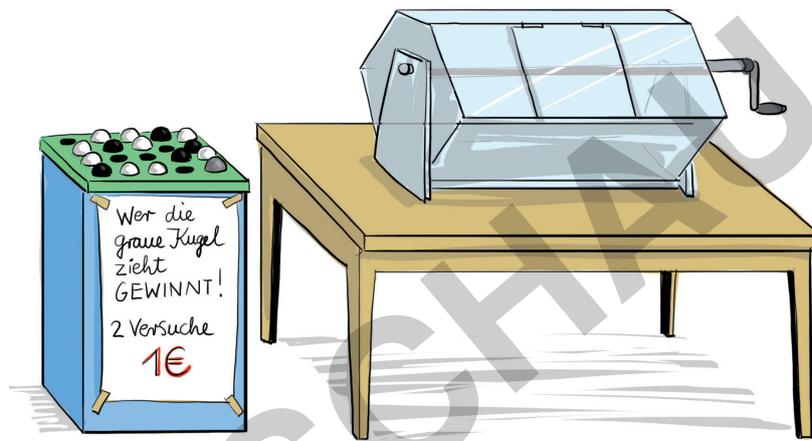


Glücksrad oder Lostrommel? Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm darstellen und berechnen

Nach einer Idee von Tanja Mayr, Nördlingen

Illustriert von Julia Lenzmann, Stuttgart



Wer zieht die graue Kugel? Mit der Lostrommel erkunden Ihre Schüler die Wahrscheinlichkeit bei Zufallsexperimenten mit und ohne Zurücklegen.

Klasse	6/7
Dauer	6 Stunden + LEK (Minimalplan: 2 Stunden)
Inhalt	das Baumdiagramm kennenlernen, die erste Pfadregel kennenlernen, Sachsituationen in ein Baumdiagramm übertragen und aus diesem ablesen, Zufallsexperimente planen und durchführen
Kompetenzen	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K2)
Ihr Plus	mit Bastelvorlagen zum Arbeiten auf drei Niveaus

Didaktisch-methodische Hinweise

Die **Wahrscheinlichkeitsrechnung** ist – neben Statistik und Kombinatorik – einer von drei Bereichen der Stochastik. Auch wenn sich die Lernenden mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeit auskennen, ist die Darstellung in konkreten Zahlen **eine Herausforderung**. Doch diese müssen die Schülerinnen und Schüler meistern, um in den Klassenstufen 9 und 10 komplexe Aufgaben im Bereich der Wahrscheinlichkeit zu lösen.

Legen Sie mit diesem Beitrag die **Grundlage zum Erstellen von Baumdiagrammen** und lassen Sie die Schülerinnen und Schüler erste Wahrscheinlichkeiten berechnen. Ausgehend von einem Glücksrad beschäftigen sie sich mit Wahrscheinlichkeiten und setzen sich nach und nach mit verschiedenen Berechnungen und der Darstellung im Baumdiagramm auseinander. Mit interessanten und alltagsbezogenen Aufgaben werden die Lernenden angeregt, sich mit dem Thema auseinander zu setzen.

Das sollten Ihre Schüler bereits können

Die Schülerinnen und Schüler kennen den Begriff „Wahrscheinlichkeit“ zum Beispiel aus Würfelspielen. Sie verstehen **einfache Brüche** und können **mit ihnen rechnen**. Sie wissen, wie einfache Brüche addiert oder miteinander multipliziert werden und können sie kürzen. Es ist auch möglich, dass die Lernenden die Wahrscheinlichkeiten in Prozent angeben. Dies wird auf den Arbeitsblättern jedoch nicht explizit verlangt.

So ist die Übungseinheit aufgebaut

Zur **Wiederholung und Einführung** des Begriffs „Wahrscheinlichkeit“ nutzen Sie das Material **M 1** mit der zugehörigen **Bastelvorlage M 2**. Hier entwerfen die Schülerinnen und Schüler ein Glücksrad für eine Tombola. Sie machen sich Gedanken darüber, bei welcher Feldfarbe des Glücksrads der Gewinn vergeben wird und wie hoch die Wahrscheinlichkeit bei jeder der Farben ist. Anschließend entwerfen die Kinder selbst ein Glücksrad und können es auch als kleines Modell nachbasteln.

