Didaktisch-methodische Hinweise

Immer wieder stellen wir im Mathematikunterricht fest, dass die Schüler in vielen Bereichen über **keine ausreichende Größenvorstellung** verfügen. Das liegt oft daran, dass die neuen **Inhalte zu schnell formalisiert** werden, ohne dass sich eine wirkliche Grundvorstellung und ein Grundverständnis aufgebaut haben, die **langfristig abgerufen** werden können. Auch beim Thema „**Winkel**“ fehlt diese stabile Größenvorstellung häufig. Dies sorgt dann vor allem beim Messen und Zeichnen von Winkeln für Schwierigkeiten und nicht selten sind falsche Ergebnisse und eine daraus resultierende Frustration bei den Lernenden die Folge. Zu diesem Zeitpunkt ist es dann meistens zu spät, nachträglich eine Größenvorstellung aufzubauen.

Diesem Lernzirkel liegt die Überzeugung zugrunde, dass Ihre Schüler für die erste Begegnung mit dem Winkelbegriff die Winkel dort kennenlernen sollten, wo sie wirklich zur Lösung eines Problems beitragen und zu einem Erkenntnisfortschritt führen. Ausgangspunkt ist hier deshalb die **Drehbewegung** von einer Richtung in eine andere am Thema „**Himmelsrichtungen**“ – und nicht etwa am Beispiel Uhrzeiger, wo Winkel nur formal vorhanden sind. Nur wenn die Lernenden von Anfang an klare Vorstellungen vom methodischen Gehalt des Winkels entwickeln, werden sie einen **tragfähigen Winkelbegriff** aufbauen können. Darüber hinaus erfahren Ihre Schüler hier den Winkel zunächst als **Drehung des eigenen Körpers** und lernen so die Navigation als wesentliches Anwendungsgebiet kennen.

VORSCHAU

Fehlvorstellungen vermeiden

Eine unzureichende Größenvorstellung von Winkeln führt zu einer Vielzahl von typischen Fehlern, denen mit diesem Lernzirkel vorgebeugt werden soll. Diese sind zum Beispiel:

- Oft haben die Lernenden Schwierigkeiten, die zugehörige **Winkelart** zu bestimmen. Es wird häufig derjenige Winkel als der größere genannt, der die **längeren Schenkel** hat.
- Einige Lernende verbinden den Winkelbegriff nicht mit der **zu überstreichenden Fläche**, sondern sehen nur zwei Halbgeraden (Schenkel). Dabei fördert gerade beim Messen und Zeichnen die Vorstellung des **Winkels als Drehbewegung** das Verständnis wesentlich.
- Die Hauptfehlerquelle beim Messen und Zeichnen ist, dass die Lernenden die **falsche Skala auf dem Geodreieck** wählen und so den Ergänzungswinkel statt den gesuchten Winkel messen bzw. zeichnen.
- Eine besondere Herausforderung stellen **überstumpfe Winkel** dar, weil sie über die Skala des Geodreiecks hinausgehen. Selbst wenn Ihre Schüler hier richtig über den Ergänzungswinkel gehen, vergessen sie häufig, den eigentlich gesuchten Winkel zu markieren.
- Fehler im Ergebnis der Winkelgröße werden oft nicht erkannt, weil den Lernenden eine **sichere Vorstellung der Standardrepräsentanten** (45°-, 90°-, 180°- und 360°-Winkel) fehlt und sie nicht wissen, dass ein **Vollwinkel 360°** beträgt. Deshalb fällt auch das **Schätzen** von Winkeln schwer. Vollwinkel werden oft mit 180° gleichgesetzt, was daran liegen könnte, dass die Skala des Geodreiecks nur bis zu diesem Wert reicht.

Aufbau des Lernzirkels

Der Lernzirkel führt in alle Aspekte ein, die relevant sind, um ein Verständnis für die neue Größe zu entwickeln. Dabei bauen die Stationen aufeinander auf, sodass sie nacheinander bearbeitet werden sollten.

zur Vollversion

Der **Einstieg** erfolgt anhand der **Farbfolie (M 1)** über das Thema **„Schatzsuche“**. Eine geheime Botschaft führt zu einem Schatz, aber nur, wenn man die **Richtungsangaben** richtig deuten kann. Neben Angaben zu Himmelsrichtungen enthält der Text vor allem Winkelgrößen. Die Erkenntnis, dass diese neu für Ihre Schüler sind, motiviert, sich in den Folgestunden mit den neuen Inhalten zu beschäftigen.

