Zahlenrätsel und lineare Gleichungen 1.10

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Die Schüler erlernen und üben, mithilfe von linearen Gleichungen Zahlenrätsel zu lösen.*
- *Sie beschäftigen sich mit Zahlenrätseln und erfahren, dass man dabei entweder mit einer für das besondere Problem passenden guten Idee zum Ziel kommen kann oder mit dem bei vielen Aufgaben sicheren Weg, eine Gleichung aufzustellen und deren Lösungsmenge nach einem eingeübten Verfahren zu bestimmen.*
- *Die Schüler werden befähigt, die Frage „Wie* ***muss*** *ich diese Mathematikaufgabe bearbeiten?“ dadurch zu beantworten, dass sie sich wenigstens zwei verschiedene Lösungswege erarbeiten.*

Zentrales Anliegen:

Eine Mathematikaufgabe kann für den Bearbeiter neuartig und daher eine echte Problemaufgabe sein. Dann wird von ihm **produktives Denken** gefordert, dann ist ein **kreativer Einfall** oder sogar eine überraschende glückliche Idee unverzichtbar. Typisch ist, dass ein solcher Einfall zu der Besonderheit der vorliegenden Aufgabe passen muss und dass er vermutlich nur bei wenigen ähnlichen Aufgaben erneut anwendbar sein wird. Aber die Vielfalt der Einfälle macht einen Teil der zu fördernden Persönlichkeitsentwicklung aus. Bedauerlich ist, dass sich eine solche gute, wegweisende Idee nicht auf Befehl einstellt.

Sehr viele unterschiedliche Aufgaben können dagegen regelmäßig erfolgreich bearbeitet werden, wenn der Bearbeitende über ein geeignetes methodisches Vorgehen, ein **formales Verfahren** (Einsatz eines Kalküls) verfügt. Ein solches Verfahren kann dann als **Technik** bezeichnet werden, wenn folgende Eigenschaften deutlich ausgeprägt sind: Vor allem ist eine Technik sehr oft wiederholbar und ihre Anwendung reduziert die Komplexität der Problemstellung. Ein solches Verfahren entlastet das Denken so, dass damit der Umfang erfolgreich lösbarer Aufgaben beträchtlich vergrößert wird. Zu den mathematischen Verfahren (Techniken) gehören die schriftlichen Rechenverfahren und auch der Einsatz von Bestimmungsgleichungen.

Wird das Verfahren „Einsatz von Gleichungen“ beherrscht, dann werden bei dessen Anwendung Kreativität und Einfallsreichtum weniger gefordert und daher auch in geringerem Maße gefördert. Natürlich sollen Bestimmungsgleichungen im Mathematikunterricht unstrittig dort eingesetzt werden, wo es unabdingbar ist – wenn beispielsweise eine Aufgabe unter Zeitdruck gelöst werden muss. Weil dieses technische Verfahren wiederholbar ist, kann es bei Prüfungen trotz Zeitbeschränkung die beruhigende Sicherheit geben, dass eine Lösung gewiss gelingen wird. Unter Zeitdruck sollte nur überprüft werden, ob Schüler eine eingeübte Technik anwenden können. Sind dagegen Geschicklichkeit und Einfallsreichtum unverzichtbar, dann fehlt die Sicherheit, dass sich die gute Idee rechtzeitig einstellen wird.

Nutzen wir die Vorteile einer Technik, werden wir auch bestrebt sein, **Nachteile weitgehend zu kompensieren**. Die Schule muss sich immer dessen bewusst bleiben, dass Lernen auch einen **Verlust** bedeuten kann. In unserem Fall kann die Fixierung auf Gleichungen die Kreativität, die Möglichkeit der Entstehung anderer Lösungsideen einschläfern. Um starres Denken zu vermeiden, werden daher auch Aufgaben angeboten, die zwar mithilfe von Gleichungen, aber eben auch mit einem für Schüler realistischen kreativen Einfall ohne Gleichungen mit geringerem Aufwand gelöst werden können. Schüler sind aufgefordert, immer wieder unterschiedliche Ansätze zu suchen und gelegentlich sogar verschiedenartige Lösungswege zu beschreiten. Wie jede Technik ist auch der Einsatz von Bestimmungsgleichungen nicht in der Lage, jedes Problem erfolgreich anzugehen. Entsprechende Aufgaben sollen nicht fehlen.

