

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort	4
Zehn Fragen und Antworten	
1. Was ist ein Portfolio?	5
2. Warum sollte man Portfolios im Unterricht einsetzen?	5
3. Wie funktioniert die Portfolioarbeit im Unterricht?	6
4. Sollte man Portfolios zensieren?	7
5. Wie kann man Portfolios bewerten?	8
6. Warum behandelt man Brüche in der Schule?	8
7. Was ist ein Bruch?	9
8. Wie entwickeln Schülerinnen und Schüler einen Bruchbegriff?	10
9. Wie kann man den Bruchbegriff im Unterricht einführen?	11
9.1 Einstieg über das Mischungsverhältnis mit Saftmischungen	11
9.2 Einstieg über den Größenaspekt mit dem Moosgummikreis	13
10. Was ist bei der Bruchrechnung zu beachten?	13
Kopiervorlagen	
Vor Beginn der Portfolio-Arbeit	14
Elternbrief: Wir arbeiten mit einem Portfolio	15
⇒ Brüche kennen lernen	
Domino zu Brüchen	16
Flaggen unserer Nachbarländer	17
Falten und Schneiden	18
Anteile erkennen und zeichnen	20
Brüche darstellen	21
Mischungen von Kirsch-Banane-Saft (KiBa)	22
Unechte Brüche und gemischte Zahlen	23
Partnerarbeit: Unechte Brüche in gemischte Zahlen umwandeln	24
⇒ Brüche ordnen	
Brüche am Zahlenstrahl	25
Gleichnamige Brüche der Größe nach ordnen	26
Gleichnamige Brüche vergleichen	27
Ungleichnamige Brüche der Größe nach ordnen	28
Ungleichnamige Brüche vergleichen	29
⇒ Brüche als Anteile von Größen	
Brüche als Anteile von Längen	30
Anteile von Längen berechnen	31
Brüche im Kuchenrezept	32
⇒ Brüche kürzen und erweitern	
Brüche kürzen und erweitern	33
Partiellbruch bei Brüchen kürzen	

⇒ Brüche addieren und subtrahieren	
Gleichnamige Brüche addieren und subtrahieren	35
Gleichnamige Brüche addieren und subtrahieren 2	36
Magische Quadrate zur Addition von gleichnamigen Brüchen	37
Ungleichnamige Brüche addieren und subtrahieren	38
Rechenmauern zur Addition und Subtraktion von Brüchen	39
Umkehraufgaben zur Strichrechnung mit Brüchen	40
⇒ Brüche multiplizieren und dividieren	
Brüche vervielfachen	41
Partnerarbeit: Domino zum Vervielfachen von Brüchen	42
Brüche multiplizieren	43
Brüche multiplizieren 2	44
Herleitung zum Dividieren von Brüchen	45
Dividieren von Brüchen	46
Division mit einer natürlichen Zahl und einem Bruch	47
Fehlersuche bei der Division von Brüchen	48
Domino zur Division von Brüchen	49
Partnerarbeit: Aufgaben würfeln	50
Kreuzworträtsel: Begriffe rund ums Bruchrechnen	51
Lösungen	52–56

## Vorwort

In der Mathematikdidaktik ist die Portfolioarbeit noch neu. Mit dem vorliegenden Buch können Sie ganz einfach zur weiteren Verbreitung dieser Methode beitragen, die besonders die Motivation und Individualisierung fördert. Die Schülerinnen und Schüler übernehmen Verantwortung für ihr Lernen und tauchen durch das Erstellen eigener Nachschlagewerke (Portfolios) tief in Zusammenhänge ein.

Viele Aufgaben sind im Rahmen meiner Arbeit zum zweiten Staatsexamen entstanden und wurden in der Berliner Amtsfeld-Schule erprobt. Ausgehend von meinen Praxiserfahrungen habe ich die Kopiervorlagen für das vorliegende Buch überarbeitet und ergänzt.

Ich wünsche Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern viel Freude mit den Portfolios!

