

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Erkenntnis, dass Mathematik abwechslungsreich und spannend sein kann, haben die Schülerinnen und Schüler z. B. durch magische Quadrate bestimmt bereits gewonnen. Weitere Entdeckungen können Ihre Lernenden nun auch bei der schriftlichen Subtraktion mithilfe der ANNA-Zahlen und ihrer Verwandten machen.

Was sind ANNA-Zahlen?

„ANNA-Zahlen“ sind vierstellige **mathematische Palindrome**, d. h. Zahlen, die man wie den Namen „Anna“ sowohl von vorn als auch von hinten lesen kann. Man ersetzt die Buchstaben des Namens (A und N) jeweils durch dieselben Ziffern, z. B. 3443 oder 8778. Wenn man die kleinere „ANNA-Zahl“ von der größeren „ANNA-Zahl“ mit gleichen Ziffern subtrahiert (z. B. 2112 – 1221), ergeben sich interessante Strukturen, die Ihre Schülerinnen und Schüler im Laufe der Unterrichtseinheit entdecken können. Analoges gilt für LILI-Zahlen, wie z. B. 2121 und 9696.

Was ist das Besondere an dieser Unterrichtseinheit?

Die Schülerinnen und Schüler können Entdeckungen machen und sich darüber austauschen. Dabei entwickeln sie prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen gleichermaßen.

Die Materialien zu den **ANNA-Zahlen** ermöglichen Ihren Schülerinnen und Schülern, auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus zu arbeiten. Setzen Sie die Forscheraufträge nacheinander oder nebeneinander, arbeitsteilig oder arbeitsgleich – je nach Leistungsstand Ihrer Lerngruppe – ein. Größere heterogene Gruppen können alle drei Forscheraufträge in Eigenregie bearbeiten. Sinnvoll ist, dass die Lernenden sich zunächst in **Einzelarbeit** mit dem jeweiligen **Forscherauftrag auseinandersetzen**. Im weiteren Verlauf arbeiten sie dann zusammen in **Partnerarbeit oder Gruppenarbeit**. Die Paare bzw. Gruppen präsentieren die gewonnenen Erkenntnisse ihren Mitschülerinnen und Mitschülern.

Der methodische Ablauf zu den **LILI-Zahlen** ist sehr ähnlich strukturiert wie der zu den ANNA-Zahlen. So können einzelne Lernende bei den LILI-Zahlen auf dem nächsthöheren Leistungsniveau arbeiten und mathematische Entdeckungen machen. Zudem trainieren sie dabei nochmals die Ich-Du-Wir-Methode und das mathematische Argumentieren und Kommunizieren.

Das sollten Ihre Schüler bereits können

Für die Forscheraufträge benötigen die Schülerinnen und Schüler die **schriftliche Subtraktion** und Kenntnisse über die **Stellenwerttafel**.

Wie läuft die Unterrichtseinheit ab?

Erarbeiten Sie anhand eines **Comics (M 1)** mit den Schülerinnen und Schülern gemeinsam ganz besondere Zahlen. Dabei müssen die Lernenden „blinde Passagiere“ finden, sodass am Ende Zahlen mit dem Muster „ANNA“, „LILI“ und „TILL“ übrig bleiben. Von den ANNA-Zahlen gibt es drei Zahlenkarten. Diese untersuchen die Lernenden im weiteren Verlauf auf Besonderheiten. Dabei trainieren und wiederholen Ihre Schülerinnen und Schüler ganz nebenbei die schriftliche Subtraktion und die Stellenwerttafel.

Mithilfe der **Forscheraufträge (M 2), (M 3) und (M 4)** können die Lernenden Folgendes entdecken: Wie viele ANNA-Zahlen gibt es? Wie viele Ergebnis-Zahlen gibt es, wenn man von der ANNA-Zahl ihre Verwandte subtrahiert? Was gibt es für Besonderheiten bei den Ergebnis-Zahlen? Die Materialien werden mit der Ich-Du-Wir-Methode bearbeitet. Bei der Präsentation der Ergebnisse im Plenum findet ein erstes **Systematisieren der Erkenntnisse** statt. Hier stehen den Schülerinnen und Schülern die **Tippkarten (M 5)** zur Verfügung.

Warum die Ergebnis-Zahlen immer ein Vielfaches von 891 sind, erarbeiten die Schülerinnen und Schüler mithilfe des **Arbeitsblattes M 6 (niedrigeres Niveau)** oder **M 7 (höheres Niveau)**. Im Anschluss systematisieren und sichern die Lernenden mit dem **Arbeitsblatt (M 8)** die Lerninhalte der Forscheraufträge mit der Ich-Du-Wir-Methode.

