

Rund um die Einzelstunde

Klasse: 10 (Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe) ¹
Dauer: 7 Stunden (inkl. Lernkontrolle)
Inhalt: Volumen und Oberfläche von zusammengesetzten Körpern berechnen; Netze und Schrägbilder erstellen; fehlende Werte berechnen (z. B. mit dem Satz des Pythagoras oder den Winkelfunktionen)
Ihr Plus:
✓ Material zur Selbsteinschätzung und Selbstüberprüfung
✓ Übungskartei auf CD-ROM 67

Didaktisch-methodische Hinweise

Für die Bestimmung des Volumens von räumlichen Körpern gibt es Formeln, für die Berechnung der Oberfläche dieser Körper auch. Dennoch fällt die Bestimmung dieser Maßzahl vielen Schülern schwer, da sie zunächst die Teilflächen identifizieren müssen, aus denen sich die gesamte Oberfläche zusammensetzt. Diese Unterrichtseinheit bietet viel Übungsmaterial zu beiden Themenkomplexen.

Das Vorstellungsvermögen trainieren

Anhand der zusammengesetzten Körper und Hohlkörper lässt sich gut das **räumliche Vorstellungsvermögen** schulen. Dieses spielt nicht nur in der Mathematik eine Rolle, sondern ist auch im Alltag hilfreich. Die Raumvorstellung ist ein Teilaspekt unserer Intelligenz.

Das räumliche Vorstellungsvermögen wird durch fünf Fähigkeiten beschrieben:

- die Fähigkeit, mit Körpern oder Teilkörpern zu operieren (Veranschaulichung, Vorstellung);
- die Fähigkeit, Lagebeziehungen zwischen Körpern und Teilkörpern zu erfassen und hierbei zu erkennen, welche Berührungsflächen es zwischen zwei Körpern gibt (räumliche Beziehung);
- die Fähigkeit, sich selbst im Raum zu orientieren und dabei festzustellen, welche Flächen für einen selbst sichtbar sind (räumliche Orientierung);
- die Fähigkeit, mehrere räumliche Informationen zu verarbeiten und zu manipulieren (räumliche Wahrnehmung);
- die Fähigkeit, eine Fläche virtuell um eine Achse rotieren zu lassen und einen virtuellen Körper zu erkennen (Vorstellungsfähigkeit von Rotation).

Diese Fähigkeiten trainieren die Lernenden mit den Materialien dieser Einheit.

² Die Körperberechnung ist im Allgemeinen in Klasse 9 angesiedelt. Jedoch setzen sich Ihre Schüler in diesem Beitrag nicht mit einfachen, sondern mit zusammengesetzten Körpern und deren Netzen auseinander. Das erfordert räumliches Vorstellungsvermögen. Die Aufgaben sind zum Teil so schwierig, dass es durchaus sinnvoll ist, den Beitrag erst in Klasse 10, und damit nach G 8 in der Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe zu unterrichten.

Lehrplanbezug

Die Schüler können ...

... den Rauminhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder und Kegel bestimmen (Klasse 9)³.

... Volumen und Oberflächeninhalt von Kugeln bestimmen (Klasse 10)⁴.

Voraussetzungen für die Unterrichtseinheit

Als Voraussetzung für diese Unterrichtseinheit sollten Sie die Schüler bereits in die Oberflächen- und Volumenberechnungen der Grundkörper *Prisma*, *Pyramide*, *Zylinder*, *Kegel* und *Kugel* eingeführt haben. Auch das Bestimmen unbekannter Seitenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras sollte bekannt sein. Bei einigen Aufgaben ist zudem die Verwendung der Winkelfunktionen erforderlich.