Der Lernzirkel beginnt mit dem Thema **„Himmelsrichtungen“**, bei dem Ihre Schüler **Drehbewegungen mit dem eigenen Körper** (ausgestreckter Arm als Schenkel) ausführen (Station 1). Anschließend wird der **Winkelbegriff schrittweise formalisiert** (Stationen 2 und 4) und anhand eines weiteren **Beispiels aus der Realität** (ein Zeiger schlägt aus und zeigt die Pendelbewegungen einer Glocke an) erläutert (Station 3). An Station 5 finden die Lernenden **Winkel in ihrer Umgebung** und benennen diese. Dabei geht es noch nicht um die mathematischen Winkelarten, sondern vielmehr um **allgemeinsprachliche Winkelbegriffe** wie „toter Winkel“, „Schusswinkel“ oder „Böschungswinkel“, die verdeutlichen, wie allgegenwärtig Winkel sind. Eine erste Annäherung an die **Größe von Winkeln** erfolgt an Station 6 über direktes Vergleichen (Übereinanderlegen) von Winkeln. Um die Vorstellung des Winkels weiter auszubauen, wird der Winkelbegriff an Station 7 anhand der **Zeigerdrehung einer Uhr** veranschaulicht. Der Winkel wird hier zum einen als **Maß für eine Drehung** und zum anderen als **geometrische Figur** (Winkelfeld) dargestellt und so zu einer tragfähigen operativen Einheit verbunden. Eine **erste Kategorisierung in Winkelarten** nehmen die Lernenden an den Stationen 8 und 9 vor und wenden ihre Erkenntnisse in den **Winkelbildern** und beim **Winkelfühlen** (Station 10) spielerisch an. An Station 11 erfolgt der nächste formalisierende Schritt hin zum **Winkelmaß**. Hier geht es noch nicht darum, Winkel zu messen, sondern das Ziel ist es, zunächst ein **Gespür für die neue Größe** zu entwickeln. Am Ende des Lernzirkels wird erneut der Bogen zur Realität geschlagen und das neu Gelernte zusammengefasst, indem Ihre Schüler sich mit weiteren Beispielen für Winkel in ihrer Umgebung auseinandersetzen (Station 12).

VORSCHAU

Differenziertes und individuelles Arbeiten

Die Lernenden arbeiten allein oder zu zweit an den Stationen. **Tipps**, **Tippkarten** und **Aufgaben für Experten** ermöglichen individuelles Arbeiten und stellen sicher, dass jeder zu Erfolgserlebnissen gelangt. Auf dem **Laufzettel (M 2)** können individuelle Fragen notiert und im Anschluss besprochen werden.

So kann es weitergehen – Ausblick auf die Folgestunden

Dieser Lernzirkel führt in den **Winkelbegriff** und die **Winkelarten** ein. Im Anschluss sollten Letztere unbedingt **weiter systematisiert und gefestigt** werden. Dann schließen sich die Themen **„Winkel messen“** und **„Winkel zeichnen“** an, für die in diesem Lernzirkel durch das Kennenlernen des Winkelmaßes die Grundlage gelegt wird. Wenn Sie anschließend die **Winkelbeziehungen** (Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel) thematisieren, sollten Sie vor allem auf die typische Verwechslung der Gesetzmäßigkeiten (Gleichheit oder Ergänzung zu 180°) eingehen. Auch dem **Schätzen** von Winkelgrößen sollte immer wieder Zeit eingeräumt werden – verschafft ein Gespür für die ungefähre Winkelgröße doch Sicherheit beim Zeichnen, Messen und Überprüfen des Ergebnisses.

Minimalplan

Bei Zeitmangel kann Station 3 (Glockenläuten) als weiteres Beispiel für den Winkel als Drehbewegung entfallen. Die Stationen 11 (Winkelmaß) und/oder 12 (Überall Winkel!) können Sie ebenfalls weglassen. Das Winkelmaß sollte dann im anschließenden Unterricht erarbeitet werden.