Die **Forscheraufträge (M 9), (M 10) und (M 11)** sind bewusst sehr ähnlich konzipiert wie die Forscheraufträge zu den ANNA-Zahlen, um den Lernenden zu ermöglichen, an einer anspruchsvolleren Aufgabenstellung das **mathematische Entdecken** zu üben. Auch hier können Sie zusätzlich mit den **Tippkarten (M 12)** differenzieren.

So kann es weitergehen – Ideen für die Folgestunden

Lassen Sie Ihre Klasse die TILL-Zahlen erforschen, um auf weitere interessante Entdeckungen zu stoßen.

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler

Die Schülerinnen und Schüler ...

- **argumentieren (K1) und kommunizieren (K6) mathematisch**, indem sie die Lösungen einer Lernpartnerin/eines Lernpartners auf ihre Richtigkeit überprüfen und begründen, warum diese ggf. falsch sind.
- **lösen** je nach Leistungsstand in der gesamten Einheit **mathematische Probleme (K2)**.
- stärken in der Partner- und Gruppenarbeit die **Teamfähigkeit**. Sie lernen, Regeln einzuhalten und fair miteinander umzugehen.
- entwickeln Selbstvertrauen in ihre mathematische Kompetenz und erweitern ihre Leistungsbereitschaft und Ausdauer.
- trainieren das Veranschaulichen der Ergebnisse (Tabelle, Plakate ...) und das verständliche Präsentieren.

VORSCHAU

Auf einen Blick

Stunde 1/2 Problemorientierter Unterrichtseinstieg

- M 1 (Fo) Ganz besondere Zahlen!
 M 2 (Ab) Wir erforschen ANNA-Zahlen – Zahlen-Finder
 M 3 (Ab) Wir erforschen ANNA-Zahlen – Minus-Agent
 M 4 (Ab) Wir erforschen ANNA-Zahlen – Ergebnis-Detektiv
 M 5 (Tk) Tippkarten zu den ANNA-Zahlen

Stunde 3/4 Ordnen und Vergleichen

- M 6 (Ab) Ist das Ergebnis immer ein Vielfaches von 891?
 M 7 (Ab) Warum ist das Ergebnis immer ein Vielfaches von 891?
 M 8 (Ab) Entdeckungen an ANNA-Zahlen – Aussagen überprüfen

Stunde 5/6 Entdeckendes Üben

- M 9 (Ab) Wir erforschen LILI-Zahlen – Zahlen-Finder
 M 10 (Ab) Wir erforschen LILI-Zahlen – Minus-Agent
 M 11 (Ab) Wir erforschen LILI-Zahlen – Ergebnis-Detektiv
 M 12 (Tk) Tippkarten zu den LILI-Zahlen

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; Fo: Folie; Tk: Tippkarten



Auszug des Zusatzmaterials der CD 34

zu M 1	M1_ANNA-Zahlen.doc	Zahlenkarten des Tafelbildes (Analog zum Comic)
	ANNA-Zahlen.ppt	Material für Beamer oder interaktives Whiteboard
zu M 2	M2_Fotos_ANNA-Zahlen.doc	Tipps zur Ergebnissicherung
zu M 3	M3_Ergebnisblatt.doc	Vorlage für DIN-A2-Plakate zur Erarbeitung
	M3_Fotos_Ergebnisblaetter	Beispiele für DIN-A2-Plakate
zu M 4	M4_Stellenwerttafel.doc	Stellenwerttafel für Ergebniszahlen
zu M 9	M9_LILI-Zahlen.doc	Zahlenkarten des Tafelbildes
	M9_Fotots_LILI-Zahlen.doc	Tipps zur Ergebnissicherung
zu M 10	M10_Ergebnisblatt.doc	Vorlage für DIN-A2-Plakate zur Erarbeitung

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

Stunde 1–2:	Einstieg und Forscheraufträge	M 1–M 4
Stunde 3:	Ordnen	M 6, M 8

Die Lösungen der Materialien finden Sie ab Seite 28.

Ganz besondere Zahlen!

M 1

A

Da sind ja ganz besondere Zahlen dabei.
Findest du sie auch?

Hm, welche Zahlen sollen denn da besonders sein?

Schau doch mal, da hat sich ein blinder Passagier eingeschlichen!

Stimmt, die Zahl 265 passt nicht zu den vierstelligen Zahlen.
Sie ist die einzige dreistellige Zahl.

Spielen wir eine neue Runde?
Ich sehe auf dem Tisch noch andere blinde Passagiere!

B

Du kannst sogar die Zahlen diesen Namen zuordnen.

???

C

265 passt zu Ali.

Tippkarten zu den ANNA-Zahlen

M 5

Tipps zu Aufgabe 1

zu M 3

Peter stellt fest, so geht es nicht:

	5	8	8	5
-	8			
<hr/>				

Aber so geht es:

	5	4	4	5
-	4			
<hr/>				



Tipps zu Aufgabe 2

zu M 4

Hier seht ihr drei der gesuchten Ergebnis-Zahlen.