Kooperatives und eigenverantwortliches Lernen

In dieser Unterrichtseinheit erarbeiten sich die Schüler die **Berechnung von Oberfläche und Volumen zusammengesetzter Körper** anhand kooperativer Lernformen und üben anschließend auch in dieser Form. Beim **Ich-Du-Wir-Prinzip (M 1)**, im **Lerntempoduett (M 2)** und beim **Gruppenturnier (M 5–M 7)** haben sie jeweils zunächst Zeit, sich allein mit der Problemstellung zu beschäftigen. Anschließend diskutieren sie ihre Ideen und Lösungsansätze zu zweit, bevor sie die Lösungen überprüfen. So haben die Lernenden die Möglichkeit, auch unfertige Ideen zu äußern, und üben nebenbei das mathematische Argumentieren und Kommunizieren. Eigenverantwortlich arbeiten die Lernenden mithilfe der **Selbsteinschätzung (M 4)** und dem **Fit-für-den-Test-Material (M 9)**, indem sie ihr Wissen und ihre Fertigkeiten bewerten und gezielt die Inhalte üben, bei denen sie sich noch unsicher fühlen. So trainieren die Schüler auch ihre personalen Kompetenzen.

Durch **Aufgaben auf zwei Niveaus** im Trainingsplan (**M 3**) und den Einsatz von **Experten (M 3 und M 9)** bieten Sie den Lernenden die Möglichkeit, differenziert zu üben.

Aufbau

In Stunde 1 und 2 werden die Lernenden problemorientiert an das Thema herangeführt, wobei zunächst nur das **Erkennen von Teilflächen und -körpern** im Vordergrund steht (**M 1**). Im sich anschließenden Lerntempoduett berechnen die Schüler die **Oberfläche und das Volumen eines zusammengesetzten Körpers und eines Hohlkörpers (M 2)**.

In Stunde 3 findet mittels operativer **Übungen (M 3)** eine erste Anwendung des neu erworbenen Wissens mit einer abschließenden **Selbsteinschätzung (M 4)** statt. Im Gruppenturnier (**M 5–M 7**) in Stunde 4 und 5 trainieren die Lernenden dann ihre neu gewonnenen Kenntnisse und Fähigkeiten.

In einer **offenen Aufgabenstellung in M 8** wenden die Schüler in Stunde 6 das neue Wissen in einem **Sachkontext** an: Die Ulmer Stadtbibliothek ist in einer Glaspolyeder untergebracht. Wie viel kostet es wohl, die gesamte Glasoberfläche reinigen zu lassen?

In Stunde 7 überprüfen die Jugendlichen ihren Lernstand in einem **Fit-für-den-Test-Material (M 9)** und haben die Möglichkeit, mithilfe der **Übungskartei (CD-ROM 67)** Schwierigkeiten zu beheben bzw. ihr Wissen zu vertiefen.

³ <http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/index.php?StoryID=26254>

⁴ <http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/index.php?StoryID=26221>

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1	L 3	... beschreiben und begründen ihre Lösungswege und trainieren so das mathematische Argumentieren,	I, II
K 6	L 3	... diskutieren ihre Ideen und ihr Vorgehen mit einem Partner und präsentieren die Ergebnisse vor der Klasse,	I
K 4	L 3	... setzen sich mit verschiedenen mathematischen Darstellungsformen auseinander und erkennen Zusammenhänge zwischen Körpernetzen und Schrägbildern,	II, III
K 3	L 3	... trainieren in einem Sachkontext (M 8) das mathematische Modellieren.	III

