

Der Mathe-Fitness-Check

Von Alessandro Totaro, Stuttgart

III/B



© iStock / Thinkstock

Beim Joggen denken Ihre Schüler ja auch nicht mehr darüber nach, wie sie die Füße voreinandersetzen. Genauso muss ihnen durch tägliches Üben die Mathematik zur Gewohnheit werden.

Klasse: 9 und 10

Dauer: 10 Stunden

Inhalt:

- Geraden, Parabeln
- lineare Gleichungssysteme, Bruchgleichungen
- ebene Figuren, dreidimensionale Geometrie
- Prozentrechnen, Zinsrechnen
- Wahrscheinlichkeitsrechnung, Boxplot-Diagramme und Erwartungswert

Ihr Plus:

- ✓ differenziertes Übungsmaterial, Mindmap für einen schnellen Überblick, Tippkarten

Funktionen, Gleichungssysteme, Trigonometrie, Raumgeometrie, Sachrechnen und Wahrscheinlichkeitsrechnung – in diesem Beitrag erlernen Ihre Schüler verschiedene Lösungsverfahren zur Bewältigung mathematischer Probleme. Die Lösungsschritte werden durch vielfältige Übungen automatisiert, sodass die Lernenden sie in Prüfungssituationen einfach anwenden können, ohne lange über die Vorgehensweise nachdenken zu müssen.

Reihe 14 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Didaktisch-methodische Hinweise

Ein Gefühl, das (fast) jeder kennt: Nervosität und Anspannung in der Prüfung. Viele Schüler können sich in Stresssituationen vor Aufregung nicht mehr konzentrieren. Gerade für das Fach Mathematik, wo zur Lösung der Aufgaben eine hohe Konzentration und genaues Arbeiten erforderlich sind, ist dies fatal. Fahriges Denken, Flüchtigkeitsfehler bis hin zum völligen Versagen sind die Folge.

Das Fach Mathematik hat an Nachhilfeinstituten den größten Zulauf – vor allen anderen Fächern. Woran liegt das? Psychologen haben sich intensiv mit dem **Problem der Angst** vieler Schüler speziell **vor der Mathematikprüfung** beschäftigt. Ein Teilergebnis ist, dass man die mathematischen Lösungsverfahren nicht unbedingt verstehen, sondern eigentlich nur mit viel Fleiß einüben muss. Genauso wie die Schüler beim Joggen nicht mehr darüber nachdenken, wie sie die Füße voreinandersetzen, kann auch das Lösen von Mathematikaufgaben auf die mechanische Abarbeitung verschiedener Automatismen reduziert werden. Genau diesen Ansatz verfolgt dieser Beitrag.

Ihre Schüler erwerben Problemlösekompetenz in den Bereichen **Algebra**, **Sachrechnen**, **Trigonometrie** und **Geometrie**. Erst wenn sie die Lösungsalgorithmen verinnerlicht haben, erreichen sie die nächste kognitive Stufe und modellieren mithilfe mathematischer Modelle Alltagssituationen.

Inhalt

Mit dieser Übungseinheit festigen die Schüler ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten in vielen grundlegenden Themen der 9. und 10. Klasse.

Algebraische Grundfertigkeiten wie der **Umgang mit Parabeln und Geraden**, das **Rechnen mit Brüchen** und das **Lösen linearer Gleichungssysteme** sind Basiskompetenzen, die durch die Übungsaufgaben stabilisiert werden. Auch die Anwendung von Formeln aus dem Bereich der **Prozentrechnung** müssen Ihre Schüler beherrschen.

Das **Berechnen von Größen in ebenen Figuren** bereitet vielen Lernenden Schwierigkeiten, da sie die entsprechenden Höhen einzeichnen müssen, damit sie den **Satz von Pythagoras** oder **trigonometrische Operationen wie Sinus, Kosinus oder Tangens** anwenden können. In der dreidimensionalen Geometrie wird räumliches Vorstellungsvermögen benötigt, um die **Oberfläche** oder das **Volumen von Körpern** berechnen zu können.

Die Übersetzung zwischen innermathematischer und außermathematischer Betrachtungsweise ist eine wichtige Fähigkeit, die ebenfalls geübt wird. Das **mathematische Modellieren mithilfe von Parabeln** kann dazu beitragen, ein konkretes Problem zu lösen.

Aufbau

Im **Themenbereich 1** geht es darum **algebraische Grundfertigkeiten** beim Rechnen **ohne Taschenrechner** zu trainieren (**M 1**). Der Tandembogen fragt Kompetenzen wie das Rechnen mit Termen, das Auflösen von Klammern, das Anwenden der binomischen Formeln, das Rechnen mit Prozenten und auch den Umgang mit Wurzeln ab.

