

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Der Schüler arbeitet in Geometrie mit mathematischen Inhalten, die schon auf eine alte Legende zurückgehen. Diese Legende erzählt eine Geschichte; eine Möglichkeit, einen Prozess des Begriffserwerbs anzustoßen.*
- *Der Schüler führt Konstruktionen mit eigener Hand aus. Das erlaubt ihm, sich spielerisch-kreativ mit der Geometrie zu beschäftigen.*
- *Jeder Schüler für sich, die Lehrkraft und die Gruppe der Mitschüler kodieren einen geometrischen Algorithmus in jeweils verschiedener Sprache. Sie verwenden dazu Tätigkeiten, Worte und Zeichnungen.*
- *Der Schüler macht Fortschritte in der Begriffsbildung der Brüche, indem er Beziehungen zwischen verschiedenen Figuren erkennt.*
- *Er diskutiert in der Gruppe verschiedene Konstruktionsmöglichkeiten, ihre Angemessenheit und die Notwendigkeit, sie mit der jeweils geforderten Genauigkeit in Einklang zu bringen.*
- *Ausgehend von einer gemeinsamen Tätigkeit, arbeitet der Schüler sowohl in seinem eigenen Rhythmus als auch in Zusammenarbeit mit anderen.*

Zentrales Anliegen:

Tangram ist ein heute weithin bekanntes, altes chinesisches Geduldsspiel. Die Legende will wissen, dass ein Lehrer seinem Schüler eine kleine Tafel gab, auf der er alles aufzeichnen sollte, was er auf seiner Reise durch die Welt sähe. Das Täfelchen zerbrach in sieben Teile und der Schüler entdeckte, dass er damit verschiedene Figuren legen konnte.

Diese vielen Figuren erlaubten, einige Erlebnisse in einer anderen Sprache zu erzählen. Die Geometrie macht es möglich, sich ausgehend von den eigenen Vorstellungen in spezifischer Weise auszudrücken.

Von dieser kleinen Legende her kann man erste Schritte tun in Richtung auf verschiedene miteinander in Beziehung stehende mathematische Inhalte: Brüche, erste Figurenlehre mit den entsprechenden Eigenschaften der Figuren, Ähnlichkeit und das Arbeiten mit Lineal und Geodreieck.

Dabei soll ein besonderes Augenmerk auf der sprachlichen Entwicklung liegen. Sie wird nicht durch strikte Standardisierung, sondern durch ein ausgewogenes Ineinander von persönlicher Färbung, intersubjektiver Verständigung und sachlicher Notwendigkeit erreicht.

Der folgende Vorschlag ist in drei Schritte unterteilt. Im ersten Schritt geht es darum, in Gruppenarbeit eine tragfähige **Motivation und angemessene Sprechweisen** zu erreichen. Dabei ist es wichtig, dass der Schüler wirklich davon überzeugt wird, dass es je nach Kontext nötig ist, eine mehr oder weniger spezielle Sprache für die gegenseitige Verständigung zu haben, und dass die dabei benutzte Sprache nicht aus Willkür, sondern aus Notwendigkeit bisweilen sehr abstrakt ist.

In einem zweiten Schritt werden **gleiche vorstrukturierte Vorschläge** für alle Schüler angeboten, mit jeweils spezifischen Zielen und Inhalten.

Der dritte Schritt schließlich ist mehr in Richtung auf **offene Problemstellungen** zu sehen, die dann gegenseitig diskutiert werden, um mathematisches Argumentieren zu entwickeln.

Der Vorschlag kann leicht für verschiedene Klassen oder Gegebenheiten spezifisch umgestaltet werden.

Vorüberlegungen

Einordnung:

Sehen wir uns zuvor eine andere Geschichte an:

Zwei Kinder fuhren Schlittschuh auf einem zugefrorenen See. Es war ein kalter wolkenverhangener Nachmittag. Die Kinder spielten ganz unbekümmert, als das Eis plötzlich brach und eines der Kinder ins Wasser fiel. Das andere Kind sah seinen Freund unter dem Eis verschwinden, nahm einen dicken Stein und schlug mit aller Kraft auf das Eis ein, bis es ihm gelang, seinen Freund herauszuziehen. Als die Feuerwehr kam und die Männer sahen, was da geschehen war, fragten sie sich, wie er das bloß gemacht habe? Das Eis sei viel zu dick, als dass er es mit diesem Stein in seinen kleinen Händen hätte brechen können. In diesem Augenblick kam ein alter Herr und sagte: „Ich weiß wie es möglich war.“ „Wie denn?“, fragten sie den alten Herren, und er antwortete: „Es war eben niemand da, der ihm gesagt hätte, dass er das nicht schaffe.“

Ähnlich ist es oft auch in der Schule: Die Schüler könnten mehr, als man ihnen zutraut. Um dieses Potenzial zu aktivieren, ist es heute wichtiger denn je, dafür zu sorgen, dass dem Schüler Raum dafür gewährt wird, etwas selbst zu tun, zu fühlen und zu denken, und seine Ideen mit anderen auszutauschen. Der Vorschlag orientiert sich daher an einer Struktur, die eine gewisse Ordnung für den Lernprozess mehr und mehr in Richtung Offenheit und Ermöglichung allgemeiner Kompetenzen des Schülers überwindet.