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

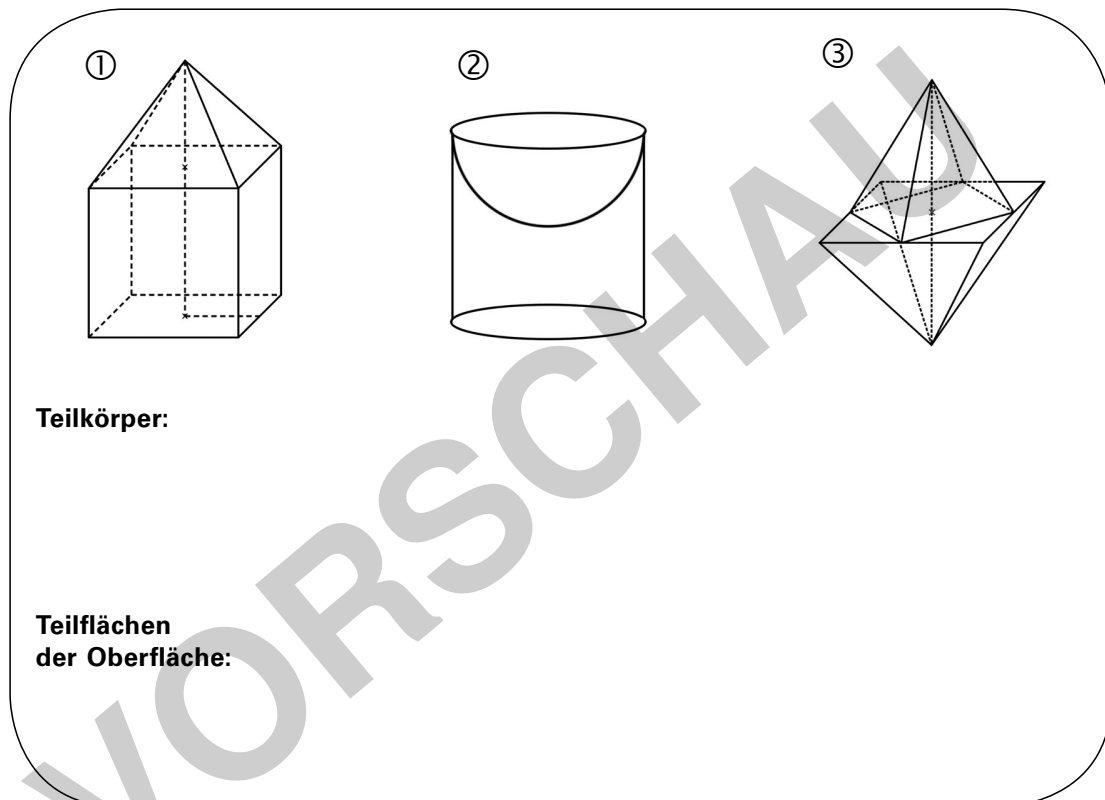
Soziale, personale und methodische Kompetenzen

Neben den fachlichen Kompetenzen werden auch **soziale, personale und methodische Kompetenzen** gefördert: Die Partner- und Gruppenarbeit stärkt die Teamfähigkeit, indem die Schüler lernen, Aufgaben für den Partner bzw. die Gruppe zu übernehmen, Regeln einzuhalten und fair miteinander umzugehen. Die differenzierenden Aufgaben sowie die Selbsteinschätzung fördern das selbstverantwortliche Lernen. Das Arbeiten mit der Expertenmethode stärkt das soziale Lernen in der Klasse: Stärkere Lernende helfen schwächeren und erfahren dadurch, dass es sinnvoll ist, eigene Stärken zur Unterstützung von Mitschülern einzusetzen.

Die Oberfläche und das Volumen von zusammengesetzten Körpern berechnen

Joachim Poloczek, Winterbach

M 1 Schau genau hin! – Teilkörper und Teilflächen erkennen



So geht's

Arbeite allein!

1. Schreibe auf, aus welchen Teilkörpern die zusammengesetzten Körper bestehen.
2. Notiere die Teilflächen, die die Oberfläche der zusammengesetzten Körper bilden.

Tipp Falls du dir die zusammengesetzten Körper nicht richtig vorstellen kannst, nimm ein Modell zu Hilfe.

Tausche dich mit deinem Nachbarn aus!

Sprich mit deinem Nachbarn über deine Lösung.

Was hält er von deinem Vorgehen?

Was hältst du von seinem Vorschlag?

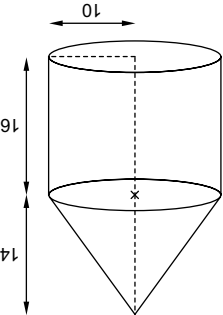
Plenum

Wir besprechen die Lösungen gemeinsam.