3564

891

5346



Tipps zu Aufgabe 2

zu M 4

	8	9	1
			2
2	6	7	3
3	5	6	4
	3	4	6
		2	
	0		

Findet ihr eure Ergebnis-Zahlen in der Tabelle?

Tragt die anderen Ergebnis-Zahlen mit Bleistift in die Tabelle ein.



Tipps zu Aufgabe 3a)

zu M 4

Schau auf die Einer-, Zehner-, Hunderter-, und Tausenderstelle.

Was fällt dir auf?



Tipps zu Aufgabe 3b)

zu M 4

Lege die schmale blaue Folie auf die Einerstellen in der Tabelle! Lege die breite rote Folie auf die Tausender- und Hunderterstelle.

Was fällt dir auf?

Notiere deine Beobachtung.

Kannst du mit den Folien noch weitere Entdeckungen zeigen?



Forscherauftrag (M 2–M 4)

Die **Forscheraufträge M 2, M 3 und M 4** unterscheiden sich in ihren Anspruchsniveaus. Setzen Sie die Materialien arbeitsteilig in Gruppenarbeit ein. Teilen Sie dazu Ihre Klasse in **homogene Gruppen** ein: **M 2**: einfaches Niveau; **M 3**: mittleres Niveau; **M 4**: schwieriges Niveau.

Charakteristisch für jeden Forscherauftrag ist, dass die Schülerinnen und Schüler sich in ihrer Gruppe zunächst in **Einzelarbeit** mit dem Forscherauftrag auseinandersetzen. Erst danach arbeiten sie zusammen in **Gruppen** und üben das mathematische Argumentieren und Kommunizieren.

Bei M 3 und M 4 können Sie zusätzlich mit den **Tippkarten M 5** differenzieren. Nach der Arbeitsphase **präsentieren die Gruppen** ihre gewonnenen Erkenntnisse. Hilfreich ist es, wenn die Lernenden ihre Ergebnisse entweder mit der **Kamera oder dem Tablet** dokumentieren.

Alternativer Ablauf

Führen Sie den **Forscherauftrag M 2** in einem Gruppenwettbewerb durch mit dem Motto: „Welche Gruppe findet mehr ANNA-Zahlen?“ Dazu gehen Sie wie bei den Hinweisen zu M 2 beschrieben vor. Anschließend präsentieren die einzelnen Gruppen in einem Museumsrundgang ihre Ergebnisse und Entdeckungen. Dann teilen Sie die **Forscheraufträge M 3 und M 4** homogenen Gruppen zu. Setzen Sie den Unterricht wie beschrieben fort.

Hinweise (M 2)

Vorbereitung

Pro Gruppe benötigen Sie **120 DIN-A6-Blätter**. Vierteln Sie dazu DIN-A4-Blätter mit der Schneidemaschine, sodass DIN-A6-Blätter entstehen. Legen Sie die rote und blaue Folie bereit, damit die Lernenden ihre Entdeckungen systematisieren können.

Ablauf

In **Aufgabe 1** überlegt sich jede Schülerin bzw. jeder Schüler in **Einzelarbeit**, wie viele ANNA-Zahlen es gibt. Dazu müssen sie sich zwischen drei Vorgaben entscheiden.

In der anschließenden **Gruppenarbeit ab Aufgabe 2** sollen die Schülerinnen und Schüler möglichst alle ANNA-Zahlen finden. Dazu notieren sie ANNA-Zahlen groß auf den bereitgestellten Karten. Die Schülerinnen und Schüler müssen darauf achten, dass es für keine Zahl mehrere Karteikarten gibt. Dann ordnen die Lernenden ihre gefundenen ANNA-Zahlen, sodass sie evtl. fehlende ANNA-Zahlen ergänzen können. Das Ordnen kann auch als Strategie dienen, um alle ANNA-Zahlen zu finden. Abschließend bereiten die Lernenden eine Präsentation ihrer Forschungsergebnisse vor.

Entweder fotografieren die Lernenden zu Aufgabe 4 die gefundene Ordnung der ANNA-Zahlen, um diese am Whiteboard zur Präsentation und Besprechung zu verwenden, oder eine Gruppe klebt ihre gefundene Sortierung auf ein Plakat (evtl. für Schüler gedacht, deren Förderung auch im motorischen Bereich wichtig ist).

Tipp

Um ihre Entdeckungen der **Aufgabe 6 zu visualisieren**, können die Schülerinnen und Schüler farbige Folienstreifen beschriften. Diese schneiden Sie entweder aus farbiger Folie oder aus farbigen Einlegetaschen passend zu. Nutzen Sie hierfür die Datei **M2_Fotos_ANNA-Zahlen.doc** der **CD 34**.