Wir leben in einer zersplitterten Gesellschaft, und diese Zersplitterung sollte durch die Schule nicht reproduziert oder verschärft werden. Der schulische Lernprozess sollte daher reich an integrierenden Vorschlägen sein. Integrierend in einem weiten Sinne: Beim Begriffserwerb, in Bezug auf die verschiedenen Inhalte, die übergeordneten psychischen Variablen der jeweiligen Schüler betreffend, und von daher insbesondere die Gefühle, die ein Schüler in seinen Lernprozess hineingibt.

Wie wir wissen, ist Mathematik zu treiben eine Aktivität, die in jedem Kind erneut geboren wird. Sie ist so natürlich angelegt wie das Singen und Tanzen oder der Wunsch nach Zärtlichkeit. „Die Motivation dafür, Mathematik zu treiben, wohnt jedem Kind inne, und sie wird durch mathematische Objekte mobilisiert, besser gesagt, durch Ereignisse, die sich für eine mathematische Herangehensweise eignen. Die mathematische Aktivität ist auf das Ordnen von Dingen gerichtet, auf die Erkennung oder Konstruktion von Mustern, und auf deren Festlegung.“ (Cabrera & Köhler 2005)

Wir sprachen die Integration in Bezug auf das lernende Subjekt an, aber sie ist auch für die gesamte Gruppe zu bedenken. Nötig ist eine Balance zwischen den Notwendigkeiten und dem Rhythmus der Gruppe und denen des einzelnen Schülers.

„Unter Rhythmus verstehen wir nicht nur den persönlichen Arbeitsrhythmus, also dessen Tempo und dessen Pausen, sondern auch den Rhythmus der Eingriffe des Lehrers. Die schnelle Abfolge und das Übermaß an Eingriffen verhindern das Denken des Schülers und schalten seine Kreativität aus. Der persönliche Rhythmus muss mit dem der jeweiligen Arbeitsgruppe abgeglichen werden, um einen geistlichen und freudvollen Lernprozess zu erreichen. In Bezug auf den Arbeitsrhythmus ist eben eins und eins nicht unbedingt zwei.“ (Cabrera & Köhler 2005)

Literatur:

- Boyer, Carl B. (1996): Historia de la Matemática. Alianza Universidad Textos. Madrid
- Bruner, Jerome (1989): Acción, pensamiento y lenguaje. Alianza Psicología. Madrid
- Cabrera, Juliana/Köhler, Hartmut (2005): El arte de enseñar matemática al ritmo de la vida. Ediciones del autor. Montevideo

Vorüberlegungen

- de Guzmán, Miguel (1994): Para pensar Mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos. Editorial Pirámide. Madrid
- Dehaene, Stanislas (1997): La bosse des Maths Editions Odile. Jacob. Paris [deutsch: Der Zahlensinn. Birkhäuser. Basel 1999]
- Fernández, Alicia (2000): Poner en juego el saber Psicopedagogía: propiciando autorías de pensamiento. Nueva Visión. Buenos Aires
- Müller, Marina (2001): Aprender para ser. Bonum. Buenos Aires

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Motivation und angemessene Sprechweise
2. Schritt: Vorstrukturierte Vorschläge
3. Schritt: Offene Aufgabenstellungen

VORSCHAU

Unterrichtsplanung

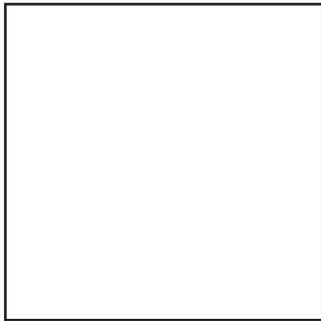
1. Schritt: Motivation und angemessene Sprechweise

Zunächst werden gemeinsam in der Gruppe die Teile des Geduldsspiels hergestellt. Dazu geht man von einem rechteckigen Stück (DIN A4) Papier aus.

