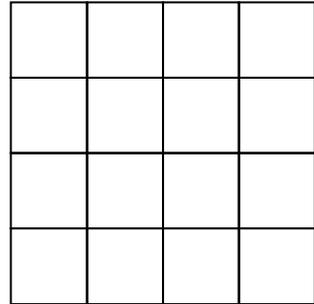
$$\frac{2}{5}$$



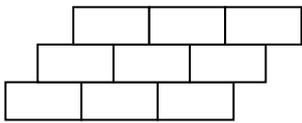
$$\frac{3}{8}$$



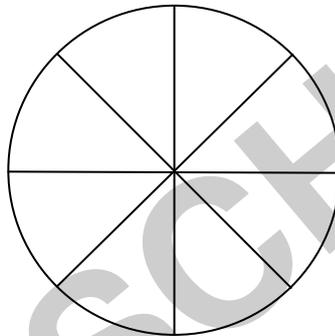
$$\frac{1}{4}$$



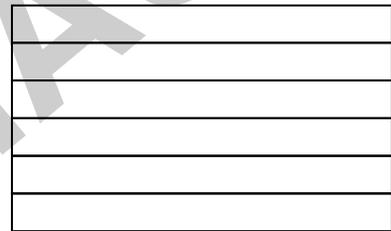
$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{6}{8}$$



$$\frac{6}{6}$$



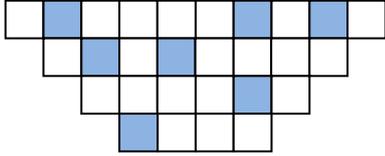


Bruchteile

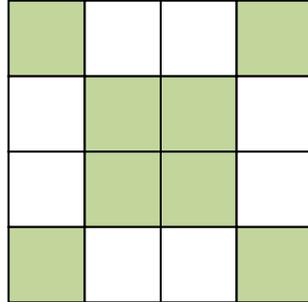
Üben, Üben, Üben

Aufgabe 1

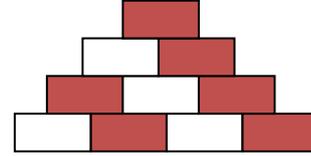
Berechne, welcher Bruchteil der Figur jeweils gefärbt ist.



$$\frac{7}{28}$$



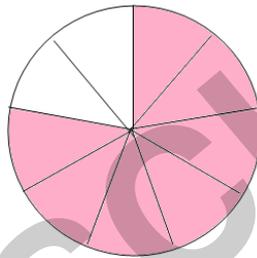
$$\frac{8}{16}$$



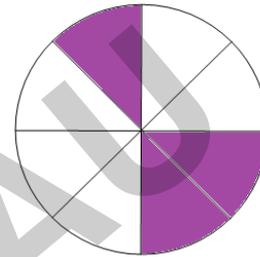
$$\frac{6}{10}$$



$$\frac{3}{6}$$



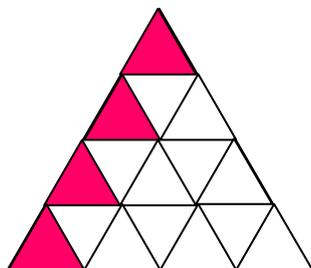
$$\frac{7}{9}$$



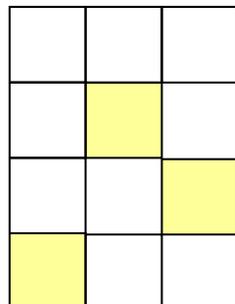
$$\frac{3}{8}$$

Aufgabe 2

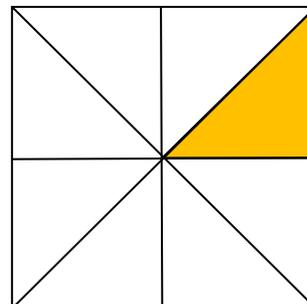
Untersuche, welcher Bruchteil der Figur jeweils gefärbt ist. Füge der Figur Unterteilungen hinzu, sodass du den Bruchteil passend angeben kannst.



