

## Vorüberlegungen

**Ziele und Inhalte:**

- Die Schüler lassen sich auf ungewohnte Aufgabenstellungen ein.
- Sie entnehmen die für das Problem relevanten Informationen aus dem Bild bzw. aus dem Text.
- Sie suchen nach mathematischen Lösungen.
- Sie haben Gelegenheit, ihre Ideen auszutauschen.
- Sie vergleichen und diskutieren unterschiedliche Lösungswege.

**Zentrales Anliegen:**

Der Einsatz von Denk- und Knobelaufgaben im Mathematikunterricht fördert die Kompetenz, Probleme zu lösen. Problemlöseaufgaben zeichnen sich dadurch aus, dass dem Lösenden zunächst kein Standardverfahren zur Bewältigung der Aufgabe bekannt ist. Sie sind durch **Offenheit und Komplexität** gekennzeichnet.

Doch wie geht man nun als Lösender mit Problemen um? Welche Fähigkeiten werden benötigt, um divergierende Probleme lösen zu können? Zur Beantwortung dieser Fragen möchten wir zunächst ein Zitat von Dörner aus dem Jahre 1992 heranziehen, in dem es heißt: „Wie lehrt man den richtigen Umgang mit Unbestimmtheit und Komplexität? Es wird wohl auch hier auf die richtige Strategie ankommen.“ Demnach spielen Techniken bzw. Strategien beim Problemlösen eine nicht zu unterschätzende Rolle im Verlauf des Lösungsprozesses. Die Art der Strategie, die eine Person einsetzt, ist von Bedeutung für den Erfolg. Wenn eine Strategie effektiv ist, dann ist sie es laut Wessel (1990), weil sie nicht nur **auf die Aufgabe** selbst, sondern auch **auf die Person** des Problemlösers **zugeschnitten** ist.

Innerhalb der Gestaltpsychologie unterscheidet man unterschiedliche heuristische Strategien, wie beispielsweise:

- **Versuch und Irrtum:** Durch Ausprobieren soll das Ziel erreicht werden.
- **Suchstrategien:** Der Problemlöser sucht während des Lösens gezielt nach Alternativen und überdenkt immer wieder die Konsequenzen.
- **Strategie des Generierens und Testens:** Mehr oder weniger unsystematisch werden unterschiedliche Strategien auf Eignung getestet.
- **Mittel-Ziel-Analyse:** Der Problemzustand wird in einen neuen überführt, der die Unterschiede reduziert und der dem Zielzustand ähnlicher ist.

Doch sind solche Strategien im Mathematikunterricht auch vermittelbar? Dieser Frage ging Winter (1994) nach, indem er konkrete Hilfestellungen für Schüler formulierte:

- **Mach’ dir ein Bild von der Sache!**
- **Zerlege eine Aufgabe in Teilaufgaben!**
- **Probiere und sieh’, was darauf folgt! ...**

An diesen grundsätzlichen Ideen von Winter möchten wir uns in dem vorliegenden Beitrag orientieren, in dem wir für jede Aufgabe konkrete Impulse formulieren, die den Schülern heuristische Strategien beim Lösen von problemorientierten Aufgaben bewusst machen sollen.

## Unterrichtsplanung

### Rolle der Lehrperson

In den ersten beiden Phasen arbeitet die Lehrperson dabei hauptsächlich als Berater, der einzelne Hinweise zur Selbsthilfe gibt. In der dritten, der „Wir“-Phase ist der Lehrer eher ein Moderator, der darauf achtet, dass die Schüler wirklich miteinander kommunizieren und nicht zu sehr auf die Lehrperson ausgerichtet sind. Durch diese Art der Arbeit werden alle Schüler im Klassenverband aktiviert. Jeder ist aufgefordert, sowohl individuell als auch im Team zu arbeiten. Dadurch wird es möglich, wirksame und nachhaltige Lernprozesse anzuregen.