In **M 3 lernen** die Schülerinnen und Schüler das **Baumdiagramm kennen**. Danach vertiefen sie ihr Wissen mit einem zweiten Zufallsexperiment. Motivieren Sie dazu die Lernenden mit der Folie **M 4**. Anschließend beschäftigt sich die Klasse mit der Alternative zum **Glücksrad**, nämlich der **Lostrommel mit Zurücklegen M 5** und **ohne Zurücklegen M 6**. Die zugehörigen Kugeln liegen Ihnen auf **drei Niveaustufen** mit der Bastelvorlage **M 7** vor.

In der **Gruppenarbeit M 8 erfinden die Lernenden selbst eine Aufgabe** zur Wahrscheinlichkeit. Dabei können sie sich entweder für eine Aufgabe mit einem Würfel, mit einer kleinen Tüte Gummibärchen oder für eine ganz freie eigene Aufgabenstellung entscheiden.

Die **Lernerfolgskontrolle M 9** bildet einen **spielerischen Abschluss**, in dem die Schülerinnen und Schüler einen Sachverhalt in einem Baumdiagramm darstellen und aus einem Baumdiagramm einen Sachverhalt ableiten.

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler

Die Schülerinnen und Schüler ...

- lernen die Methode des Baumdiagramms kennen. Dabei diskutieren Sie in Kleingruppen oder in Partnerarbeit, um die verschiedenen Lösungswege bei Experimenten zur Wahrscheinlichkeit systematisch zu finden (K1).
- schätzen ein, welchen Schwierigkeitsgrad der Aufgaben sie bearbeiten möchten.
- denken sich selbst Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit aus und präsentiere diese in einem Galeriegang (K6).

Auf einen Blick

Stunde 1/2

- M 1 (Ab) Ein Glücksrad für den guten Zweck! – Gewinnchancen ablesen
 M 2 (Bv) Ein Glücksrad für den guten Zweck! – Bastelvorlagen
 M 3 (Ab) Gewonnen! – Die Wahrscheinlichkeit berechnen

Stunde 3/4

- M 4 (Fo) Eine Lostrommel für den guten Zweck! – Mit oder ohne Zurücklegen
 M 5 (Ab) Zieh die graue Kugel! – Mit Zurücklegen
 M 6 (Ab) Zieh die graue Kugel! – Ohne Zurücklegen
 M 7 (Bv) Zieh die graue Kugel! – Kugeln für die Lostrommel

Stunde 5/6

- M 8 (Ab) Der Stand auf dem Schulfest – Ideen-Werkstatt

Lernerfolgskontrolle

- M 9 (Lk) Was flüstert dir das Baumdiagramm? – Stille Post

Legende der Abkürzungen:

Ab: Arbeitsblatt; Bv: Bastelvorlage; Fo: Folie; Lk: Lernerfolgskontrolle



Zusatzmaterial auf der CD 31

zu M 2	Gluecksrad.doc	vergrößerte Vorlagen der Glücksräder aus M 2 zum Bearbeiten in Word
zu M 3	Variante_M3.doc	verändertes Arbeitsblatt, sodass die Lernenden die Gewinnwahrscheinlichkeit ihrer eigenen Glücksräder aus M 2 analysieren können
zu M 5	Baumdiagramm_Vorlage.doc	Vorlage des Baumdiagramms zum Ausfüllen
	Loesung_M5.docx	Lösungen der Baumdiagramme zum Verändern
zu M 6	Baumdiagramm_Vorlage.doc	Vorlage des Baumdiagramms zum Ausfüllen
	Loesung_M6.docx	Lösungen der Baumdiagramme zum Verändern

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann thematisieren Sie das Thema „**Baumdiagramm**“ in einer **Doppelstunde**. Führen Sie dazu das **Baumdiagramm** mit dem Arbeitsblatt **M 3** direkt ein. Vertiefen Sie das Thema anschließend beim **Ziehen mit Zurücklegen M 5** oder **ohne Zurücklegen M 6** in einer Gruppenarbeit.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 19.