*Sabine Hauke*

**zur Vollversion**

## 1. Was ist ein Portfolio?

Wörtlich aus dem Italienischen übersetzt heißt Portfolio „tragbares Blatt“<sup>1</sup>. In Deutschland ist der Begriff Portfolio im Bildungsbereich noch relativ neu. In anderen Bereichen spielt der Begriff schon länger eine Rolle, so z.B. als Aktienportefeuille oder als Sammelmappe für künstlerische Arbeiten. Der Begriff Portfolio im Bildungsbereich wird erstmals 1974 nachgewiesen und seit den späten 1980er-Jahren in den USA verstärkt verwendet. Er gilt als alternative Methode zur Leistungsbeurteilung und als Gegenmittel zur übertriebenen Test-Orientierung. Seit Beginn der 1990er Jahre findet das Portfolio-Konzept Eingang in den deutschen Sprachraum und seit Beginn der 2000er Jahre steigt die Zahl der Publikationen zum Portfolio rasant an.

Im Portfolio können eigene Interessen und Stärken eingebracht werden. Es wächst mit den Erfahrungen im Verlauf des Lernprozesses und es ermöglicht einen tieferen Einblick in Lernprozesse, als es mit standardisierten Testverfahren möglich ist. Die von den Schülerinnen und Schülern erarbeiteten Einträge werden direkt angesehen, nicht abgefragt. Die Beiträge werden immer wieder überarbeitet. Ein Portfolio wird also nicht wie ein normaler Hefter behandelt, sondern als „Gesamtkunstwerk“ am Ende ausgestellt. Diese drei Aspekte sind wesentlich für ein Portfolio:

1. Ein Portfolio ist eine Sammlung von selbst erstellten Arbeiten.
2. Der Urheber eines Portfolios beteiligt sich an der Auswahl der Inhalte.
3. Das Portfolio enthält reflexive Gedanken zur Auswahl der Einträge und zur Einschätzung ihrer Qualität.

## 2. Warum sollte man Portfolios im Unterricht einsetzen?

Im Portfolio dokumentieren Schülerinnen und Schüler ihre Lernwege.

### Definition:

Lernwege sind die vollzogenen Denkprozesse und Handlungen, die zu einer neuen Kompetenz führen oder eine Kompetenz vertiefen.

Das Ziel der Dokumentation von Lernwegen im Portfolio ist die Bewusstwerdung der Schülerinnen und Schüler über ihren Lernprozess. Dadurch wird das Erlernte an schon vorhandenes Wissen und bereits bestehende Strukturen im Gehirn angeschlossen. So wird Gelerntes besser gespeichert.

Feuser schreibt dazu: „Durch die Reflexion des Lernprozesses – ergänzt durch Gespräche mit der Lehrkraft und den Mitschülerinnen und Mitschülern – wird das neu erworbene Wissen strukturiert und in bestehendes Wissen integriert.“<sup>2</sup>

<sup>1</sup> vgl. Endres, Wolfgang (Hrsg.): Das Portfolio in der Unterrichtspraxis. Präsentations-, Lernweg- und Bewertungsportfolio, Weinheim und Basel 2008, S. 8

<sup>2</sup> Feuser, Matthias: Lernwege und Lernerfolge dokumentieren, in:

Daher wird mit der Dokumentation des Lernweges, die im Portfolio erfolgen soll, das neu erworbene Wissen über Brüche strukturiert und an vorhandenes Wissen angeknüpft. Aus einmal gegangenen Lernwegen sollen schließlich erneut abrufbare Denkprozesse und Handlungen werden, die so durchdacht sind, dass sie wiederholt werden können oder auf ähnliche Probleme übertragen werden können (Transfer).

Aus den Erkenntnissen der Lernpsychologie können folgende Forderungen an gelingendes Lernen abgeleitet werden:

- Anknüpfungspunkte aus bereits bekannten Inhalten sind zu nutzen
- Lernwege sind zu dokumentieren, um Denkprozesse und Handlungen nachvollziehen, wiederholen und transferieren zu können
- die Schülerinnen und Schüler sollen sich mit dem Lehrstoff aktiv auseinandersetzen, sie bekommen Anleitung statt bloßer Unterweisung
- Inhalte und Ziele werden transparent und nachvollziehbar dargestellt, um die Motivation zu wecken

### 3. Wie funktioniert die Portfolioarbeit im Unterricht?

Portfolios sind Leistungen, die die Kinder weitgehend selbständig erbringen. Trotzdem müssen sie angeleitet werden, um die Methode Portfolio kennen zu lernen, ihr Portfolio anzulegen und zu füllen. Auch die Reflexionsphasen bedürfen einer Anleitung.

Die Phasen der Portfolioarbeit überschneiden sich. Insgesamt unterscheidet man fünf Phasen.