### Hinweise zu den Aufgaben

#### Hinweise zu Aufgabe 1 „Aufzug“ (M1)

Durch das Schild am Aufzug wird die Menge an Personen bzw. das Gesamtgewicht begrenzt. Nach Auskunft eines Technikers der Firma „Haushahn Aufzüge“ ist die Tragfähigkeit der Aufzüge an die Grundfläche der Kabine gekoppelt und kann daraus berechnet werden. Die Anzahl der zulässigen Personen errechnet sich aus diesem Wert, geteilt durch ein gedachtes Durchschnittsgewicht von 75 kg. Das bedeutet, die Anzahl der Personen ist ein Anhaltspunkt, da der Aufzug auf Überladung reagiert. Bei Überlast bleibt der Aufzug so lange stehen, bis die zugelassene Nutzlast erreicht ist.

Das bedeutet im Falle der Aufgabe, dass auch mehr als drei Kinder mit dem Aufzug fahren dürfen, sofern sie das Gewicht der Tragfähigkeit nicht überschreiten. Das „oder“ im Schild wird also nicht korrekt mathematisch gedeutet, da der Fall, dass sich drei Personen im Aufzug mit mehr als dem zugelassenen Gewicht befinden, nicht vorkommen darf. Die wichtige Angabe ist die Tragfähigkeit, die auch im Aufzug überprüft wird. Die Angabe der Personen ist lediglich, wie oben erwähnt, ein Anhaltspunkt, da viele Leute Schwierigkeiten haben, sich unter einem größeren Gewicht eine Personenzahl vorzustellen. Dies sollte mit den Kindern im Vorfeld thematisiert werden, um Missverständnisse auszuschließen. Daher wird es im ersten Tipp erwähnt.

#### Tipps:

- Dürfen mit dem Aufzug eigentlich auch mehr als drei Personen fahren?
- Schneide doch einmal die Kinder auf dem Arbeitsblatt aus!
- Kannst du mit den Bildern die Aufgabe nachspielen?
- Welche Freunde können denn zusammen mit dem Aufzug fahren, sodass 225 kg nicht überschritten werden?
- Jetzt hast du aber viele Kilos verschwendet!
- Reichen eigentlich auch zwei Fahrten aus? Warum? Warum nicht?
- Würdest du die leichtesten Kinder zusammen fahren lassen? Warum? Warum nicht?
- Können denn eigentlich die schwersten Kinder zusammen fahren?

#### Lösungshinweise:

Legt man zu Beginn fest, dass niemals mehr als drei Personen mit dem Aufzug fahren dürfen, werden immer vier Fahrten benötigt. Wesentlich spannender wird die Aufgabe, wenn mehr als drei Kinder fahren können, so lange ihr Gewicht die Tragfähigkeit des Aufzugs nicht überschreitet.

Addiert man das Gewicht aller Kinder, erhält man 666 kg. Bei drei Fahrten darf man insgesamt 675 kg transportieren. Wenn man es schafft, die Kindergruppen immer möglichst nah an 225 kg zu gruppieren, genügen drei Fahrten, um alle Kinder zu transportieren.

7.5

Mit Kindern auf der Suche nach effektiven  
Problemlösestrategien

M2

Arbeitsblatt 2

## Die Waage

Jacky hat 9 Würfel, die aus verschiedenen Materialien bestehen. Sie wiegen 1, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 13 und 14 g. Wie muss er die Würfel auf die Waagschalen verteilen, dass die Waage im Gleichgewicht ist?



Ein Würfel soll nicht verwendet werden. Kann Jacky trotzdem wieder ein Gleichgewicht herstellen? Welchen Würfel kann er weglassen?



Jacky legt vier Würfel in die rechte Waagschale und vier weitere in die linke Waagschale. Um die Waage ins Gleichgewicht zu bringen, muss er noch ein Metallstück von 30 g in die rechte Schale legen. Welcher Würfel liegt nicht in einer der Waagschalen?