M 3

Gewonnen! – Die Wahrscheinlichkeit berechnen

Ich glaube, so können wir nicht viel Geld verdienen. Die Spieler gewinnen viel zu oft!



Dann sollen die Leute das Glücksrad 2-mal drehen. Und nur, wer beide Male Rot dreht, hat gewonnen.

Aufgabe 1

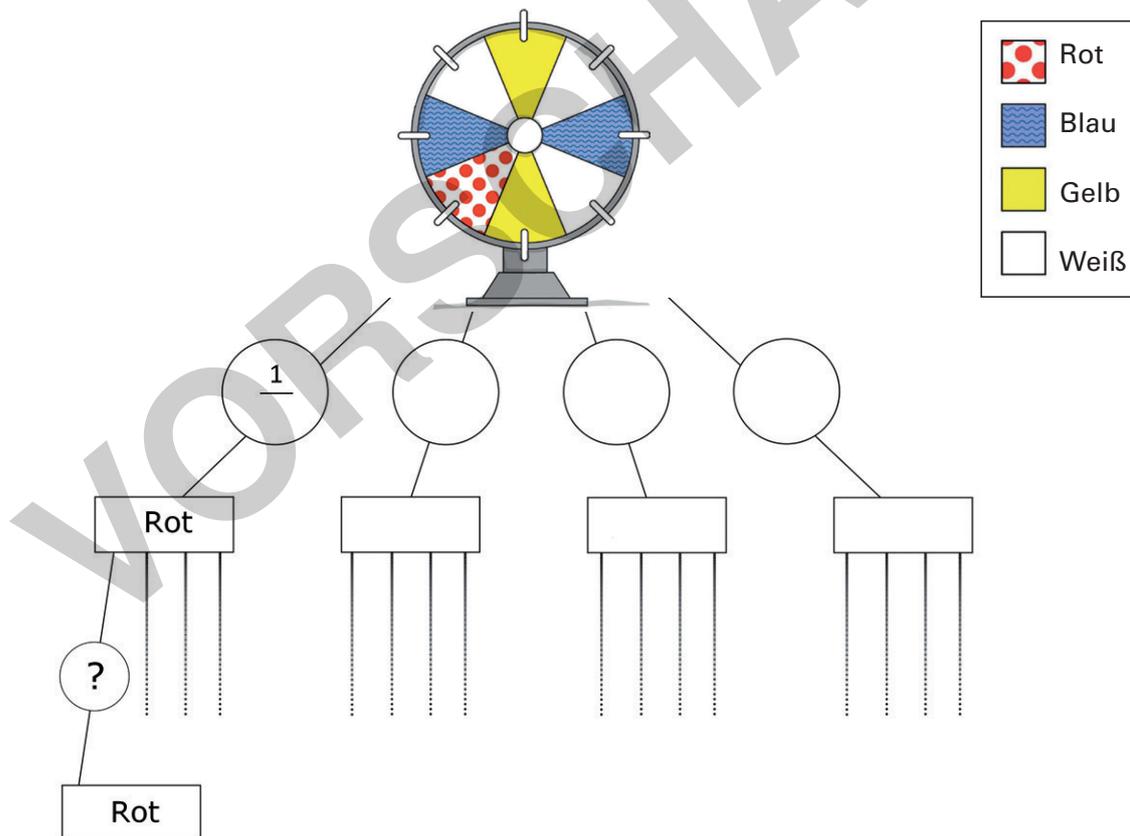
Lies den Dialog zwischen Clara und Ali. Formuliere die Frage:

Wie wahrscheinlich ist es, _____?