1.10	Zahlenrätsel und lineare Gleichungen

Vorüberlegungen

Zur Auswahl der Aufgaben

Zwar sollen Probleme nicht nur im Mathematikunterricht bearbeitet werden, aber der Mathematikunterricht soll erfolgreiches Problemlöseverhalten durchaus auch für andere Bereiche fördern. Damit dies gelingen kann, müssen die zu bearbeitenden Aufgaben geeignet ausgewählt sein.

Eine oft auftretende Problemsituation ist folgende:
An ein Objekt (eine Zahl, eine Situation, eine geplante Handlung, einen Lehrer, einen Kandidaten für die Schülervertretung, …) werden einige Forderungen gestellt. Unter einer vorgegebenen Menge von Objekten sind solche anzugeben, die diesen Forderungen genügen.
Dann sind mehrere Möglichkeiten denkbar:

I. *Die Forderungen sind unerfüllbar.*
Dann gibt es kein Objekt, das allen Forderungen genügt.

II. *Die Forderungen sind erfüllbar.*
Dann können drei Unterfälle unterschieden werden:

II a. *Die Forderungen werden von einem einzigen Lösungsobjekt erfüllt.*

II b. *Die Forderungen werden von mehreren Lösungsobjekten, aber nicht von allen betrachteten Objekten erfüllt.*

II c. *Die Forderungen werden von allen betrachteten Objekten erfüllt.*

Für die Lösungsmenge einer linearen Gleichung gibt es drei Möglichkeiten: Es gibt ein einziges Lösungselement, es gibt kein Lösungselement oder die gesamte Grundmenge ist Lösungsmenge. Die Aufgaben sind entsprechend ausgewählt: Ein Rätsel kann genau eine Lösungszahl haben, es kann aber auch sein, dass es mehrere oder gar keine Lösungszahl gibt. Es gibt die Vorliebe für Aufgaben mit einer eindeutigen Lösung. Descartes nennt in den „Regeln zur Anleitung des Geistes“ ein Problem „vollkommen“, wenn es zu ihm ein einziges Lösungsobjekt gibt. Wir würden gegen den Geist des „kartesischen Zweifels“ verstoßen, würden wir uns dieser Auffassung nur deshalb anschließen, weil sie Descartes hatte und in vielen Schulbüchern bis heute zu finden ist. Hat jede mathematische Schulaufgabe ein einziges Lösungselement und stützt dies bei Schülern die Vorstellung, dass jedes Problem in der Welt eine und nur eine Lösung habe, dann dürfte dies autoritären Strukturen nützen, in denen der „Meister“ die Lösung mitteilen wird. Einer demokratischen Haltung entspricht die Erwartung, dass ein Problem zwar gelegentlich ein einziges Lösungselement haben kann, dass es aber genauso gut denkbar ist, dass mehrere angemessene Lösungsobjekte existieren und dass es sogar Probleme gibt, die nicht so gelöst werden können, dass alle Forderungen erfüllt werden, und bei denen daher Abstriche an den Forderungen im Konsens vorgenommen werden müssen. Auch unser Mathematikunterricht bewirkt – ob intendiert oder nicht – Erziehung. Soll das Lösen von Mathematikaufgaben eine vernünftige Vorbereitung auf den Umgang mit Problemen der Welt sein, dann darf bei den Schülern keinesfalls der Eindruck entstehen, dass bei Mathematikaufgaben stets ein einziges Lösungselement existieren muss.

Einordnung:

Nachdem lineare Gleichungen behandelt worden sind, soll dieser Teil der Gleichungslehre nun eine Anwendung finden. Die vorliegenden Arbeitsblätter führen in die Technik ein, Probleme mithilfe von Gleichungen (Bestimmungsgleichungen) zu bearbeiten. Dies soll so umfassend geschehen, dass die spätere Ausweitung auf angewandte Aufgaben möglichst gut vorbereitet ist. Eine solche Fortsetzung ist unerlässlich, denn beim Arbeiten mit Gleichungen sollen alle Schüler erfahren, dass Mathematik geeignet ist, nicht nur Zahlenrätsel, sondern auch allgemeine Probleme der Welt anzugehen.

Zahlenrätsel und lineare Gleichungen	1.10
Arbeitsblatt 1 (1)	M1

Ein Zahlenrätsel

Aufgabe 1:
Matthias sagt: „Wenn ich mich nicht irre, gibt es zwei aufeinanderfolgende Elferzahlen, die die Summe 20 625 haben." Um welche Zahlen kann es sich handeln?