Alle Stationen können Sie auch einzeln als Arbeitsblätter einsetzen.

netzwerk lernen

zur Vollversion

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1	L 3	... argumentieren mathematisch, indem sie die neu erworbenen Inhalte sowie Alltagswissen und -erfahrungen zur Begründung ihrer Ergebnisse nutzen,	I
K 4	L 3	... verwenden mathematische Darstellungen und wechseln zwischen diesen, indem sie Winkel als Drehbewegung mit dem eigenen Körper darstellen, Winkel in ihrer Umgebung erkennen und auf Ziffernblätter und in Fotos von Alltagsobjekten einzeichnen,	I, II
K 4	L 3	... arbeiten mit Papiermodellen von Winkeln und verstehen diese so zum einen als Maß für eine Drehung und zum anderen als geometrische Figur,	I, II
K 4	L 3	... lernen die griechischen Buchstaben als Kennzeichnung für Winkel kennen,	I
K 6	L 3	... kommunizieren mathematisch, indem sie im Gespräch mit einem Partner Lösungswege diskutieren und die neu gelernten Fachbegriffe anwenden.	I

VORSCHAU

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Hinweis

Statt der Materialübersicht „**Auf einen Blick**“ finden Sie in diesem Stationenlernen einen Laufzettel (**M 2**). Dieser gibt Ihnen Orientierung.

netzwerk lernen

zur Vollversion

I/D

M 2 Finde den Dreh raus! – Mein Laufzettel

So geht's

Arbeitet zu zweit. Erledigt die Stationen der Reihe nach. Holt euch dazu die nötigen Arbeitsmaterialien an den Platz. Wählt bei Station 10 zwei Stationen (A, B, C) aus.

Überprüft nach jeder Station eure Lösung mit dem Lösungsblatt.

	✓	Wie hat es geklappt? Kreuze an.	Meine Fragen und Anmerkungen
Station 1 Himmelsrichtungen			
Station 2 Was ist ein Winkel?			
Station 3 Glockenläuten im Kölner Dom			
Station 4 Ein bisschen Winkeltheorie			
Station 5 Winkel in deiner Umgebung			
Station 6 Winkel vergleichen I			
Station 7 Auch an der Uhr gibt es Winkel!			
Station 8 Winkel vergleichen II			
Station 9 Winkelgrößen			
Station 10 A ★ Winkel suchen			
Station 10 B ★★ Winkel suchen			
Station 1 C ★★★ Winkel fühlen			
Station 11 In welcher Einheit misst man Winkel?			
Station 12 Überall Winkel!			

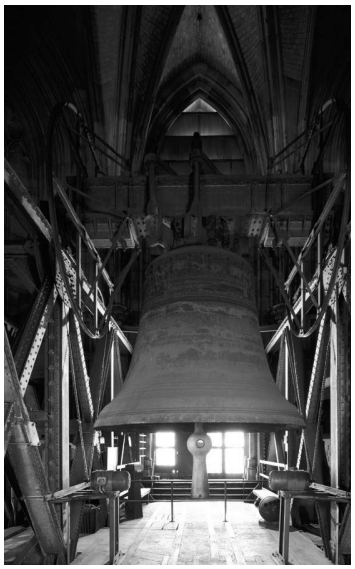
VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

I/D

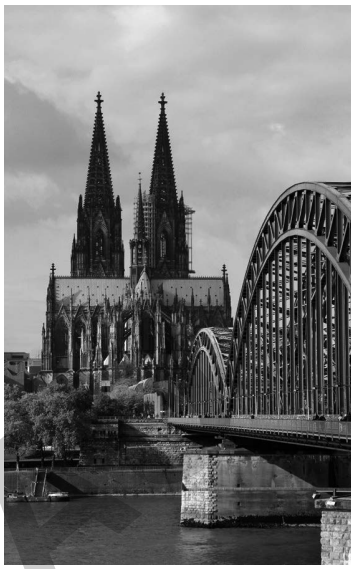
M 6 / Station 3 Glockenläuten im Kölner Dom



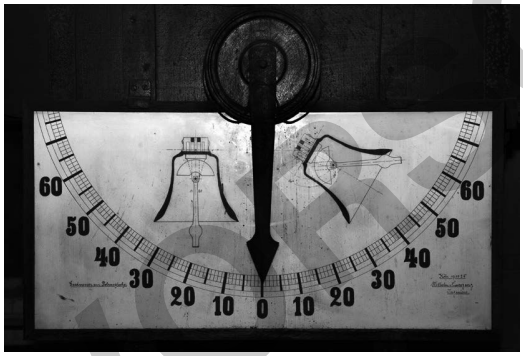
Die Petersglocke befindet sich im Glockenstuhl des Südturms.