Aufgabe 2

a) Clara und Ali haben angefangen ein Baumdiagramm zu erstellen. Vervollständige es.

b) Schreibe die Wahrscheinlichkeit für jede Farbe als Bruch in die Kreise.



c) Wie hoch ist wohl die Wahrscheinlichkeit, 2-mal hintereinander Rot zu erhalten? Berechne die zwei Möglichkeiten und entscheide dich für Alis oder Claras Idee. Begründe deine Entscheidung.

Alis Idee: $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \text{---} = \text{---}$

Claras Idee: $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \text{---}$

Hinweise (M 1 und M 2)

Das **Schulfest** steht an und eure Schule veranstaltet ein Fest für einen guten Zweck. Jede Klasse soll sich einen Beitrag überlegen. Thematisch wird in der ganzen Übungseinheit ein Glücksspiel gesucht, an dem die Besucher des Schulfests teilnehmen.

Der Einstieg in die Unterrichtseinheit

Motivieren Sie die Schülerinnen und Schüler und **sammeln Sie Ideen**, was für **Glücksspiele** sich für ein Schulfest eignen. Bestmöglich nutzen Sie eine Folie auf dem Overheadprojektor oder das interaktive Whiteboard, damit jeder Lernende seine Idee aufschreiben kann und sie für die **Gruppenarbeit in M 8** vorliegen.

Hinweis

Falls Sie das **Grundwerk RAAbits Realschule Mathematik** zur Hand haben, nutzen Sie doch den Beitrag 1 zu Daten und Wahrscheinlichkeit. In diesem finden Sie vier farbige **Kartonskarten mit Glücksrädern** und weitere Ideen zum Einstieg.

Diese Fragen können Sie den Lernenden stellen

- Kennt ihr einfache Glücksspiele, die ihr auch zu Hause spielt?
→ Schere – Stein – Papier, Kniffel
- Gibt es noch spannendere Zufalls-Experimente, als nur mit einer Münze?
→ nicht würfelförmige Würfel, Karten, Glücksrad, Lose oder Murmeln ziehen, Kombinationen aus diesen Gegenständen
- Was eignet sich davon gut auf dem Schulfest?
→ Es eignen sich eher große Glücksspiele, die man gut sehen kann. Dies können riesige Würfel, ein Glücksrad oder auch eine Tombola sein.

Das Glücksrad kennenlernen

Kopieren Sie das **Arbeitsblatt M 1 im Klassensatz** und die **Bastelvorlage M 2** in der **benötigten Anzahl**. Schneiden Sie die Vorlagen für die Glücksräder auseinander und legen Sie immer gleiche Glücksräder auf einen Stapel. Es gibt jeweils ein Glücksrad mit 5, 8, 9, 10 und 11 Feldern.

Teilen Sie das Arbeitsblatt M 1 aus. **Die Aufgaben 1 und 2** bearbeitet **jeder in seiner Geschwindigkeit** und bestimmt so die absoluten Häufigkeiten für die Ereignisse: Rot – gepunktet, Weiß – farblos, Gelb – graue Flächen und Blau – gewellte Flächen.

Aufgabe 3 lösen die Schülerinnen und Schüler in **Partnerarbeit** gemeinsam. Dazu bietet sich die Methode „Lerntempoduett“ an.

Tipp

Lassen Sie die Schülerinnen und Schüler diskutieren, bei welchen Glücksrädern es sicher, wahrscheinlich, unwahrscheinlich oder sogar unmöglich ist, einen Gewinn zu erzielen.

Lerntempoduett

Nach den zwei Aufgaben treffen sich immer zwei Lernende, die zur gleichen Zeit mit der Bearbeitung fertig sind, an der Tafel und vergleichen ihre Ergebnisse gegenseitig und anschließend mit dem Lösungsblatt.