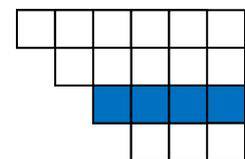
$$\frac{4}{16}$$



$$\frac{3}{12}$$



$$\frac{1}{8}$$



$$\frac{4}{18}$$

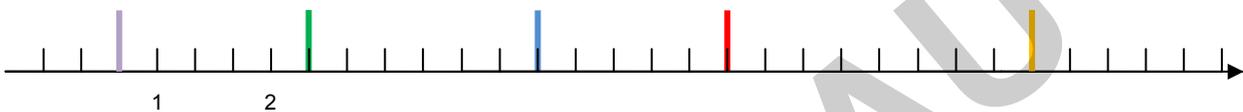
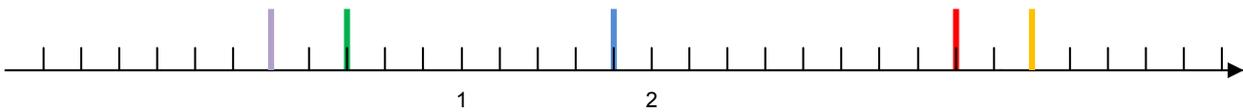


Rationale Zahlen

Üben, Üben, Üben

Aufgabe 1

Benenne die Bruchzahlen, die auf der Zahlengerade markiert sind. Gib die Zahlen, wenn möglich, auch als gemischte Zahlen an.



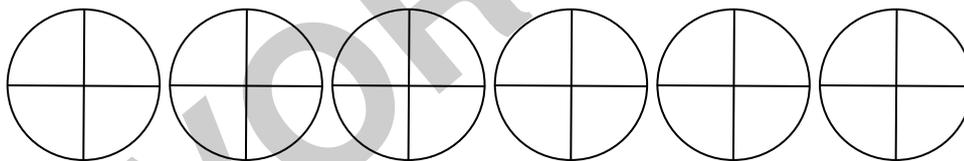
Aufgabe 2

Veranschauliche die folgenden gemischten Zahlen anhand der Zeichnungen.

$$2\frac{1}{3}$$



$$4\frac{3}{4}$$



Aufgabe 3

Ermittle, zwischen welchen benachbarten natürlichen Zahlen die folgenden Bruchzahlen liegen. (Tipp: Wandle die Bruchzahl in eine gemischte Zahl um.)

$$\underline{\quad} < \frac{7}{2} < \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} < \frac{17}{5} < \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} < \frac{45}{8} < \underline{\quad}$$

Aufgabe 4

Gib jeweils drei Bruchzahlen an, die zwischen den folgenden ganzen Zahlen liegen.

$$13 < \underline{\quad} < \underline{\quad} < \underline{\quad} < 15$$

$$7 < \underline{\quad} < \underline{\quad} < \underline{\quad} < 8$$

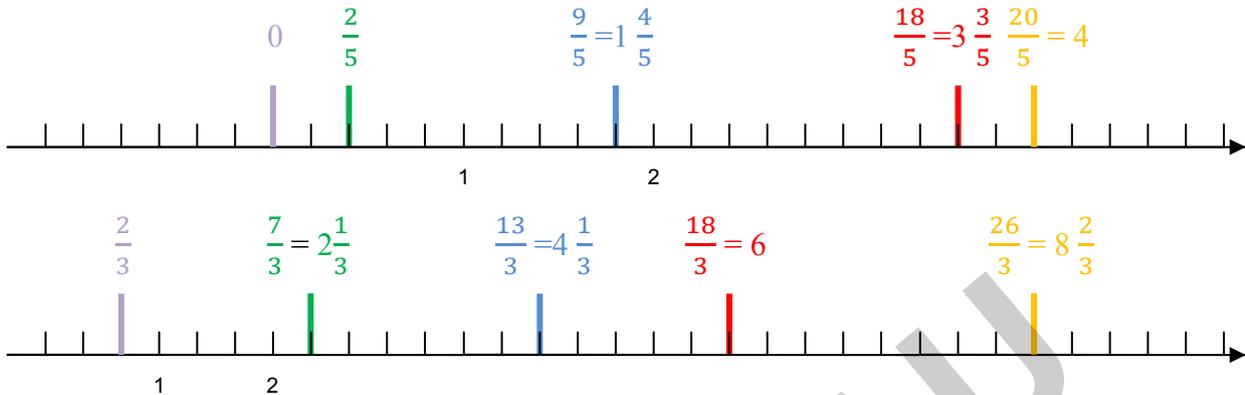


Rationale Zahlen

Üben, Üben, Üben

Aufgabe 1

Benenne die Bruchzahlen, die auf der Zahlengerade markiert sind. Gib die Zahlen, wenn möglich, auch als gemischte Zahlen an.