#### *Einführungsphase: Mitgestalten*

Den Schülerinnen und Schülern wird anhand eines Beispiels gezeigt, wie ein Portfolio aussehen kann. Die zu behandelnden Inhalte (in der Regel aus dem Rahmenlehrplan) werden den Schülerinnen und Schülern vorgestellt, denn dies versetzt sie in die Lage, sich in der Diskussion über die Arbeitsweise im Portfolio einzubringen.

Praktische Fragen zur Aufbewahrung, Gestaltung, Umgang mit dem Portfolio sollten anschließend gemeinsam geklärt werden. Die Kriterien zur Bewertung des Portfolios werden gleich zu Beginn transparent gemacht, damit die Schülerinnen und Schüler wissen, was auf sie zukommt. Anregungen der Schülerinnen und Schüler werden aufgegriffen, Fragen werden geklärt.

#### *Erarbeitungsphase: Sammeln*

Der neue Stoff wird in der Klasse erarbeitet, sei es durch Freiarbeit, Frontalunterricht, Referate oder Partner- und Gruppenarbeit. Währenddessen erstellen die Kinder wie immer Hefteinträge, füllen Arbeitsblätter aus, leisten Wortbeiträge, beantworten Fragen, schneiden, basteln, legen aus Material, kurzum: sie produzieren. Diese Produkte werden zunächst gesammelt.

Da in der Regel Wortbeiträge oder aus Material Gelegtes nicht gesammelt werden können, kommen als weitere Beiträge Hefteinträge zu eigenen Wortbeiträgen und Fotos zur Dokumentation hinzu.

*Sichtungsphase: Auswählen*

Die Schülerinnen und Schüler haben ein Kriterienraster vorliegen. Ihre eigene Entscheidung ist es, welche ihrer Produkte es wert sind, in das Portfolio aufgenommen zu werden. Sie sollen die geforderte Bandbreite abdecken und qualitativ möglichst hochwertig sein.

In diesem Prozess des Auswählens laufen innerlich schon die Kommentierungsprozesse ab, die in der nächsten Phase ausformuliert werden.

*Reflexionsphase: Beraten, Reflektieren*

Die ausgewählten Beiträge für das Portfolio werden in dieser Phase durch die Urheber kommentiert. Dies geschieht z. B. auf der Grundlage von Beratungsgesprächen mit Mitschülern oder der Lehrkraft, durch Ausfüllen von Reflexionsbögen oder durch frei formulierte Sätze, ähnlich wie in einem Lerntagebuch. Der Lernzuwachs sollte jeweils durch die Schülerinnen und Schüler reflektiert werden. „Sie setzen sich noch einmal mit ihrer Leistung und deren Erarbeitung auseinander, tauschen sich mit anderen aus und erfahren dabei eine Rückmeldung zum Lernprozess und -ergebnis.“<sup>3</sup>

*Präsentationsphase: Bewerten (lassen)*

Zur Präsentation der abgeschlossenen Portfolios ist wichtig, dass der Wert der Portfolios erkennbar wird. Als Form der Präsentation ist vom Museumsgang innerhalb der Klasse über die Vorstellung auf einem Elternabend bis zur Veröffentlichung in Buchform oder als Internetauftritt vieles möglich.

## 4. Sollte man Portfolios zensieren?

Die abschließende Bewertung eines Portfolios mit einer Zensur ist umstritten. Die Kritik an Zensuren ist berechtigt, da sie nichts über den wahren Stand und den Inhalt des Gelernten aussagen – zum Beispiel sagt ein „befriedigend“ in einer Klassenarbeit nichts aus über noch zu schließende Lücken oder was genau schon verstanden wurde.

Doch schon während der Arbeit am Portfolio findet eine Bewertung statt, und zwar durch die Urheber selbst, die bestimmte Arbeiten auswählen, andere auslassen und sich in Beratungen über Kriterien für ihren Auswahlprozess verständigen.

Bei der Bewertung von Portfolios sollte die Transparenz im Vordergrund stehen. Schließlich wird von den Schülerinnen und Schülern verlangt, dass sie intensiv arbeiten. Damit sie die Chance haben, dabei zielorientiert vorzugehen, müssen die Ziele von Anfang an definiert und transparent gemacht werden. Den Schülerinnen und Schülern werden in der Arbeit am Portfolio verschiedene Möglichkeiten gegeben, sich einzubringen und ihr Können zu zeigen. Besonders Schüler, die sich mündlich wenig beteiligen, können über die gesamte Unterrichtseinheit ihre Leistung dokumentieren und diese zur Bewertung vorlegen.