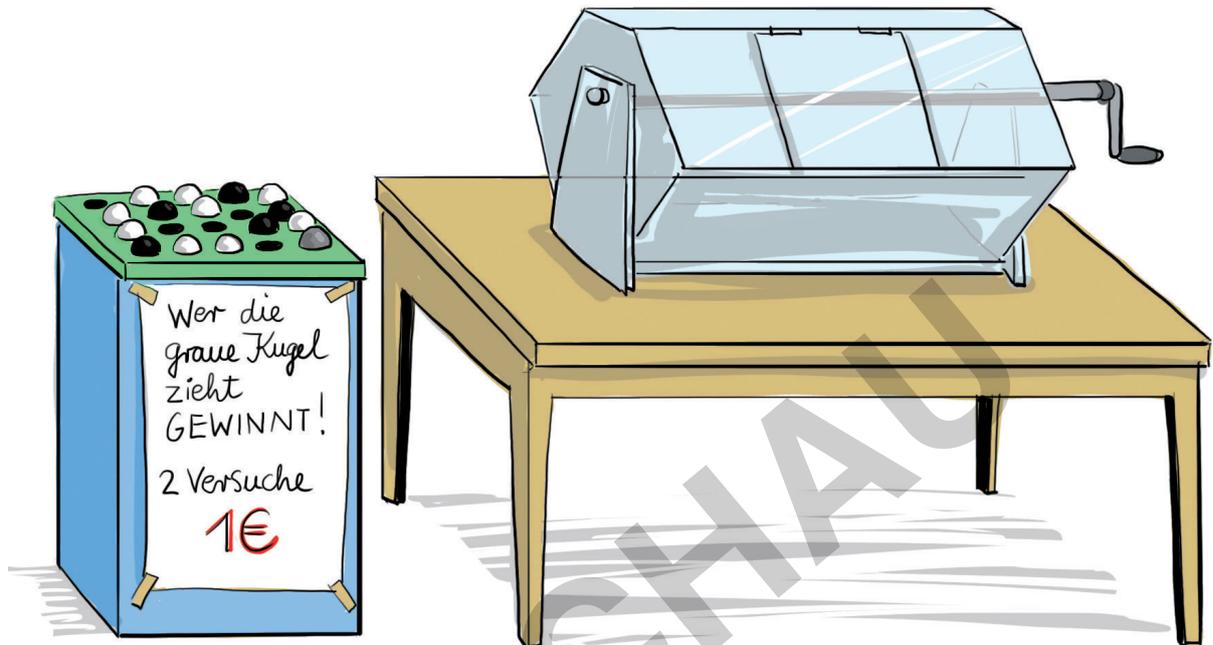
Haben Sie die Aufgaben korrigiert, suchen sich die Partner eine gemeinsame Glücksrad-Vorlage M 2 aus. Da nun Partner, die etwa das gleiche Leistungsniveau haben, zusammensitzen, ergibt sich automatisch eine Binnendifferenzierung. **Gemeinsam** bearbeiten sie **Aufgabe 3**.

Methodentipp



Eine Lostrommel für den guten Zweck! – Mit oder ohne Zurücklegen?

M 4



Tim

Ich glaube, es ist besser, die Kugel nach dem ersten Ziehen in die Lostrommel nicht zurückzulegen.

Dann steigen bestimmt die Gewinnchancen!

Ich denke, es ist besser, die Kugel nach dem ersten Ziehen wieder in die Lostrommel zurückzulegen.

Dies verringert die Gewinnchancen der Spieler.



Clara



Ich glaube, es ist egal, wie man es macht!

M 7 Zieh die graue Kugel! – Kugeln für die Lostrommel

Kugeln für die Lostrommel

★



Kugeln für die Lostrommel

★



Kugeln für die Lostrommel

★★



Kugeln für die Lostrommel

★★



Kugeln für die Lostrommel

★★★



Kugeln für die Lostrommel

★★★



Hinweise (M 4)

Legen Sie die **obere Hälfte der Folie M 4** auf. Die Schülerinnen und Schüler erkennen die Lostrommel, in die 2-mal gegriffen werden darf. Die Lernenden überlegen, welche Möglichkeiten es gibt, die Kugeln zu ziehen. Decken Sie dann die Meinungen von Tim, Clara und Ali auf. Die Lernenden äußern ihre Meinung dazu.