Wir erarbeiten uns eine Lösung:

Was ist gesucht?

____

Was wissen wir?

____

Was kann als schwierig angesehen werden? Welche Situation wäre einfacher?
Was wäre, wenn die beiden Zahlen nicht verschieden wären?

Dann wäre die Summe _______________________ .

Wir haben eine **Idee**:
Wir wählen eine Ersatzaufgabe mit zwei gleichen Zahlen!
Wie kann dies erreicht werden?

<u>1. Möglichkeit:</u> Wir ersetzen die größere Zahl durch die kleinere.
<u>2. Möglichkeit:</u> Wir ersetzen die kleinere Zahl durch _________ .
<u>3. Möglichkeit:</u> Wir ersetzen jede Zahl durch das arithmetische Mittel der beiden Zahlen.

<u>1. Möglichkeit:</u>
Die kleinere Zahl soll erhalten bleiben. Dann wird von der größeren Zahl 11 subtrahiert.

Die neue Summe ist 20 625 – 11 = _________ .

Bei der kleineren Zahl handelt es sich um _______ .

Vorsicht! Wir sind bei den Überlegungen davon ausgegangen, dass es die beschriebenen Elferzahlen tatsächlich gibt. Dies kann der Aufgabenstellung keineswegs entnommen werden. Es muss überprüft werden:

____

Ergebnis: _________

Auftrag:
Bearbeite in entsprechender Weise die zweite und die dritte Möglichkeit.

1.10	Zahlenrätsel und lineare Gleichungen
M2	Arbeitsblatt 1 (2)

Ein Zahlenrätsel

Die Aufgabe 1 kann erfolgreich bearbeitet werden, wenn eine „gute, wegweisende Idee“ zur Verfügung steht. Leider stellen sich solche Ideen nicht auf Befehl und nicht zuverlässig ein. Allerdings gibt es eine Technik – das *Arbeiten mit Gleichungen (Bestimmungsgleichungen)*. Wer diese Technik erlernt hat, kann entsprechende Probleme selbst dann zuverlässig lösen, wenn ihm kein glücklicher, kein kreativer oder gar überraschender Einfall zur Verfügung steht.

Aufgabe 1:
Matthias sagt: „Wenn ich mich nicht irre, gibt es zwei aufeinanderfolgende Elferzahlen, die die Summe 20 625 haben.“ Um welche Zahlen kann es sich handeln?

Wir arbeiten mithilfe einer Gleichung (Bestimmungsgleichung):

1. Schritt:
Es wird eine Variable x für eine natürliche Zahl eingeführt.
Die Variable x steht für die kleinere Zahl.

2. Schritt:
Der deutsche Aufgabentext wird in eine algebraische Sprache übersetzt.

In deutscher Sprache	In algebraischer Sprache
Die kleinere Zahl	x
die folgende Elferzahl	$x + 11$
die Summe der beiden Zahlen	$x + (x + 11)$

3. Schritt:
Die Textaufgabe wird durch eine Aufgabe aus der Gleichungslehre ersetzt.
Der Aufgabentext enthält eine bisher noch nicht beachtete Aussage (eine Bedingung):
Die Summe der beiden Zahlen soll 20 625 sein.
Andererseits wird die Summe der beiden Zahlen durch $x + (x + 11)$ dargestellt.
Weil zwei Zahlen stets nur eine Summe haben, ergibt sich die Gleichung $x + (x + 11) = 20\,625$.
Diese Gleichung ist eine **Aussageform** mit der Variablen x bezüglich der **Grundmenge** $G = \{11; 22; 33; 44; \ldots\}$.

4. Schritt:
Es wird die Lösungsmenge bezüglich der Grundmenge ermittelt.

$$\begin{aligned} x + (x + 11) &= 20\,625 && \text{(Der linke Term wird vereinfacht.)} \\ 2x + 11 &= 20\,625 && \mid -11 \\ 2x &= 20\,614 && \mid :2 \\ x &= 10\,307 \end{aligned}$$

Es ist $10\,307 : 11 = 937$. Die Zahl 10 307 ist eine Elferzahl und daher ein Element von G.
Lösungsmenge: $L = \{10\,307\}$

5. Schritt:
Die in der Textaufgabe enthaltene Frage muss beantwortet werden.
Ergebnis: Nur die Zahlen 10 307 und 10 318 haben die beschriebenen Eigenschaften.