<sup>3</sup> Bartnitzky, Jens; Freitag, Heike u. a.: Handreichung Mein Lernportfolio – Ein Portfolio für alle. Berlin: Cornelsen Verlag, 2006, S. 13

Wird eine Zensur für das Portfolio erteilt, so kann sie wie eine Zensur für eine Klassenarbeit gewertet werden, wenn dies den Schülerinnen und Schülern von Beginn an deutlich gemacht wird. Sinnvoll ist eine Ergänzung der Ziffernote mit einer verbalen Beurteilung, in der Stärken und Schwächen des jeweiligen Portfolios benannt werden.

## 5. Wie kann man Portfolios bewerten?

In einem Kriterienraster werden die Ziele vorgegeben, die mit dem Portfolio erreicht werden sollen. Dabei sollten neben inhaltlichen Kompetenzen auch allgemeine Kompetenzen in die Bewertung eingehen. Allgemeine Kompetenzen sind beispielsweise:

- Lesbarkeit
- Sauberkeit
- Vollständigkeit
- Reflexionen
- Reaktionen auf Überarbeitungshinweise des Lehrers oder der Mitschüler

Beim Einfluss auf die Bewertung ist ein Verhältnis von 25–30 % allgemeiner Kompetenzen zu 70–75 % inhaltlicher Kompetenzen angemessen.

Im Kriterienraster können die jeweils zutreffenden Werte angekreuzt werden. So wird für die Schülerinnen und Schüler (und ihre Eltern) nachvollziehbar, in welchen Bereichen die Ziele in welchem Maße erreicht wurden.

## 6. Warum behandelt man Brüche in der Schule?

Die Behandlung der Bruchzahlen in der Schule ist unter Didaktikern immer wieder in der Diskussion, denn der Zahlbereich der gebrochenen Zahlen könnte alternativ nur über Dezimalzahlen erschlossen werden – auch sie erlauben Antworten auf die Frage, wie z. B. das Ergebnis der Rechnung  $10:4$  dargestellt werden kann.

Padberg wägt Pro- und Kontra-Argumente zur Behandlung der Bruchzahlen gegeneinander ab<sup>4</sup>, befürwortet aber letztlich die Behandlung der Bruchzahlen, da „Brüche im Vergleich zu Dezimalbrüchen eine größere Anschaulichkeit und Prägnanz [besitzen]. Ferner zeichnen sie sich durch ihre exakte Wertangabe im Vergleich zu periodischen oder längeren endlichen Dezimalbrüchen aus.“<sup>5</sup>

Die Frage nach der Behandlung der Bruchzahlen und der Bruchrechnung in der Schule wird auch dadurch bejaht, dass es entsprechende Vorgaben in den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK) gibt. Die KMK hat bisher Bildungsstandards für die Klasse 4, für den Hauptschulabschluss nach Klasse 9 und den mittleren Schulabschluss nach Klasse 10 verabschiedet. In den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“ heißt es zur Leitidee Zahl: „Die Schülerinnen und Schüler

4 vgl. Padberg, Friedhelm: Didaktik der Bruchrechnung für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung, Heidelberg 2009, S. 1 ff

## Vor Beginn der Portfolio-Arbeit

Klären Sie als Lehrkraft vor Beginn der Portfolio-Arbeit für sich die folgenden Fragen. Kopieren Sie das Blatt, um es auch in folgenden Durchgängen verwenden zu können.

### Organisation

⇒ Welcher Zeitraum steht für die Arbeit am Portfolio zur Verfügung? (z. B. bis zu den nächsten Ferien, drei Wochen für den Bruchbegriff und vier Wochen für die Bruchrechnung o. Ä.)

---

⇒ Wie sollen die Arbeiten der Schülerinnen und Schüler gesammelt werden, in einem Ordner oder einem Ablagefach?

---

⇒ Wo wird das Portfolio aufbewahrt, bleibt es in der Schule oder kann es mit nach Hause gegeben werden?

---

### Zweck

⇒ Wer darf oder soll das Portfolio lesen? Ist eine Präsentation zum Abschluss geplant?