Warst du schon mal in Köln? Dann hast du sicher den Kölner Dom gesehen oder bist sogar hinaufgestiegen. Hast du auch das Glockenläuten gehört? Die Hauptglocke des Kölner Doms ist die Petersglocke. Sie ist die größte freischwingende Glocke der Welt und wiegt 24 000 kg. Das ist so schwer wie sechs ausgewachsene Elefanten!

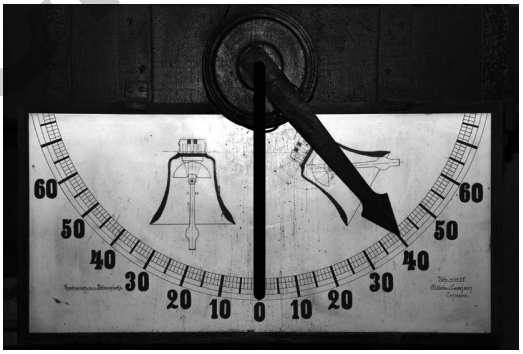
Wenn die Glocke läutet, schwingt sie hin und her. Diese Pendelbewegungen werden zur Kontrolle auf einer Skala im Glockenturm angezeigt.



Blick auf die Rückseite des Kölner Doms



Ist die Petersglocke in Ruhe, steht der Zeiger auf 0.



Wenn die Glocke läutet, zeigt der Zeiger die Bewegung der Glocke an.

Bewegt sich der Zeiger aus der Ruhelage heraus, entsteht ein **Winkel**, der durch die senkrechte Linie und den Zeiger begrenzt wird (Bild 2).

Fotos im Uhrzeigersinn: 1. mauritius images/Alamy; 2. Thinkstock/iStock; 3. und 4. Foto: M. Unkelbach, Dombauhütte Köln

Aufgabe

Zeichne den Zeiger (2. Bild) in dein Heft ab und beschrifte den 1. und den 2. Schenkel.

Für Experten

Was passiert mit dem Zeiger, wenn die Glocke stärker schwingt?

Wie bewegt sich die Glocke, wenn der Zeiger nach links ausschlägt?

VORSCHAU

netzwerk lernen

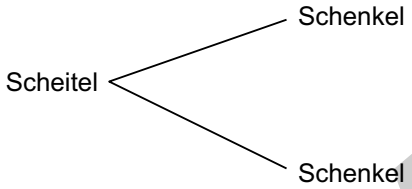
zur Vollversion

M 7 / Station 4 Ein bisschen Winkeltheorie

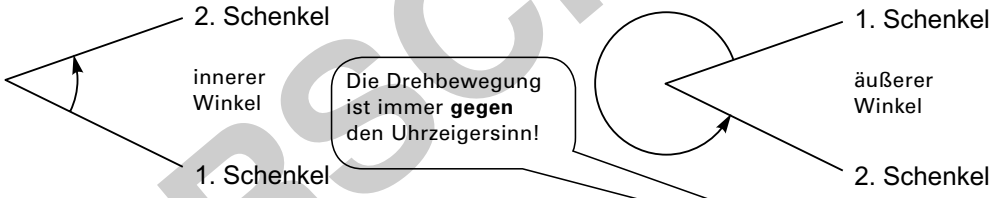
Bisher hast du den Winkel am Beispiel der Richtungsänderung (mit ausgestrecktem Arm) und am Beispiel der Pendelbewegung der Glocke kennengelernt. Wie sind nun Winkel mathematisch definiert? Informiere dich hier!

Winkel

1 Winkel werden durch **zwei Halbgeraden** gebildet, die einen **gemeinsamen Anfangspunkt** (Scheitelpunkt bzw. Scheitel) haben. Die beiden Halbgeraden sind die **Schenkel** des Winkels.



2 Zwei vom gleichen Punkt ausgehende Halbgeraden begrenzen immer zwei Winkel: einen **inneren Winkel** und einen **äußeren Winkel**. Durch einen Kreisbogen gibt man an, welchen Winkel man meint.

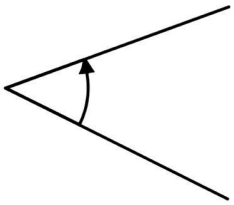


Die Halbgerade, die bei der Drehung um den Scheitel den Winkel überstreicht, nennt man **1. Schenkel**. Die andere Halbgerade ist der **2. Schenkel**.

Der Winkel ist also das **Maß für die Drehung**, die notwendig ist, um den 1. Schenkel in den 2. Schenkel zu überführen.

3 Welche Halbgerade der 1. Schenkel ist und welche der 2., würde noch deutlicher werden, wenn man einen Pfeil für den Winkel verwenden würde.