Hinweise (M 5–M 7)

Vorbereitung der Doppelstunde

In dieser Doppelstunde berechnen die Lernenden die **Gewinnchance, eine graue Kugel zu ziehen**. Es stellt sich die Frage, ob man die Kugel nach dem Ziehen wieder zurück in die Trommel legt oder besser nicht. Ergeben sich hier Unterschiede bei der Gewinnchance? Diese Aufgabe entspricht dem **Ziehen aus einer mit (M 5) und ohne (M 6) Zurücklegen**.

Die **Schwierigkeit** beim Ziehen **ohne Zurücklegen M 6** darin, dass die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass sich die **Wahrscheinlichkeit beim zweiten Zug** ändert.

Material	Vorbereitung
M 4	Stellen Sie einen Overhead Projektor oder Beamer bereit.
M 5	Kopieren Sie die Arbeitsblätter M 5 und M 6 im halben Klassensatz .
M 6	Trennen Sie die Blätter in der Mitte auseinander.
M 7	Kopieren Sie die Kugeln für die Lostrommel M 7 in der benötigten Anzahl . Trennen Sie diese an den zwei gestrichelten Linien auseinander und sammeln Sie Niveau ★ bis ★★★ in getrennten Briefumschlägen.

Partnerarbeitsphase

Verteilen Sie die **Arbeitsblätter M 5 und M 6 zufällig in der Klasse**. Immer zwei Schülerinnen oder Schüler mit demselben Arbeitsblatt bearbeiten gemeinsam die Aufgabe.

Hinweis Die Arbeitsblätter **M 5** und **M 6** sind **nicht gleich schwierig**. Bei sehr leistungsheterogenen Gruppen bietet es sich an, den leistungsschwächeren M 5 – mit Zurücklegen – und den leistungsstärkeren Lernenden M 6 – ohne Zurücklegen – zuzuteilen.

Die Partner suchen sich von den **Loskugeln M 7** gemeinsam **eines der drei Niveaus (★, ★★ oder ★★★)** aus, trennen es in der Mitte auseinander und kleben es auf ihr Arbeitsblatt. Je nach Niveau unterscheidet sich die Anzahl der Kugeln und auch die Zusammensetzung der Farben wird komplexer. Die Schülerinnen und Schüler erstellen zu ihrer Aufgabe ein **Baumdiagramm** in Aufgabe 1 und berechnen in Aufgabe 2 die **Wahrscheinlichkeiten**, für die einzelnen Kombinationen eine graue Kugel zu ziehen.

Tipp Falls die Lernenden **Probleme** haben, ein **eigenes Baumdiagramm** zu entwerfen, nutzen Sie das Zusatzmaterial **Baumdiagramm_Vorlage.docx** der **CD 31**. Hier ist die Struktur des Baumdiagramms vorgegeben. Sie können es für alle Niveaustufen einsetzen und für Ihre Klasse abwandeln.



Sind die Partner fertig, kontrollieren sie ihre Ergebnisse mit dem Lösungsblatt.