IV/A

M 2 Gemeinsam üben im Lerntempoduett




Aufgabe 1 – zusammengesetzter Körper

a) Schreibe auf, aus welchen Teilkörpern der zusammengesetzte Körper besteht.
 b) Skizziere ein Netz des Körpers.
 Benenne die Teilflächen des Netzes. Sie bilden die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.
 c) Berechne nun Volumen und Oberfläche.

So geht's

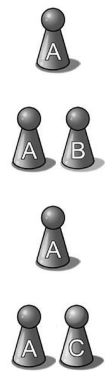
1. Bearbeite Aufgabe 1 oder 2 im Heft. Skizzen helfen beim Erklären und Verstehen. Schreibe deutlich.
2. Suche dir einen Partner, der die andere Aufgabe bearbeitet hat. Erklärt euch gegenseitig eure Aufgaben und Lösungen.
3. Bearbeite die andere Aufgabe.
4. Besprich die Aufgabe mit einem neuen Partner.



----- Knicke hier um! -----

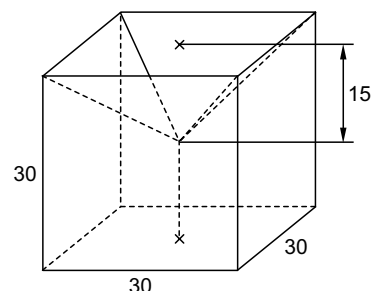
So geht's

1. Bearbeite Aufgabe 1 oder 2 im Heft. Skizzen helfen beim Erklären und Verstehen. Schreibe deutlich.
2. Suche dir einen Partner, der die andere Aufgabe bearbeitet hat. Erklärt euch gegenseitig eure Aufgaben und Lösungen.
3. Bearbeite die andere Aufgabe.
4. Besprich die Aufgabe mit einem neuen Partner.



Aufgabe 2 – Hohlkörper

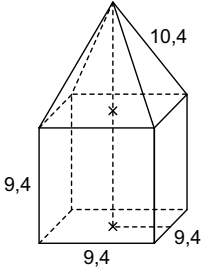
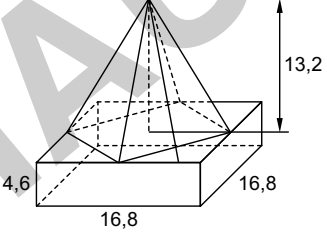
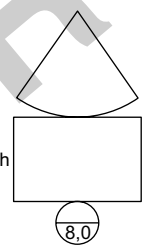
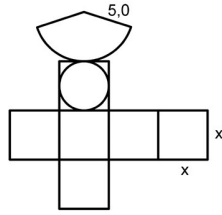
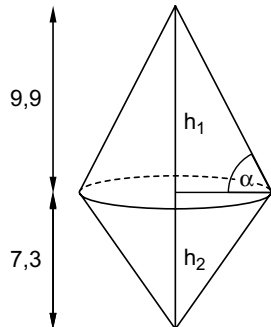
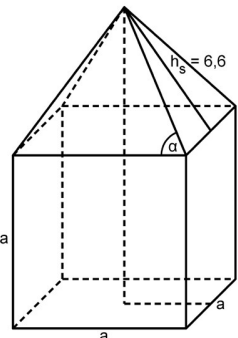
- a) Schreibe auf, aus welchen Körpern der Hohlkörper entstanden ist.
- b) Skizziere ein Netz des Körpers.
Benenne die Teilflächen des Netzes. Sie bilden die Oberfläche des Hohlkörpers.
- c) Berechne nun Volumen und Oberfläche.



M 3 Trainingsplan – mach dich fit!

So geht's

- Bearbeite mindestens drei der sechs Aufgaben. An jeder Station kannst du zwischen einer Grundaufgabe und einer schwierigen Aufgabe wählen.
- Schreibe deinen Lösungsweg übersichtlich auf.
- Brauchst du Hilfe? Dann frage einen Experten.
- Vergleiche deine Ergebnisse mit der Lösung.