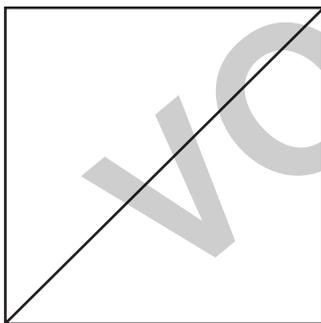
Für die Umsetzung der verbalen Anweisungen in Tätigkeiten achte man tunlichst darauf, dass sowohl für das Verstehen der Anweisung als auch für die Ausführung der Tätigkeit genug Zeit ist, damit wirklich alle Schüler ganz dabei sind. Damit sie nicht zu kompliziert werden, sind die Anweisungen nicht eindeutig. Das kann ein Gefühl für die Schwierigkeiten der Verständigung über mathematische Sachverhalte entstehen lassen. Nachdem die Schüler die Anweisung ausgeführt haben, tut es die Lehrkraft und die Schüler kontrollieren selbst, ob sie zum gewünschten Ergebnis gekommen sind.

Die Abfolge:

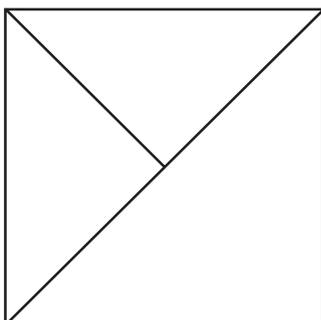
Falte und beschneide dein Blatt so, dass du ein Quadrat erhältst.



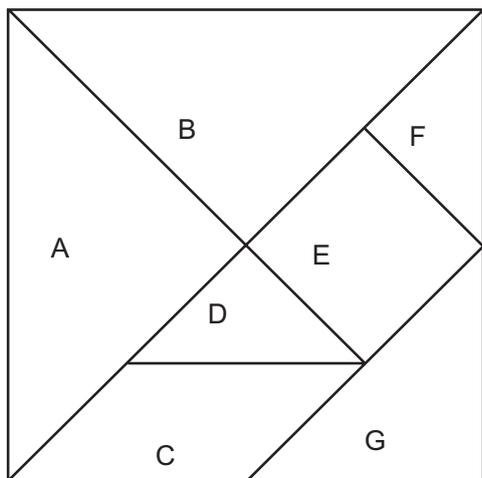
Zerschneide das Quadrat so, dass zwei gleiche rechteckige Dreiecke entstehen.



Zerschneide eines weiter in zwei (gleiche) rechteckige Dreiecke.



Unterrichtsplanung



Außerdem wird den Schülern dabei bewusst, dass die Summe der Flächeninhalte der sieben Teile den Flächeninhalt des Quadrates ergeben muss. Sie diskutieren daher Genauigkeitsfragen wie etwa, welche **Maßangaben sinnvoll** sind im Kontext des Problems, und bekommen auf diese Weise eine positive Einstellung zu Fragen wie der nach sinnvollen Ziffern in Zahlenangaben.

Arbeitsblatt 7 (M8): Diese Aufgabe ist für Schüler von etwa 11 Jahren schwer, denn sie fordert gezieltes, systematisches Vergleichen.

Außerdem geht es darum, von „D ist die Hälfte von E“ oder „D ist einhalb E“ oder „ $D = 1/2 E$ “ überzugehen zu „ $E = 2 D$ “

Von der Diagonalen der Tabelle ausgehend muss also algebraisch klar sein, dass „ $A = B$ “ heißt „ $A = 1 B$ “, was keineswegs schon für jeden Schüler trivial ist.

Der dritte Teil der Aufgabe besteht in einer Gegenargumentation, für die der Schüler die erworbenen Kenntnisse essentiell braucht.

3. Schritt: Offene Aufgabenstellungen

Als dritter Schritt sollten **offene Aufgabenstellungen** die Diskussion von **Ideen und Vorgehensweisen** anregen. Einige der Aufgabenstellungen eignen sich auch dazu, die Familien mit einzubeziehen.

Arbeitsblatt 3 (M3) kann bereits in diesem Sinne verstanden werden. Hier wird der Schönheitssinn der Kinder angesprochen und ihre Suche von Möglichkeiten kann zu Hause unterstützt werden bzw. Rückwirkungen auf das **häusliche Klima** in Bezug auf den Mathematikunterricht (Beitrag zum Jahr der Mathematik 2008!) haben.