Im **Themenbereich 2** erfolgt der Fitness-Check im Bereich „Höhere Algebra“. Beim Partnerarbeitsblatt zum Rechnen mit **Geraden** und **Parabeln (M 2)** lösen die Lernenden im Team Aufgaben zu linearen und quadratischen Funktionen.

Mithilfe des **in drei Niveaus differenzierten Übungsblattes (M 3)** können Sie überprüfen, ob Ihre Schüler über das erforderliche Wissen verfügen, um **lineare Gleichungssysteme** lösen zu können. Von Niveau 1 zu Niveau 3 erhöht sich der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben.

Auch im **Themenbereich 3** zur **Trigonometrie (M 4)** liegen die Aufgaben in drei Niveaustufen vor. Ihre Schüler berechnen hier Größen zu gegebenen ebenen Figuren.

Reihe 14 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Die dreidimensionale Geometrie wird im **Themenbereich 4 (M 5)** abgeprüft. Dieser Bereich enthält Aufgaben zu verschiedenen mathematischen Körpern. Der Umgang mit **Schrägbildern, Netzen** sowie **n-Eck-Pyramiden** ist für viele Schüler eine schwierige Hürde.

Der Fitness-Check zum Thema **Sachrechnen** wird im **Themenbereich 5** durchgeführt. Beim Material zu **Diagrammen (M 6)** üben die Lernenden, Information aus Diagrammen zu lesen. Das Übungsblatt zum **Zinseszins** und zum **Ratensparen (M 7)** ist eine optionale Ergänzung für besonders begabte Schüler. Es festigt den Umgang mit den entsprechenden Formeln aus der Bankenwelt.

Der **Themenbereich 6** befasst sich mit dem Thema **Daten und Zufall**. Beim Material zum Zeichnen eines **Boxplots (M 8)** trainieren die Lernenden das **Bestimmen von Kennwerten** sowie das **Zeichnen dieser Diagramme**. Die unterschiedlichen Grundaufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung bewältigen Ihre Schüler mithilfe des **Übungsblattes (M 9)**. Die Berechnung des Erwartungswerts wird anhand von Anwendungsaufgaben (**M 10**) geübt.

Im abschließenden **Fit-für-den-Test-Material (M 11, M 12)** überprüfen die Lernenden ihr Wissen zu den Basisthemen **Algebra, Trigonometrie** und **Raumgeometrie** sowie **Sachrechnen** und **Daten/Zufall**.

Die **Tippkarten (M 13)** geben den Lernenden Hilfestellungen, wenn sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen. Laminieren Sie diese Karten und legen Sie sie im Klassenzimmer so aus, dass die Lernenden die Hilfen in selbstorganisierten Lernphasen nutzen können.

Die **Mindmap (M 14)** gibt den Lernenden einen Überblick über alle Themen einer möglichen Prüfung.

„Repetitio est mater studiorum“

Wiederholen Sie nach Abschluss eines jeden Themenbereichs immer wieder diejenigen Themenbereiche, die Ihre Schüler bereits geübt haben und deshalb eigentlich beherrschen sollten. Nutzen Sie diese Form des **akkumulativen Lernens**, um bei den Lernenden ein sicheres Fundament und Verständnis der grundlegenden Inhalte aufzubauen. Der Unterrichtsstoff aus zwei Schuljahren kann nur erfolgreich in das Langzeitgedächtnis gelangen, wenn die Themen immer wieder wiederholt werden.

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 2	L 3, L 4	... wenden geeignete Prinzipien und Strategien zur Lösung von Problemen an,	I, II
K 3	L 3, L 4	... übersetzen die Alltagssituation in mathematische Strukturen und Begriffe,	II
K 5	L 1, L 4	... wenden die Termumformung an, gehen mit Klammern um und führen Äquivalenzumformungen durch,	I
K 4	L 2, L 3	... trainieren durch die in drei Niveaus differenzierten Arbeitsblätter (M 3, M 4, M 5) das selbstorganisierte und selbstverantwortliche Lernen.	I

Für welche Kompetenzen und Anforderungsbereiche die Abkürzungen stehen, finden Sie auf der beiliegenden CD-ROM 65.

Reihe 14 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Algebraische Grundfertigkeiten – Rechnen ohne Taschenrechner

Material	Thema	Stunde
M 1	Tandembogen zu den Rechengrundfertigkeiten	1.

Algebra, Trigonometrie, Raumgeometrie, Sachrechnen und Daten/Zufall

Material	Thema	Stunde
M 2	Rechnen mit Geraden und Parabeln	2.
M 3	Lineare Gleichungssysteme lösen – differenzierte Übungen	HA
M 4	Größen in Figuren berechnen – differenzierte Übungen	3.
M 5	Größen in Körpern berechnen – jetzt wird's hart!	4.
M 6	Diagramme analysieren – fit im Umgang mit Prozenten!	5.
M 7	Zinseszins und Ratensparen (für werdende Finanzfachleute)	
M 8	Boxplot-Diagramme analysieren – Kennwerte bestimmen	6.
M 9	Wie wahrscheinlich ist welches Ereignis?	7.
M 10	Den Erwartungswert bestimmen	8.