Die Pfeilspitze ist aber eigentlich überflüssig, sie ergibt sich automatisch aus der **Gegen-den-Uhrzeigersinn-Vorschrift**.



Aufgabe

Hast du den Text aufmerksam gelesen? Dann beantworte folgende Fragen im Heft:

a) Wie sind Winkel mathematisch definiert?

b) Erkläre mit eigenen Worten, welche Halbgerade als 2. Schenkel bezeichnet wird.

VORSCHAU

I/D

netzwerk lernen

zur Vollversion

M 19 /Station 12 Überall Winkel! – Das kann ich jetzt

Jetzt hast du dich intensiv mit Winkeln beschäftigt und weißt, dass es eigentlich überall Winkel gibt. Kennst du dich aus?

Bearbeite mindestens eine der Aufgaben.

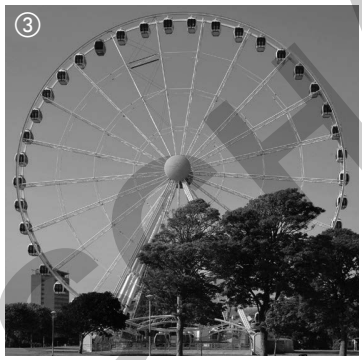
Aufgaben

1. Wie du weißt, haben Winkel zwei Schenkel und einen Scheitel.

a) Wo befinden sich Winkel in den vier Fotos? Wo sind jeweils die Schenkel? Wo ist der Scheitel? Zeichne alles ein.

Tipp Es können mehrere Winkel vorkommen. Schenkel können feststehen oder beweglich sein.

Fotos: iStock/Thinkstock



b) Findest du weitere Beispiele für Winkel im Alltag? Erläutere mindestens eins.

2. Nina, Aysha und Simone treten zum 100-Meter-Lauf an.

a) Sie haben unterschiedliche Positionen beim Starten. Beschreibe sie.

b) Wer hat die beste Startposition? Begründe.

c) Betrachte Ayshas Startposition. Welche Körperteile bilden mit der Laufbahn den Startwinkel? Wie groß ist dieser etwa?

Nina

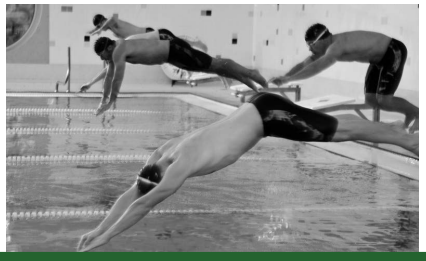
Aysha

Simone

Tarek (auf dem Foto im Vordergrund) startet beim Schwimmwettkampf über 50 m Freistil. Er taucht in einem günstigen Winkel ins Wasser ein.

a) Welche Linien bilden den Eintauchwinkel?

b) Warum ist es ungünstig, unter einem größeren Winkel ins Wasser einzutauchen?



oto: Photos.com/Thinkstock

I/D

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Lösungen und Tipps zum Einsatz

M 1 Auf Schatzsuche

Die **Farbfolie** wirft anhand des Themas **„Schatzsuche“** die Frage nach Winkeln und ihrer Größe auf. Ihre Schüler erkennen, dass dieses Thema neu für sie ist und werden motiviert, sich in den nächsten Stunden genauer damit zu beschäftigen.

So setzen Sie die Folie ein

Legen Sie die Folie auf und decken Sie den Text zunächst ab, sodass **nur das Foto** der beiden Jungen zu sehen ist. Erklären Sie:

Jannek und Fahid haben eine geheime Nachricht erhalten, in der der Weg zu einem Schatz beschrieben ist. Gespannt und voller Tatendrang haben sie ihre Rucksäcke gepackt und machen sich auf den Weg raus aus der Stadt in Richtung Wald ...

I/D

Leiten Sie das Unterrichtsgespräch über wichtige Utensilien, die man für eine Schatzsuche benötigt, hin zum **Text** mit seinen **Richtungsangaben**.

Impulsfragen zur Folie

1. *Wart ihr schon mal auf Schatzsuche? Wenn ja, wo?*
2. *Was braucht man alles für eine Schatzsuche? Welche Ausrüstung haben Jannek und Fahid wohl in ihren Rucksäcken?* (Landkarte, Fernglas, Kompass, Notizblock, Wasser, Essen ...)
3. *Was hält Jannek in der Hand? Wozu dient dieses Gerät? Wie funktioniert es?* (Er hat einen Kompass in der Hand. Auf diesem sind die Himmelsrichtungen und Zahlen (Winkelgrößen) angegeben. Der magnetische Zeiger richtet sich in Richtung des Erdmagnetfelds aus, das in geografischer Nord-Süd-Richtung verläuft. So weiß man immer, wo **Norden** ist.)