Auftrag:
Wir beziehen uns auf das Arbeitsblatt 1 (1).
a) Setze die Variable so an, dass analog zur 2. Möglichkeit gearbeitet wird.
b) Setze die Variable so an, dass analog zur 3. Möglichkeit gearbeitet wird.

Ein Zahlenrätsel

Noch einmal Aufgabe 1:
Matthias sagt: „Wenn ich mich nicht irre, gibt es zwei aufeinanderfolgende Elferzahlen, die die Summe 20 625 haben." Um welche Zahlen kann es sich handeln?
Führe die folgende Lösung zu Ende.

Lösung:
Es kann beachtet werden, dass es sich um Elferzahlen handeln soll. Zu jeder Elferzahl z gibt es eine natürliche Zahl n mit $z = 11n$. Wir wählen die Variable n.
Die auf 11n folgende Elferzahl ist __________ .

Aufgabe 2:
Gibt es zwei aufeinanderfolgende Dreizehnerzahlen, deren Summe 10 907 ist?

Aufgabe 3:
Stefan behauptet: „Es gibt drei aufeinanderfolgende Siebzehnerzahlen, deren Summe 6069 ist."
Um welche Zahlen kann es sich handeln? Versuche mehrere Lösungswege anzugeben.

Aufgabe 4:
Gibt es eine natürliche Zahl mit folgender Eigenschaft: Ihr Zwölffaches liegt so viel über 56 wie das Vierfache unter 56.
a) Diskutiere, ob die Zahl 6 die Forderungen erfüllt.
b) Beantworte die in der Aufgabe gestellte Frage.

Aufgabe 5:
a) Gibt es zwei aufeinanderfolgende Siebenerzahlen, deren Summe 511 ist?
b) Gibt es drei aufeinanderfolgende Siebenerzahlen, deren Summe 993 ist?

Aufgabe 6:
Stefan denkt sich eine natürliche Zahl. Er multipliziert diese mit 3, addiert zum Produkt 71 und dividiert die Summe durch 2. Vom Quotienten subtrahiert er 15. Er erhält 40.
Wer kann die Ausgangszahl ermitteln?
Ergänze die folgende Lösung.

Lösungsweg ohne Gleichung:
a) Ergänze die folgende Lösungsskizze.
Diese Aufgabe kann mithilfe einer Grafik erfolgreich bearbeitet werden.

$$? \xrightarrow{\cdot 3} \; ? \xrightarrow{+71} \; ? \xrightarrow{:2} \; ? \xrightarrow{-15} 40$$

$$\xleftarrow{\qquad} \qquad \xleftarrow{\qquad} \qquad \xleftarrow{\cdot 2} 55 \xleftarrow{+15} 40$$

b) Schreibe einen Lösungsweg, in dem eine Gleichung benutzt wird.

Aufgabe 7:
Oskar denkt sich eine Zahl. Er addiert 30, multipliziert die Summe mit 9, subtrahiert 360, dividiert die Differenz durch 3 und erhält die gedachte Zahl. Ist dies möglich?

1.10	Zahlenrätsel und lineare Gleichungen
M18	Arbeitsblatt 5 (2)

Allerlei Aufgaben

Aufgabe 5:

a) Die Summe von zwei ganzen Zahlen ist –127, die Differenz ist 213. Um welche Zahlen kann es sich handeln?

b) Gibt es zwei Zahlen mit folgenden Eigenschaften: Die Summe der beiden Zahlen ist 50 und die größere ist das 99-Fache der kleineren.

Aufgabe 6:

Ermittle alle rationalen Zahlen, für die gilt: Das Vierfache des um 25 verminderten Achtfachen der Zahl ist um 2 kleiner als das Dreifache des um 14 vermehrten Sechsfachen der Zahl.

Aufgabe 7:

Marcel erzählt: „Ich subtrahiere vom Jahr meiner Geburt 7, dividiere die Differenz durch 17, addiere zum Quotienten 8, multipliziere die Summe mit 16 und erhalte 2000.
Vergleiche einen Lösungsweg mithilfe einer Gleichung mit einem Lösungsweg mithilfe einer Grafik und Umkehroperationen.