Lernerfolgskontrolle

Material	Thema	Stunde
M 11	Test (Grundfertigkeiten, Algebra und Trigonometrie)	9.
M 12	Test (Raumgeometrie, Sachrechnen und Daten/Zufall)	10.

Zusatzmaterial

Material	Thema
M 13	Erste Hilfe – Tippkarten
M 14	Mindmap

Minimalplan

Wählen Sie gezielt einzelne Themenbereiche des Fitness-Checks (**M 2–M 10**) aus.

Reihe 14	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 1 Tandembogen zu den Rechengrundfertigkeiten

So geht's

- Suche dir einen Partner. Schneide das Arbeitsblatt entlang der Mittellinie auseinander.
- Partner B beginnt: Er löst die erste Aufgabe und nennt sein Ergebnis. Partner A kontrolliert das Ergebnis (graues Feld) auf seiner Seite. Dann löst Partner A seine erste Aufgabe usw.



III/B

PARTNER A	PARTNER B
Vereinfache die Terme.	Vereinfache die Terme.
$x^2 + 16x + 64$	$(x + 8)^2$
3 % von 500 €	15 €
$21\sqrt{10}$	$3\sqrt{5} \cdot 7\sqrt{2}$
$4\sqrt{5} - 10\sqrt{5}$	$-6\sqrt{5}$
$10x^2 - 16x$	$2x \cdot (5x - 8)$
$(20x + 8) : 4$	$5x + 2$
$\frac{10}{21}x^2$	$\frac{2}{3}x \cdot \frac{5}{7}x$
7 % von 2000 €	140 €
$30\,000\text{ m}^2 = 0,03\text{ km}^2$	3 ha = ____ m ²
5 dm ³ = ____ cm ³	5000 cm ³

Hier auseinanderschneiden!

M 2 Rechnen mit Geraden und Parabeln

So geht's

Partner B

1. Suche dir einen Partner.
2. Löse deine Aufgaben.
3. Vergleiche deine Ergebnisse mit den Ergebnissen deines Partners. Bei vielen Aufgabenteilen ist deine Lösung die Aufgabe deines Partners und umgekehrt.

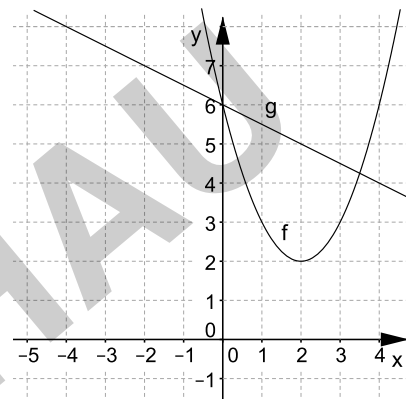


III/B

Aufgabe 1

Eine Parabel hat die Gleichung $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

Zeichne die Parabel, bestimme den Scheitelpunkt und lies die Nullstellen ab.



zu Aufgabe 2

Aufgabe 2

- a) Bestimme die Funktionsgleichungen der beiden dargestellten Funktionen.
- b) Berechne die Schnittpunkte der beiden Funktionen.

Aufgabe 3

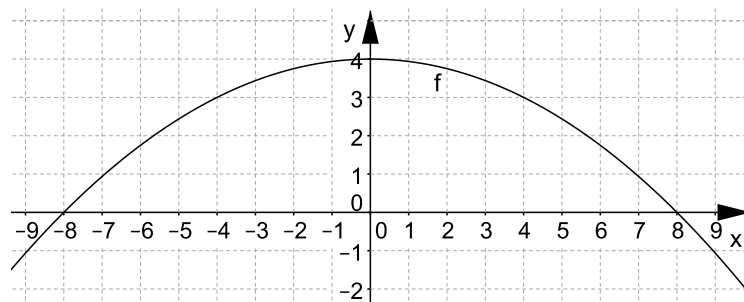
Eine Parabel der Form $f(x) = -x^2 + c$ hat Nullstellen bei $x_1 = 3$ und $x_2 = -3$.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung.
- b) Die Schnittpunkte der Funktion mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck. Bestimme dessen Fläche.