   (Text aufdecken und vorlesen lassen)
4. *Bei einer Schatzsuche spielen Richtungen eine wichtige Rolle. Mit welchen Worten sind diese im Text beschrieben?* (z. B.: „nach Norden“, „90 Grad nach rechts“, „östli-che Richtung“, „in einem Winkel von 30° nach links“, „geradeaus“, „Vierteldrehung nach links“, „nordwestliche Richtung“, „dreht euch um 270°“, „nach links“, „dreht euch um 120° nach rechts“, „in südöstlicher Richtung“. Heben Sie diese Begriffe nach ihrer Nennung farblich hervor.)
5. *Kennt ihr schon alle diese Angaben?* (90 Grad wird vielleicht von einigen Lernenden bereits als rechter Winkel bzw. Vierteldrehung interpretiert. Ansonsten sind die Winkelgrößen neu.)

Mit der letzten Frage **leiten Sie zum Lernzirkel über**. Betonen Sie, dass es nicht schlimm ist, wenn Ihre Schüler nicht wissen, was genau mit den Grad-Angaben im Text gemeint ist. Das werden sie in den nächsten Stunden selbstständig herausfinden.

Das Thema „Schatzsuche“ wieder aufgreifen

Für die Übungsphase nach dem Lernzirkel bietet es sich an, das Thema „**Schatzsuche**“ wieder aufzugreifen. Dazu können Sie den Text auf der Folie erneut heranziehen und die Lernenden den **Weg** von Jannek und Fahid **mit den entsprechenden Winkeln** (und Orten) **aufzeichnen lassen** (Maßstab: 100 Schritte entsprechen 10 cm). Es entsteht eine Schatzkarte.

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Aufgabe 2

a) Nina, Aysha und Simone starten unterschiedlich steil (Startwinkel). Nina startet fast senkrecht, Aysha in einer mittleren Neigung zur Laufbahn und Simone startet sehr flach.

b) Aysha hat die beste Startposition. Bei ihr geht genug Kraft nach vorn und sie steht sicher. Ninas Startwinkel ist zu groß. Die Startkraft geht ausschließlich nach oben und nicht genügend nach vorn. Bei Simones Stellung geht fast die gesamte Kraft nach vorn. Es fehlt die Kraft zum Aufrichten des Körpers und sie könnte das Gleichgewicht verlieren und stolpern.

c) Gestrecktes Startbein und gestreckter Oberkörper bilden mit der Laufbahn den Startwinkel. Dieser beträgt etwa 45° (halber rechter Winkel).

Aufgabe 3

a) Der gestreckte Oberkörper bildet mit der Wasseroberfläche den Eintauchwinkel.

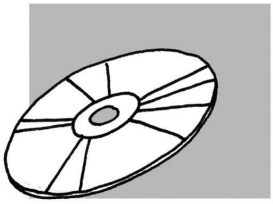
b) Bei einem größeren Eintauchwinkel taucht der Schwimmer zu tief ins Wasser und verliert so wertvolle Zeit, bis er geradeaus schwimmen kann.

Station 12 schlägt – ähnlich wie Station 5 – erneut die **Brücke zur Realität**. So wird Ihren Schülern noch einmal die Sinnhaftigkeit des zu lernenden Stoffes vor Augen geführt. Zudem fördert die Anwendung des Gelernten in verschiedenen Zusammenhängen das verstehende Lernen. Bei Zeitmangel kann diese Station entfallen, jedoch sollte nicht vernachlässigt werden, wie Beispiele aus dem Alltag die **Verankerung** und das **Abrufen des Gelernten** deutlich erhöhen.

Differenzierung

Die Lernenden bearbeiten mindestens eine der drei Aufgaben, schnelle Schüler auch mehr. Wer frühzeitig mit den Stationen fertig ist, kann auch als Experte für die noch arbeitenden Paare fungieren.

Auf **CD-ROM 61** finden Sie die **Fotos mit den eingezeichneten Winkeln**. Wenn Sie die Bilder in DIN A5 ausdrucken, können die Schüler ihre Ergebnisse besser kontrollieren.



VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion