Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs

5.6

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Die Schüler können Zufallsexperimente oder Glücksspiele, denen sie im Alltag begegnen, identifizieren und deren Fairness kritisch hinterfragen.*
- *Sie können wiedergeben, was Wahrscheinlichkeit für sie bedeutet.*
- *Sie können Wahrscheinlichkeiten mithilfe eines Erfahrungsschatzes (prognostisch) bestimmen.*
- *Sie können angeben, wie man die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis bzw. Ereignis beim Werfen eines unbekannten Zufallsgeräts bestimmt.*
- *Sie können Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei Laplace-Experimenten bestimmen.*

Zentrales Anliegen:

Zunächst sollen Vorstellungen, die Schüler aufgrund verschiedener Alltagserfahrungen zu den Begriffen **Wahrscheinlichkeit** und **Zufall** in den Unterricht mitbringen, anhand von Vorfragen zu verschiedenen Glücksspielen aufgedeckt werden. Der überraschende Ausgang der Glücksspiele soll die Schüler dann dazu bringen, defizitäre Präkonzepte zu verwerfen und sie dazu motivieren, eine angemessene Theorie zu entwickeln, die ihre Fehlvorstellungen korrigiert. Hierbei steht die Bildung eines Wahrscheinlichkeitsbegriffs im Vordergrund. Dabei werden die Schüler bereits mit stabilisierten relativen Häufigkeiten und Laplace-Experimenten konfrontiert. Die Hinführung der Schüler zur eigenen Bildung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs soll im Sinne der Selbstbestimmungstheorie nach Deci & Ryan geschehen.

Des Weiteren sollen Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten berechnet werden, allerdings zunächst nicht mit der Pfadregel, sondern über die Zurückführung des Zufallsexperimentes auf ein **Laplace-Experiment**, womit der Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff aufgenommen wird.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein ideales Themengebiet, bei dem es sich anbietet, Beispiele durchzuspielen, um handlungsorientierte Schüler (Lerntypen) anzusprechen. Gerade in der Mittelstufe halte ich es für angemessen, handlungsorientiert vorzugehen.

Die Glücksspiele werden in Kleingruppen durchgespielt. Einige Sachverhalte können sich die Schüler in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit aneignen, wobei zu Beginn die verbindlichen Begrifflichkeiten noch nicht zwingend verwendet werden.

Einordnung:

Häufig wird die Wahrscheinlichkeitsrechnung in Klasse 7 eingeführt. Vorliegende Materialien sollen die einführenden Stunden in dieser Klassenstufe erleichtern. Weitere Inhalte wie Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Summen- und Pfadregel schließen sich daran an.

Literatur:

Weitere Anregungen für den Unterricht findet man in:

- Beiblatt für den Fachdidaktik-Mathematik-Kurs 06/07 (Seminar Stuttgart II). Stochastik in der Mittelstufe auf dem Hintergrund der Bildungsstandards 2004

VORSCHAU

zur Vollversion

5.6 Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs

Vorüberlegungen

- BLK-Modellversuch „Gute Unterrichtspraxis“, Hessen (2001). Materialien zum Modellversuch: Vorschläge und Anregungen zu einer veränderten Aufgabenkultur, (8) Zum Themengebiet Stochastik, S. 3f. *(http://modellversuch-mathematik.he.schule.de/Materialien/pdf-Dokumente/08Stochastik.pdf)*
- Bullinger, R./Häfner, M./Handschuh, K. (2006): Daten und Zufall. Gewinnen beim Glücksspiel – purer Zufall oder reine Mathematik? Schwäbisch Gmünd
- Handschuh, K./Bullinger, R./Häfner, M. (2007): Gewinnen bei Würfelspielen: Zufall oder Mathematik? In: Kreative Ideenbörse Mathematik, Ausgabe 9, Einheit 5.4
- Deci, E. L./Ryan, R. M. (1993): Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Zeitschrift für Pädagogik 39 (2), S. 223-238

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Sammeln von Schülervorstellungen
2. Schritt: Glücksspiele
3. Schritt: Definition des Begriffs Wahrscheinlichkeit
4. Schritt: Definition des Begriffs Zufallsexperiment

VORSCHAU

netzwerk lernen

(c) Olzog Verlag GmbH

zur Vollversion

Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs 5.6

Unterrichtsplanung

1. Schritt: Sammeln von Schülervorstellungen (1 Schulstunde)

Arbeitsblätter 1 und 2 (**M1 und M2**)

In der Hausaufgabe (**M1**) sollen Schülervorstellungen zu den Begriffen **Wahrscheinlichkeit und Zufall** gesammelt werden. Auftretende Präkonzepte sollten im Verlauf der Einheit immer wieder thematisiert und berichtigt werden.
Die Einstiegsfrage (**M2**) soll Anlass zur Diskussion geben, nachdem jeder Schüler seine eigene Meinung schriftlich formuliert hat. (Siehe dazu auch den Artikel **„Dialog. Nicht Überrumpelung, sondern Annahme des Schülers – d.h. seines Arguments“** von Hartmut Köhler im Pädagogischen Kaleidoskop in dieser Ausgabe.)

2. Schritt: Glücksspiele (2 Schulstunden)

Arbeitsblätter 3 bis 7 (**M3**, **M5 bis M8**) und **Lehrerblatt** (**M4**)

Dieser Unterrichtsschritt eignet sich besonders gut für eine Doppelstunde. Es sollen von der ganzen Klasse nacheinander drei verschiedene Spiele gespielt werden.
Bei Spiel 1 „Werfen eines Würfels“ (**M3 und M5**) werden die Begriffe **absolute und relative Häufigkeit** eingeführt. Zudem sollen weitere Probleme aus der Alltagswelt der Schüler aufgenommen und problematisiert werden, wie z.B. „Welche Zahl fällt am häufigsten?“ oder „Wann fällt die erste 6?“
Bei Spiel 2 „Wurf zweier Münzen“ (**M6**) und Spiel 3 „Wurf zweier Würfel“ (**M7**) handelt es sich jeweils um unfaire Glücksspiele, die auf den ersten Blick als solche nicht zu erkennen sind. Nach dem Spiel werden innerhalb der Klasse die Ergebnisse verglichen und die verblüffenden Ausgänge hinterfragt. (Bei beiden Spielen hat Spieler B die größeren Gewinnchancen.) Hierbei wird der Begriff „fair“ bei Glücksspielen geklärt.
Als Hausaufgabe kann (**M8**) gegeben werden. Die Schüler sollen dabei lernen, Glücksspiele im Alltag zu identifizieren und kritisch zu hinterfragen.

Für Spiel 1 und 3 braucht man pro Schüler einen Würfel.
Für Spiel 2 werden 2 Münzen pro 3 Schüler benötigt.

3. Schritt: Definition des Begriffs Wahrscheinlichkeit (3 Schulstunden)

Arbeitsblätter 8 bis 11 (**M9**, **M11**, **M13 und M15**) und **Lehrerblätter** (**M10**, **M12 und M14**)

Nun sollen die Schüler dahin geführt werden, einen eigenen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu bilden. Dabei haben sie die Wahl zwischen dem prognostischen, dem empirischen und dem Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Der sehr formale und abstrakte axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff wird hier nicht behandelt.
Station 1 (**M9**) thematisiert den prognostischen Wahrscheinlichkeitsbegriff: Die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ gibt an, in welchem Anteil aller Fälle mit dem Eintreten des Ereignisses A zu rechnen ist.
Station 2 (**M11**) thematisiert den empirischen Wahrscheinlichkeitsbegriff, der auf der Grundlage des empirischen Gesetzes der großen Zahlen festgesetzt ist: Hier ist die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ der Grenzwert (die „stabilisierte relative Häufigkeit“): $h(A) \to P(A)$ *für* $n \to \infty$, wobei n die Anzahl der Durchführungen des Zufallsexperimentes ist.