Aufgabe 4

Die Flugkurve eines Fußballs kann wie in der Grafik unten veranschaulicht werden.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.
- b) Ein Gegenspieler steht 14 m vom Abschusspunkt entfernt und ist 1,66 m groß. Kann er den Ball mit seinem Kopf erreichen? Der Boden liegt bei $y = 0$.



zu Aufgabe 4

M 3 Lineare Gleichungssysteme lösen – differenzierte Übungen

So geht's

1. Wähle eines der drei Niveaus aus und löse die Aufgaben.
2. Kontrolliere deinen Rechenweg mithilfe des Lösungsblattes.

III/B



Niveau A (★)

Aufgabe 1

- a) Löse das LGS.

$$3x + 5y = 21$$

$$2x - 4y = -8$$

- b) Bestimme \mathbb{D} und \mathbb{L} .

$$\frac{50}{x+1} = 5$$

Additions-, Gleichsetzungs-
oder
Einsetzungsverfahren?



Niveau B (★★)

Aufgabe 2

- a) Löse das LGS.

$$5(2x - y) - (x + 2y) = 29$$

$$3(x + y) + 2(3x - y) = 37$$

- b) Bestimme \mathbb{D} und \mathbb{L} .

$$\frac{x}{x+5} + \frac{1}{3} = 1$$

Welche Zahl muss ich aus
der Definitionsmenge
ausschließen, weil
ansonsten der Nenner
zu Null wird?



Niveau C (★★★)

Aufgabe 3

- a) Löse das LGS.

$$\frac{3x}{5} + y = 10$$

$$4(x - 2y) - (x + 3y) = -62$$

- b) Bestimme \mathbb{D} und \mathbb{L} .

$$\frac{x}{x+5} = \frac{-7-4x}{x^2+5x} + \frac{2}{x}$$

Bevor ich den Hauptnenner
bilde, muss ich zuerst die
Klammern auflösen, da
ich erst dann den
gemeinsamen Nenner
erkennen kann.



Reihe 14	Verlauf	Material S 13	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	-------------------------	------------	----------------	-----------------

M 12 Test (Raumgeometrie, Sachrechnen und Daten/Zufall)

Aufgabe 1: Raumgeometrie (je Teilschritt 1 Punkt = 5 Punkte)

Der linke Kreisabschnitt ist der Mantel eines Kegels. Der Kegel wird mit Wasser gefüllt. Das halbe Wasservolumen wird in den rechts stehenden Zylinder gefüllt.

Wie hoch steht das Wasser im Zylinder?

___ / 5 P

Gegeben:

Mittelpunktswinkel des Kegels: $\alpha = 120^\circ$

Mantel des Kegels: $M = 150 \text{ cm}^2$

Radius des Zylinders: $r_z = 2 \text{ cm}$



Aufgabe 2: Sachrechnen

Peter überlegt, wie er sein Geld ansparen soll.

Kapitalanlage (Zinseszins)

Jährlicher Zinssatz: 4 %

Ratensparvertrag

1. Jahr: 2,2 % 2. Jahr: 4,5 %

3. Jahr: 3,3 % 4. Jahr: 5,0 % Sparrate: 500 €

Wie hoch müsste sein Startkapital bei der Kapitalanlage sein, damit er nach 4 Jahren das gleiche Endkapital wie beim Sparvertrag erreicht?

___ / 4 P

Aufgabe 3: Daten und Zufall

Ein Wettbüro veranstaltet ein Gewinnspiel. Der FC Barcelona tritt gegen Real Madrid im Halbfinale der Champions League an. Es gibt ein Hin- und ein Rückspiel. Ein Wettspiel kostet 20,00 €.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Unentschieden liegt bei 0,5. Real Madrid gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von 35 %.

a) Zeichne ein Baumdiagramm und berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Spiele mit einem Unentschieden enden.

b) Der Betreiber des Wettbüros stellt folgenden Gewinnplan auf:

Ereignis	Gewinnauszahlung
Barcelona gewinnt beide Spiele.	100,00 €
Real Madrid gewinnt beide Spiele.	50,00 €
Ansonsten + zweimal unentschieden	keine Auszahlung

Berechne den Erwartungswert aus Sicht des Betreibers.

c) Wie müsste der Betreiber die Gewinnauszahlung für die beiden Barcelona-Siege verändern, wenn sich der Erwartungswert pro Spiel um 1,00 € erhöhen soll?

___ / 5 P



Fußball im Netz

© iStock / Thinkstock

Reihe 14	Verlauf	Material S 15	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	-------------------------	------------	----------------	-----------------

Mindmap

Diese Mindmap zeigt dir einen Überblick über die Themen dieses Beitrags.

In welchen Themenbereichen bist du bereits fit?

Und wo solltest du unbedingt noch trainieren?

III/B

© Algebra, Raumgeometrie, Diagramme, Zinsrechnung: iStock/Thinkstock; Ebene Geometrie: Hemera/Thinkstock; Prozentrechnen: www.colourbox.com