Grundaufgaben	Station	schwierige Aufgaben
<p>a) Aus welchen Teilkörpern besteht dieser zusammengesetzte Körper?</p> <p>b) Zeichne ein Netz des Körpers und benenne die Teilflächen.</p> <p>c) Berechne Volumen und Oberfläche des Körpers.</p>  <p>(Maße in cm)</p>	<p>①</p>	<p>a) Zeichne ein Netz dieses zusammengesetzten Körpers.</p> <p>b) Berechne Volumen und Oberfläche.</p>  <p>(Maße in cm)</p>
<p>Dieser Hohlkörper hat ein Volumen von $402,1 \text{ cm}^3$.</p> <p>a) Fertige eine Schrägbildskizze an.</p> <p>b) Berechne die Höhe h.</p>  <p>(Maße in cm)</p>	<p>②</p>	<p>Dieser Hohlkörper hat eine Oberfläche von $622,6 \text{ cm}^2$.</p> <p>a) Fertige eine Schrägbildskizze an.</p> <p>b) Berechne die Kantenlänge x.</p>  <p>(Maße in cm)</p>
<p>Dieser zusammengesetzte Körper hat ein Volumen von $242,2 \text{ cm}^3$.</p> <p>Bestimme mithilfe der angegebenen Größen den Radius r und den Winkel α.</p>  <p>(Maße in cm)</p>	<p>③</p>	<p>Dieser zusammengesetzte Körper hat eine Oberfläche von $149,2 \text{ cm}^2$.</p> <p>Berechne die Gesamthöhe h und den Winkel α mithilfe der angegebenen Größen.</p>  <p>(Maße in cm)</p>

IV/A

M 4 Ich kann ... – meine Selbsteinschätzung

Hier schätzt du dein Können ein und siehst, was du noch üben solltest.

So geht's

- Kreuze für jedes „Ich kann ...“ an, wie sicher du dich fühlst.
- Mache pro Ich-kann-Aussage nur ein Kreuz.
- Kannst du mit der Aussage nicht so viel anfangen, sieh dir die Beispielaufgabe an.



Da bin ich mir ...	sicher	nicht ganz sicher	unsicher	Beispielaufgabe aus dem Trainingsplan
Ich kann das Netz eines zusammengesetzten Körpers zeichnen.				Station ①
Ich kann die Oberfläche eines zusammengesetzten Körpers in Teilflächen zerlegen.				Station ①, ②, ③
Ich kann einen zusammengesetzten Körper in Teilkörper zerlegen.				Station ①, ②, ③
Ich kann die Oberfläche eines zusammengesetzten Körpers berechnen.				Station ①
Ich kann das Volumen eines zusammengesetzten Körpers berechnen.				Station ①
Ich kann Streckenlängen im rechtwinkligen Dreieck mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.				Station ① und ③
Ich kann Streckenlängen und Winkelgrößen im rechtwinkligen Dreieck mithilfe der Winkelfunktionen berechnen.				Station ③

M 8

Üben im Sachkontext –
die Bibliothek in der Glaspiramide

IV/A



Foto: M. Duckek, Ulm

Die Ulmer Stadtbibliothek sieht aus wie ein zusammengesetzter Körper. Wie viele Glasflächen die Fensterreinigung da wohl zu säubern hat?



Aufgaben



1. Einmal im Jahr wird die gesamte Glasoberfläche der Stadtbibliothek (ohne Untergeschoss) gereinigt. Die Reinigungsfirma „Dreckweg“ berechnet 1 € pro Quadratmeter und verlangt für schwerer zugängliche Stellen wie das Dach der Bibliothek 25 % Zuschlag. Wie gehst du vor?



2. Erkläre deine Vorgehensweise einem Partner. Diskutiert eure Ideen und einigt euch auf ein Vorgehen. Berechnet die Lösung.

3. Bereitet eine kurze Präsentation eures Lösungsweges vor.