Aufgabe 8:

a) Sabine denkt sich eine Zahl, sie addiert 3, multipliziert die Summe mit 2, subtrahiert vom Produkt 8 und erhält 50. Welche Zahl hat sich Sabine gedacht?

b) Ermittle alle rationalen Zahlen, für die gilt: Ihre Hälfte ist um 63 größer als ihr Doppeltes.

c) Es ist gleichgültig, ob eine solche Zahl mit 0,75 multipliziert wird oder von der Zahl 0,75 subtrahiert wird, denn es ergibt sich das gleiche Ergebnis. Gibt es solche Zahlen?

d) Ermittle alle Zahlen mit folgender Eigenschaft: Sie ändern sich nicht, wenn ihr Dreifaches mit 6 multipliziert wird.

e) Ermittle alle Zahlen mit folgender Eigenschaft: Sie ändern sich nicht, wenn zu ihrem Dreifachen 6 addiert wird.

f) Für welche Zahlen ist das Fünffache der um 3 verminderten Zahl um 3 kleiner als Fünffache der Zahl?

g) Sophia sagt: „Wenn ich 2 zum Dreifachen der von mir gewählten Zahl addiere, diese Summe mit 4 multipliziere und zum Produkt 5 addiere, dann ergibt sich 13.“ Ist dies möglich?

h) Ermittle alle rationalen Zahlen, für die gilt: Wird das Achtfache der Zahl um 40 vermehrt und diese Summe mit 2 multipliziert, dann ergibt sich das Sechzehnfache der um 5 vermehrten Zahl.

i) Gabriele erzählt: „Ich wähle eine Zahl, addiere das Sechsfache dieser Zahl zu 18 und multipliziere die Summe mit 2. Es ergibt sich 36 mehr als das Sechsfache der Ausgangszahl.“
Welche Aussage kann über die von Gabriele gewählte Zahl gemacht werden?

j) Das Fünffache einer Zahl ist um 56 kleiner als diese Zahl. Ist dies möglich?

Aufgabe 9:

a) Denke dir eine Startzahl. Addiere 160. Addiere die Summe zur Ausgangszahl. Es ergibt sich 210. Ermittle die Ausgangszahl.

b) Eine Flasche Milch kostet mit Flaschenpfand 2,10 €. Die Milch kostet 1,60 € mehr als das Pfand. Wie hoch ist das Pfand?

c) Ein Schachspiel kostet 280 €. Der Preis für die Figuren ist das Sechsfache des Preises für das Brett. Was kostet das Brett?

Zahlenrätsel und lineare Gleichungen	1.10
Lösungen 5 (1)	M19

Allerlei Aufgaben

Lösung 1:

1. Lösungsweg:

$x + (x + 11) = 5422$ bezüglich $G = \{11; 22; 33; 44; \ldots\}$

$x = 2705{,}5$. Es ist $2705{,}5 \notin G$, daher $L = \{\ \}$.

Es gibt keine solchen Elferzahlen.

2. Lösungsweg:

$11n + 11(n + 1) = 5422$ bezüglich $G = \{1; 2; 3; 4; \ldots\}$

Es ist $n = 245\frac{21}{22} \notin G$, daher $L = \{\ \}$.

3. Lösungsweg:

Dann ist die neue Summe $5422 + 11 = 5433$. Die größere Zahl ist $5433 : 2 = 2716{,}5$. Dies ist keine Elferzahl. Es gibt keine solchen Zahlen.

4. Lösungsweg:

Von zwei aufeinanderfolgenden Elferzahlen ist stets die eine gerade und die andere ungerade. Dann ist die Summe stets ungerade und keinesfalls 5422. Solche Elferzahlen gibt es nicht.

Lösung 2:

1. Lösungsweg:

Wird zur Summe die Differenz addiert, ergibt sich das Doppelte der größeren Zahl. Die größere Zahl ist $(3288 + 868) : 2 = 2078$. Die kleinere Zahl ist $2078 - 868 = 1210$.

2. Lösungsweg:

Dass die Summe 3288 beträgt, bringt die Gleichung $x + (x - 868) = 3288$ bezüglich der Grundmenge $\mathbb{Q}$. Es handelt sich um die Zahlen 2078 und 1210.

Lösung 3:

$3(x + 6) - (2x - 5) = 3x - 10$ bezüglich $G = \mathbb{Q}$; $L = \{16{,}5\}$

Nur die Zahl 16,5 hat die beschriebenen Eigenschaften.