---

⇒ Wird das Portfolio bewertet und wenn ja, von wem und anhand welcher Kriterien?

---

### Inhalte

⇒ Zu welchem Thema genau werden die Inhalte gesammelt?

---

⇒ Wird alles, was verfügbar ist, aufgenommen oder eine Auswahl getroffen? Wenn ja, von wem?

---

Name: \_\_\_\_\_ Kl. \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

### Domino zu Brüchen

1. Schneidet die Karten an den *dicken Linien* aus. Seht euch die erste Zeichnung an und findet den zur gefärbten Fläche passenden Bruch. Arbeitet so weiter.



START		$\frac{3}{4}$	
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{6}$	ENDE

2. Zeichne und schreibe nun dein eigenes Bruchdomino.
- Zeichne Anteile farbig und schreibe die zugehörige Bruchzahl auf die nächste Karte.
  - Schneide das Domino aus und probiere es gemeinsam mit einer Mitschülerin oder einem Mitschüler aus.



START		_____	
_____		_____	
_____		_____	
_____		_____	ENDE

3. Klebe das Domino aus Aufgabe 1 oder Aufgabe 2 auf ein Blatt Papier und hefte es in dein Portfolio.

## Partnerarbeit: Brüche kürzen

Schneidet die beiden Kästchen aus. Partner A beginnt und nennt den vollständig gekürzten ersten Bruch. Partner B kontrolliert und kürzt dann den zweiten Bruch. So wird abwechselnd das Kürzen von Brüchen geübt.



Partner A		Partner B	
a) Kürze	$\frac{4}{12}$	a) Lösung	$\frac{1}{3}$
b) Lösung	$\frac{1}{2}$	b) Kürze	$\frac{6}{12}$
c) Kürze	$\frac{4}{8}$	c) Lösung	$\frac{1}{2}$
d) Lösung	$\frac{3}{4}$	d) Kürze	$\frac{6}{8}$
e) Kürze	$\frac{18}{20}$	e) Lösung	$\frac{9}{10}$
f) Lösung	$\frac{4}{5}$	f) Kürze	$\frac{8}{10}$
g) Kürze	$\frac{15}{35}$	g) Lösung	$\frac{3}{7}$
h) Lösung	$\frac{4}{5}$	h) Kürze	$\frac{24}{30}$
i) Kürze	$\frac{9}{27}$	i) Lösung	$\frac{1}{3}$
j) Lösung	$\frac{3}{5}$	j) Kürze	$\frac{18}{30}$
k) Kürze	$\frac{14}{21}$	k) Lösung	$\frac{2}{3}$
l) Lösung	$\frac{1}{3}$	l) Kürze	$\frac{8}{24}$
m) Kürze	$\frac{36}{48}$	m) Lösung	$\frac{3}{4}$
n) Lösung	$\frac{7}{8}$	n) Kürze	$\frac{49}{56}$



Name: \_\_\_\_\_ Kl. \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

## Ungleichnamige Brüche addieren und subtrahieren

1. Trage diese Wörter in den Merksatz ein: *erweitern, ungleichnamig, Hauptnenner, kürzen.*



### Mein Merksatz

Brüche mit unterschiedlichen Nennern, wie zum Beispiel  $\frac{2}{5}$  und  $\frac{2}{7}$ , nennt man \_\_\_\_\_.

Zur Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche geht man so vor:

1. Die Malfolge des *kleineren* Nenners aufsagen.
2. Wenn ein Vielfaches des *größeren* Nenners in der Malfolge vorkommt, anhalten.  
Diese Zahl ist der \_\_\_\_\_.
3. Beide Brüche sollen nun den Hauptnenner erhalten. Dazu muss man die Brüche \_\_\_\_\_ oder \_\_\_\_\_.
4. Nun kann man die Aufgabe lösen.

2. Ergänze die fehlenden Zahlen

a)  $\frac{2}{5} + \frac{2}{7} = \frac{14}{35} + \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{35}$

b)  $\frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{10}{35} + \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{35}$

c)  $\frac{1}{7} + \frac{4}{5} = \frac{\quad}{35} + \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{35}$

d)  $\frac{3}{5} + \frac{3}{7} = \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{35}$

e)  $\frac{6}{7} - \frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

f)  $\frac{4}{5} - \frac{2}{7} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

3. Berechne links die Lösungen in der Rechenmauer und erfinde selbst eine Rechenmauer.