Zusatzmaterial

- DIN-A4-Blätter
- Rote und blaue Einsteckhüllen/Folie

Lösungen

Lösung (M 2) ANNA-Zahlen – Zahlen-Finder

Aufgabe 1

Es gibt zwischen 50 und 100 ANNA-Zahlen.

Aufgabe 2 und Aufgabe 3

	0110	0220	0330	0440	0550	0660	0770	0880	0990
1001		1221	1331	1441	1551	1661	1771	1881	1991
2002	2112		2332	2442	2552	2662	2772	2882	2992
3003	3113	3223		3443	3553	3663	3773	3883	3993
4004	4114	4224	4334		4554	4664	4774	4884	4994
5005	5115	5225	5335	5445		5665	5775	5885	5995
6006	6116	6226	6336	6446	6556		6776	6886	6996
7007	7117	7227	7337	7447	7557	7667		7887	7997
8008	8118	8228	8338	8448	8558	8668	8778		8998
9009	9119	9229	9339	9449	9559	9669	9779	9889	

Aufgabe 2 b): z. B. Wir haben die Zahlen so aufgeteilt, dass einer die Zahlen bis 5000 bekommen hat und der andere den Rest. Ich habe die bereits geschriebenen Zahlen immer sichtbar vor mich hingelegt und geguckt, welche Zahlen ich schon aufgeschrieben habe.

Aufgabe 4

c) Es gibt 90 ANNA-Zahlen.

Aufgabe 5

In der ANNA-Zahlen-Tabelle (siehe oben Aufgabe 2 und 3) sind z. B. folgende Entdeckungen möglich:

- In jeder Zeile gilt: Tausender und Einer bleiben gleich; Zehner und Hunderter wachsen gleichmäßig an.
- In jeder Zeile gilt: Quersumme wächst um 2.
- In jeder Spalte gilt: Zehner und Hunderter bleiben gleich; Tausender und Einer wachsen gleichmäßig an.
- In jeder Spalte gilt: Quersumme wächst um 2.
- Die ANNA-Zahlen und ihre Verwandte spiegeln sich an der schwarzen Diagonalen der Tabelle.

Lösung (M 3) ANNA-Zahlen – Minus-Agent

Aufgabe 1 und Aufgabe 2

1001 – 0110 0891	2112 – 1221 0891	3223 – 2332 0891	4334 – 3443 0891	5445 – 4554 0891	6556 – 5665 0891	7667 – 6776 0891	8778 – 7887 0891	9889 – 8998 0891
	2002 – 0220 1782	3113 – 1331 1782	4224 – 2442 1782	5335 – 3553 1782	6446 – 4664 1782	7557 – 5775 1782	8668 – 6886 1782	9779 – 7997 1782
		3003 – 0330 2673	4114 – 1441 2673	5225 – 2552 2673	6336 – 3663 2673	7447 – 4774 2673	8558 – 5885 2673	9669 – 6996 2673
			4004 – 0440 3564	5115 – 1551 3564	6226 – 2662 3564	7337 – 3773 3564	8448 – 4884 3564	9559 – 5995 3564
				5005 – 0550 4455	6116 – 1661 4455	7227 – 2772 4455	8338 – 3883 4455	9449 – 4994 4455
					6006 – 0660 5346	7117 – 1771 5346	8228 – 2882 5346	9339 – 3993 5346
						7007 – 0770 6237	8118 – 1881 6237	9229 – 2992 6237
							8008 – 0880 7128	9119 – 1991 7128
								9009 – 0990 8019

Aufgabe 3

Mögliche Entdeckungen zu den ANNA-Zahlen

- Wenn die Differenz zwischen Einer- und Zehnerstelle bzw. Hunderter- und Tausenderstelle 1 ist, dann ist das Ergebnis 891; bei Differenz 2 ist das Ergebnis 1782 usw.
- Es gibt 9 Aufgaben mit dem Ergebnis 891, 8 Aufgaben mit dem Ergebnis 1782, 7 Aufgaben mit dem Ergebnis 2673, ..., aber nur 1 Aufgabe mit dem Ergebnis 8019.

Mögliche Entdeckungen zu den Ergebnis-Zahlen

- Alle Ergebnis-Zahlen sind Vielfache von 891.
- Die Quersumme ist stets 18.
- Die Summe aus Einer- und Zehnerstelle ist stets 10. Summe aus Tausender- und Hunderterstelle ist stets 8.
- Differenz zwischen Einer- und Tausenderstelle bzw. Zehner- und Hunderterstelle ist stets 1.
- Die Ziffern des größten und des kleinsten Ergebnisses sind identisch, nur in der Reihenfolge vertauscht. Dies gilt auch für das zweitgrößte und zweitkleinste Ergebnis usw. außer 4455.