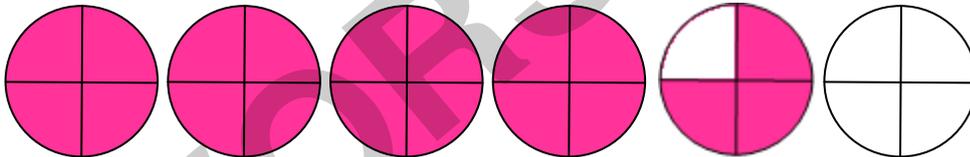
Aufgabe 2

Veranschauliche die folgenden gemischten Zahlen anhand der Zeichnungen.

$$2\frac{1}{3}$$



$$4\frac{3}{4}$$



Aufgabe 3

Ermittle, zwischen welchen benachbarten natürlichen Zahlen die folgenden Bruchzahlen liegen. (Tipp: Wandle die Bruchzahl in eine gemischte Zahl um.)

$$3 < \frac{7}{2} < 4$$

$$3 < \frac{17}{5} < 4$$

$$5 < \frac{45}{8} < 6$$

Aufgabe 4

Gib jeweils drei Bruchzahlen an, die zwischen den folgenden ganzen Zahlen liegen.

$$13 < \text{---} < \text{---} < \text{---} < 15 \quad 7 < \text{---} < \text{---} < \text{---} < 8$$

Offen.



Addition und Subtraktion von Brüchen

Auf einen Blick

Gleichnamige Brüche werden **addiert**, indem man die **Zähler addiert** und die **Nenner beibehält**.

Gleichnamige Brüche werden **subtrahiert**, indem man die **Zähler subtrahiert** und die **Nenner beibehält**.

Beispiele:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$$

Haben zwei Brüche **verschiedene Nenner**, müssen sie zunächst gleichnamig gemacht werden, bevor man sie addieren oder subtrahieren kann.

Dazu bestimmt man, wo nötig mit Hilfe der Primfaktorzerlegung, den **Hauptnenner**, und erweitert die Brüche entsprechend.

Beispiele:

$$\frac{7}{8} + \frac{5}{12} = \frac{21}{24} + \frac{10}{24} = \frac{21+10}{24} = \frac{31}{24} = 1\frac{7}{24}$$

$$\frac{15}{4} - \frac{5}{8} = \frac{30}{8} - \frac{5}{8} = \frac{30-5}{8} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$$

Bei der Addition und Subtraktion von gemischten Brüchen kann man

* die Brüche entweder in unechte Brüche umwandeln und dann berechnen oder

* man betrachtet die gemischten Brüche als Summe und berechnet die ganzen und gebrochenen Anteile getrennt.

Die zweite Variante ist meist weniger aufwendig.

Beispiel Variante 1:

$$2\frac{1}{2} + 4\frac{3}{5} = \frac{5}{2} + \frac{23}{5} = \frac{25}{10} + \frac{46}{10} = \frac{71}{10} = 7\frac{1}{10}$$

Beispiel Variante 2:

$$2\frac{1}{2} + 4\frac{3}{5} = 2 + \frac{1}{2} + 4 + \frac{3}{5} = 6 + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = 6 + \frac{11}{10} = 7\frac{1}{10}$$



Addition und Subtraktion von Brüchen

Lernzielkontrolle

Aufgabe 1

Berechne.

$$\frac{7}{8} + \frac{71}{72} =$$

$$\frac{15}{35} + \frac{4}{7} =$$

$$9\frac{5}{11} + 8\frac{6}{11} =$$

$$8\frac{6}{27} - \frac{9}{54} =$$

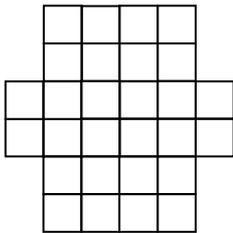
$$\frac{19}{25} - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{9} - \frac{3}{10} =$$

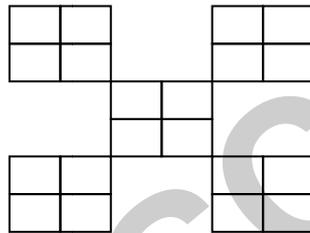
Aufgabe 2

Veranschauliche und löse die folgenden Aufgaben anhand der Zeichnungen. Erkläre dein Vorgehen.

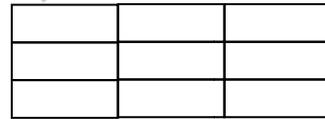
$$\frac{3}{7} + \frac{1}{4} =$$



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{2} =$$



$$\frac{2}{3} - \frac{1}{9} =$$



Aufgabe 3

Kommissar Maier ist nach einem Einbruch dem Täter auf der Spur. Er befragt einen Verdächtigen nach seinem Alibi für den heutigen Tag. Notiere deine Meinung dazu.



Ein Drittel des Tages war ich bei der Arbeit. Die Hälfte des Tages war ich zuhause bei meiner Frau. $\frac{1}{12}$ des Tages habe ich mit Freunden in einer Bar verbracht. Danach war ich $\frac{1}{6}$ des Tages im Kino. Ich bin es nicht gewesen!

<http://pixabay.com/de/einbrecher-dieb-strafrecht-308858/> (cc0), 14.05.15