Lösung 4:

a) $T(x) = (4x + 17) \cdot 3 - 5(2x - 7) = 2x + 86$
Neue Rechenanweisung: „Addiere 86 zum Doppelten der von dir gedachten Zahl."

b) $2 \cdot 6{,}5 + 86 = 13 + 86 = 99$. Sina erhält 99.

c) $2x + 86 = 64$; $L = \{-11\}$. Otto ist von –11 ausgegangen.

d) $2x + 86 = 2x + 16$; $L = \{\ \}$. Jennifer hat sich verrechnet. Gleichgültig, von welcher Zahl sie ausgeht, sie erhält niemals 16 mehr als das Doppelte der Startzahl.

e) $2x + 86 = x$; $L = \{-86\}$. Koray ist von –86 ausgegangen.

f) $2x + 86 = 86$; $L = \{0\}$. Gert ist von der Zahl 0 ausgegangen.

g) $2x + 86 = 2x + 86$; $L = \mathbb{Q}$. Jede Startzahl hat diese Eigenschaft. Wir können nicht sagen, von welcher Zahl Oskar ausgegangen ist.

h) $2x + 86 - x = 86$ oder $x - (2x + 86) = 86$
$x = 0$ oder $x = -172$
Tobias hat sich entweder 0 oder –172 gedacht.

1.10	Zahlenrätsel und lineare Gleichungen
M 20	Lösungen 5 (2)

Allerlei Aufgaben

Lösung 5:

a) Kleinere Zahl: x
Größere Zahl: $x + 213$
Gleichung: $x + x + 213 = -127$ bezüglich $G = Z$; $L = \{-170\}$
Es handelt sich um -170 und 43.

b) Kleinere Zahl: x
$99x = 50 - x$. Nur 0,5 und 49,5 haben die beschriebenen Eigenschaften.

Lösung 6:

$4(8x - 25) + 2 = 3(6x + 14)$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \{10\}$
Nur die Zahl 10 hat diese Eigenschaft.

Lösung 7:

Gleichung: $[(x - 7):17 + 8] \cdot 16 = 2000$ bezüglich $G = \mathbf{N}$; $\frac{x-7}{17} + 8 = 125$; $L = \{1996\}$

Marcel ist 1996 geboren.

Lösung mithilfe einer Grafik und den Umkehroperationen:

$$? \xrightarrow{-7} ? \xrightarrow{:17} ? \xrightarrow{+8} ? \xrightarrow{\cdot 16} 2000$$

$$1996 \xleftarrow{+7} 1989 \xleftarrow{\cdot 17} 117 \xleftarrow{-8} 125 \xleftarrow{:16} 2000$$

Lösung 8:

a) $26 \xleftarrow{-3} 29 \xleftarrow{:2} 58 \xleftarrow{+8} 50$
Lösungsweg mithilfe einer Gleichung: $2(x + 3) - 8 = 50$; $L = \{26\}$
Sabine denkt sich 26.

b) $0{,}5x - 63 = 2x$; $L = \{-42\}$. Nur -42 hat diese Eigenschaft.

c) $0{,}75x = x - 0{,}75$; $L = \{3\}$. Nur 3 hat diese Eigenschaft.

d) $6 \cdot 3x = x$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \{0\}$. Nur die Zahl 0 hat diese Eigenschaft.

e) $3x + 6 = x$; $L = \{-3\}$. Nur die Zahl -3 hat die geforderte Eigenschaft.

f) $5(x - 3) = 5x - 3$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \{\ \}$. Es gibt keine solche Zahl.

g) $4(3x + 2) + 5 = 13$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \{0\}$. Nur die Zahl 0 hat diese Eigenschaft.

h) $2(8x + 40) = 16(x + 5)$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \mathbf{Q}$. Jede Zahl hat diese Eigenschaft.

i) $2(18 + 6x) = 6x + 36$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \{0\}$. Nur die Zahl 0 hat diese Eigenschaft.

j) $x - 5x = 56$ bezüglich $G = \mathbf{Q}$; $L = \{-14\}$. Nur -14 hat diese Eigenschaften.

Lösung 9:

a) Zahl: x; $(x + 160) + x = 210$; $L = \{25\}$. Die Ausgangszahl ist 25.

b) Pfand: x Ct; Gleichung: $(x + 160) + x = 210$; $L = \{25\}$
Das Pfand beträgt 25 Ct. Die Milch kostet 185 Ct.

c) Das Brett kostet x €, die Figuren kosten $6x$ €. Gleichung: $7x = 280$; $L = \{40\}$
Das Brett kostet 40 €, die Figuren kosten 240 €.