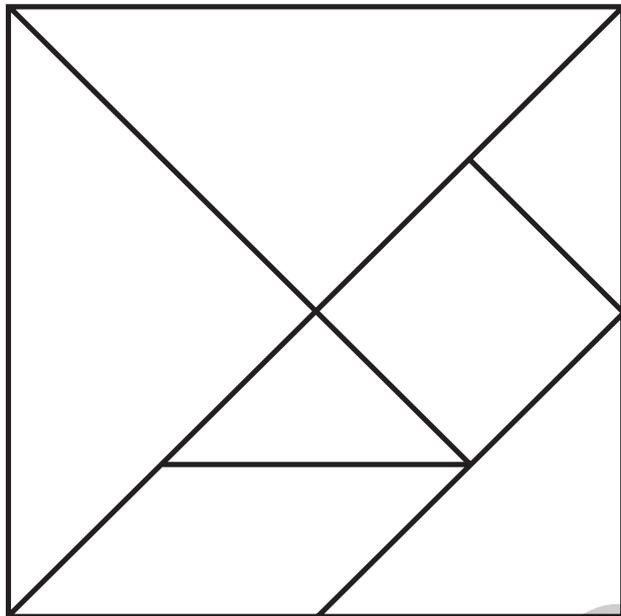
Zwar handelt es sich um eine Einzelarbeit, aber das Problem kann mit anderen geteilt werden.

Oft berührt das Gelernte die Schüler ja nicht sehr tief, aber ein mit eigener Hand gestaltetes Objekt kann als Zeuge des Lernprozesses dienen und ihn fest im Gedächtnis verankern, es ist eine Hilfe, den Lernprozess zu einem **Erlebnis** werden zu lassen.

Arbeitsblatt 8 (M9): Hier nehmen wir eine Aufgabe auf, die fordert, ein wirkliches Problem zu lösen. Ideen sind gesucht und müssen diskutiert werden, und schließlich muss eine Entscheidung getroffen werden, die der vorgefundenen Situation gerecht wird.

Die Aktivitäten erlauben außerdem, den auf den **Arbeitsblättern 5 und 6 (M5 bis M7)** grundgelegten Begriff der Ähnlichkeit weiter zu vertiefen.

Eine mögliche Variation davon wäre es, Situationen zu suchen, in denen man die Fähigkeit haben muss,

3.14**Tangram**
Eine Legende – und ein Weg zur Geometrie als Sprache der Formen**M2****Arbeitsblatt 2****Konstruktion der Grundfigur mit Lineal und Geodreieck**

Zeichne die Grundfigur mit Lineal und Geodreieck.

Versuche es zunächst auf dem Karopapier deines Heftes und dann hier auf unliniertem Papier.

Beschreibe die einzelnen Schritte und notiere besondere Beobachtungen.

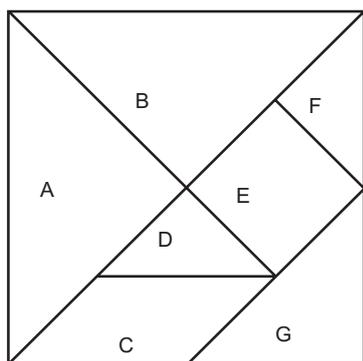
VORSCHAU

Flächeninhalte und Umfänge (1)

Bezeichnen wir die sieben Teile wie in der Skizze mit A, B, C, D, E, F, G und das gesamte Quadrat mit T.

Bestimme den Umfang der Teile. Begründe deine Entscheidungen.

Schreibe deine Ergebnisse in geeigneten Angaben in der untenstehenden Liste auf. Stelle die Angaben dann auf Arbeitsblatt 5b als Diagramm dar.



Figur	Umfang
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	
T	

3.14

Tangram
Eine Legende – und ein Weg zur Geometrie als Sprache der Formen

M8**Arbeitsblatt 7****Flächeninhalte und Umfänge (4)**

Vervollständige die Tabelle der Verhältnisse der Flächeninhalte zueinander.

	A	B	C	D	E	F	T
A	1						
B		1					
C							
D					1/2		
E				2			
F							
T							

Notiere einige Beobachtungen, die du in der Tabelle gemacht hast.

Jemand sagte „Das Parallelogramm ist kleiner als das Quadrat, denn es ist flach gedrückt.“
Was meinst du dazu?

Tangram Eine Legende – und ein Weg zur Geometrie als Sprache der Formen	3.14
Arbeitsblatt 10	M11

Was ich noch erkundete

Allgemein bekannt ist vom Tangram:

- Tangram ist ein sehr altes chinesisches Spiel, das sich **Chi Chiao Pan** nannte, was soviel bedeutet wie **Spiel der sieben Elemente** oder **Tafel der Weisheit**.
- Vom 18. Jahrhundert an wurden viele Bücher mit Regeln für das Tangram verbreitet. Napoleon z.B. wurde zum Spezialisten des Spiels in seinem Exil auf der Insel St. Helena.

Suche weitere Informationen über Tangram, schreibe sie hier auf und bringe sie mit in die Klasse.

VORSCHAU



Tangram Eine Legende – und ein Weg zur Geometrie als Sprache der Formen	3.14
Schülerarbeiten (2)	M13