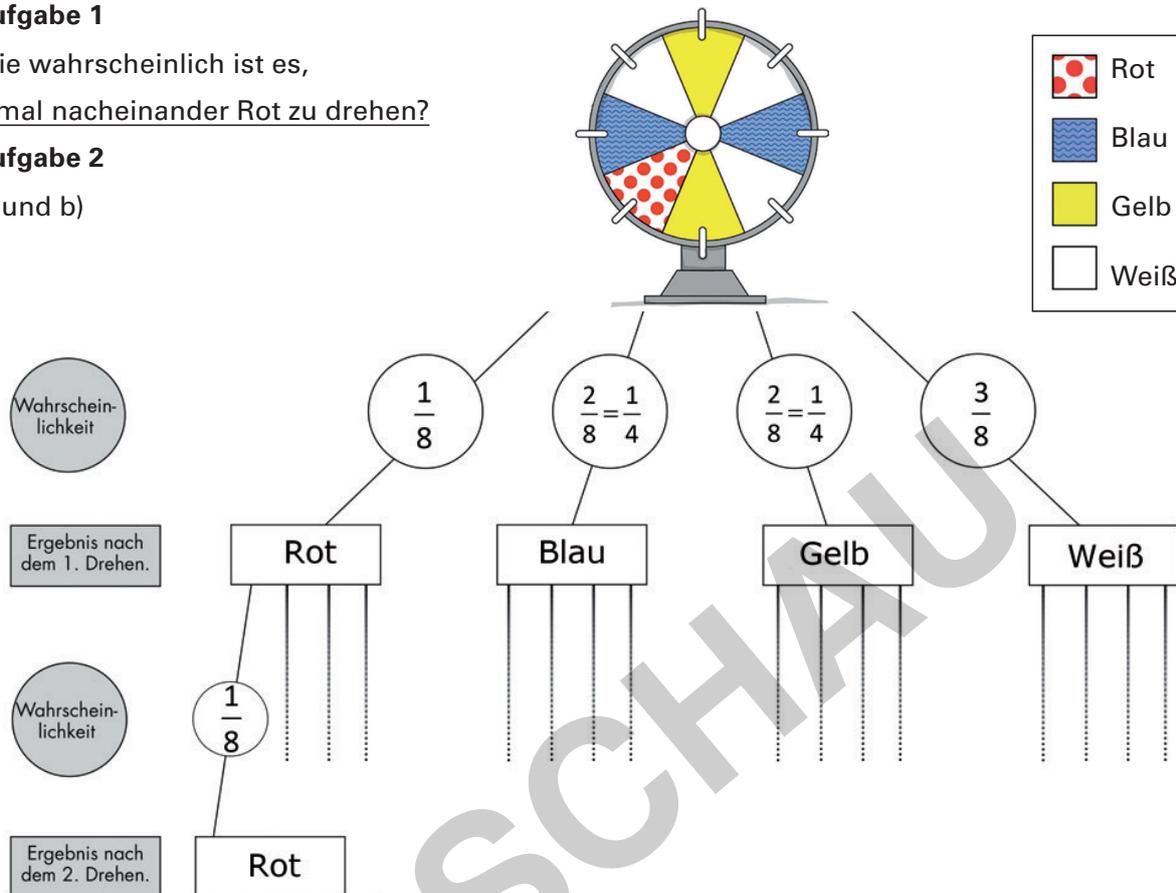
Lösung (M 3) Wahrscheinlichkeiten berechnen

Aufgabe 1

Wie wahrscheinlich ist es,
2-mal nacheinander Rot zu drehen?

Aufgabe 2

a) und b)



Tipp

Die Wahrscheinlichkeiten beim 2. Drehen sind dieselben wie beim 1. Drehen. Das liegt daran, dass sich das Glücksrad nicht ändert. Immer, wenn du drehst, hast du für eine Farbe die gleiche Wahrscheinlichkeit.

c) Alis Idee: $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ Claras Idee: $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$

Claras Idee ist richtig. Die Wahrscheinlichkeit, 2-mal hintereinander Rot zu erhalten, ist geringer, als nur 1-mal Rot zu erhalten. Die Wahrscheinlichkeit wird also kleiner und nicht größer. Daher kommt nur der Bruch $\frac{1}{64}$ infrage.

Lösungen (M 4) Mit oder ohne Zurücklegen?

Tim 2-mal Grau ziehen und „Grau gewinnt“ geht nur bei Zurücklegen der Kugel, nicht aber, wenn man die Kugel nicht mehr zurücklegt.

Clara Clara hat recht. Die Gewinnchancen sind geringer, wenn man die Kugel zurücklegt. Wenn sich die Summe der Kugeln verringert, steigen die Chance, die richtige Kugel zu ziehen. Umgekehrt bleibt die Wahrscheinlichkeit gleich, wenn man sie zurücklegt.

Ali Ali hat unrecht. Die Gewinnchancen vergrößern sich, wenn man die Kugel nicht wieder zurücklegt. Man muss sich also entscheiden, ob man mit oder ohne Zurücklegen spielt. Beim Glücksspiel ist es für den Stand besser, wenn man die Kugel zurücklegt.