VORSCHAU

(c) Olzog Verlag GmbH
zur Vollversion

Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	5.6
Arbeitsblatt 3	M3

Spiel 1

Mit welchem Würfel würfelt man am häufigsten eine 6?

Findet heraus, wer von euch den „besten“ 6er-Würfel hat.

Dabei sollt ihr wie folgt vorgehen:

1. Jeder würfelt mit seinem Würfel, der sich in einem Würfelbecher befinden sollte.
2. Das Ergebnis eines jeden Wurfes wird in die unten abgebildete Protokolltabelle bei der entsprechenden Wurfnummer eingetragen.
3. Wer zuerst bei 60 Würfen angelangt ist, ruft laut „Stopp“. Alle anderen hören dann sofort mit Würfeln auf.
4. In die Tabellen unter der Protokolltabelle sind die (sogenannten absoluten) Häufigkeiten für die einzelnen Augenzahlen zu notieren.
5. Wenn ihr mit allem fertig seid, vergleicht zunächst eure Ergebnisse mit denen eurer Nachbarn. Gibt es zwischen den einzelnen Würfeln Unterschiede? Begründet warum oder warum nicht!
6. Was könnte mit dem Begriff relative Häufigkeit gemeint sein?

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	**22.**	**23.**	**24.**	**25.**	**26.**	**27.**	**28.**	**29.**	**30.**	**31.**	**32.**	**33.**	**34.**	**35.**	**36.**	**37.**	**38.**	**39.**	**40.**
41.	**42.**	**43.**	**44.**	**45.**	**46.**	**47.**	**48.**	**49.**	**50.**	**51.**	**52.**	**53.**	**54.**	**55.**	**56.**	**57.**	**58.**	**59.**	**60.**

Anzahl der Würfe insgesamt: _____

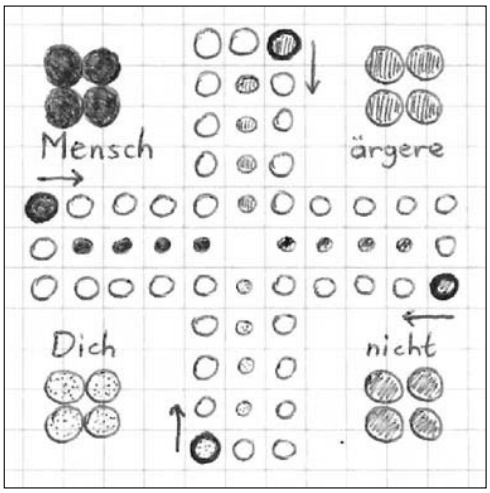
Augenzahl	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
absolute Häufigkeit						
relative Häufigkeit						

VORSCHAU

zur Vollversion

Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	5.6
Arbeitsblatt 4	M5

Zwischenfrage zu Spiel 1



Zu Beginn des „Mensch-ärgere-Dich-nicht“-Spieles hat jeder Spieler seine vier Figuren im „Häuschen“. Der Spieler würfelt nun 3-mal. Er braucht eine 6, um mit einer Figur aufs Startfeld zu gelangen.

1. Frage: Wievielmal muss er wohl würfeln?

2. Beim wievielten Wurf hast du in Spiel 1 die erste 6 geworfen? Notiere.

3. Nun vergleichen wir alle Ergebnisse aus der Klasse.

4. Was fällt dir dabei auf?

5. Was könnte der Grund für diese Auffälligkeit sein?

VORSCHAU

(c) Olzog Verlag GmbH
zur Vollversion

5.6	Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs
M10	Lehrerblatt zu Arbeitsblatt 8

Was ist „Wahrscheinlichkeit“?
(Station 1: Einzelarbeit)

Mögliche Antworten:

1. Seit Bestehen der Fußball-Bundesliga hat der FC Bayern München 803 seiner 1 432 Spiele gewonnen, der VfB Stuttgart 603 seiner 1 424 Spiele. Für wie groß hältst du die **Wahrscheinlichkeit**, dass der FC Bayern München bzw. der VfB Stuttgart sein nächstes Spiel gewinnt? Begründe.

   Die Bayern gewinnen mit der Wahrscheinlichkeit 803/1 432 ≈ 56,1 %.
   Stuttgart gewinnt mit der Wahrscheinlichkeit 603/1 424 ≈ 42,3 %.

   So genau kann man aber nicht sagen, ob das stimmt, denn es sind heute z.B. andere Spieler auf dem Platz als früher.

2. In Stuttgart gab es in den Jahren 1961 bis 1990 im Durchschnitt jährlich 236 niederschlagsfreie Tage. Für wie groß hältst du aufgrund dieser Statistik die **Wahrscheinlichkeit**, dass es an einem beliebigen Tag in Stuttgart trocken bleibt?

   Die Wahrscheinlichkeit für einen trockenen Tag in Stuttgart beträgt 236/365,25 ≈ 64,6 %.

   Auch hier kann man nicht genau sagen, ob das stimmt. Zum einen könnte sich dieser Durchschnittswert im Verlaufe der Jahre ändern, zum anderen hängt die Anzahl der niederschlagsfreien Tage erheblich von der Jahreszeit ab.

3. Finde ein weiteres **Ereignis**, zu dem du auch eine **Wahrscheinlichkeit** als Zahl angeben/schätzen kannst (z.B.: „Ich treffe den Korb beim Basketball.“ oder „Ich treffe heute Nachmittag meine Freundin.“).

   Ich treffe bei 8 von 10 Würfen den Korb beim Basketball, bin also zu 80 % erfolgreich.
   Ich treffe heute Nachmittag meine Freundin zu 100 %, weil ich mich auf sie verlassen kann.

VORSCHAU

netzwerk lernen
(c) Olzog Verlag GmbH
zur Vollversion

Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	5.6
Arbeitsblatt 9	M11

Was ist „Wahrscheinlichkeit“?
(Station 2: Gruppenarbeit)

1. Werft 50 Reißnägel und zählt, wie viele mit der Spitze nach oben gelandet sind (= absolute Häufigkeit). Wie groß ist die relative Häufigkeit? Notiere.

2. Übertragt euer Ergebnis von 1. in die erste Zeile der Tabelle. Wiederholt das Werfen der 50 Reißnägel mehrfach und füllt die Tabelle nach und nach aus:

Anzahl der geworfenen Reißnägel	Anzahl der Reißnägel mit der Spitze nach oben	Anzahl der geworfenen Reißnägel insgesamt	Anzahl der Reißnägel mit der Spitze nach oben insgesamt (= absolute Häufigkeit)	relative Häufigkeit
50		50		
50		100		
50		150		
50		200		
50		250		
50		300		
50		350		
50		400		

3. Was kannst du über die Entwicklung der relativen Häufigkeit in der Tabelle sagen?

4. Für wie groß hältst du die **Wahrscheinlichkeit** dafür, dass ein geworfener Reißnagel mit der Spitze nach oben landet? Begründe.

VORSCHAU

(c) Olzog Verlag GmbH
zur Vollversion

5.6	Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs
M16	Arbeitsblatt 12

Was ist „Wahrscheinlichkeit“?
(Station 5: Einzelarbeit)

Bei den Stationen 1, 2 und 3 hatten wir folgende Beispiele:

Station 1: Ergebnis eines Fußballspiels,
Niederschlag oder nicht?
Station 2: Werfen eines Reißnagels
Station 3: Werfen von zwei Würfeln

1. Welche Gemeinsamkeiten haben alle Beispiele?

   a) Meine eigenen Ideen:

   b) Gesammelte entscheidende Punkte:

2. Gib zu den Zufallsexperimenten alle möglichen Ergebnisse an:

   Ergebnis eines Fußballspiels:

   Niederschlag oder nicht:

   Werfen eines Reißnagels:

   Werfen von zwei Würfeln:

VORSCHAU

netzwerk lernen
(c) Olzog Verlag GmbH
zur Vollversion