

## Teilen leicht gemacht – Teilbarkeit, Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

Ilse Gretenkord, Ahaus

I/A



© Thinkstock/Photodisc

Vergnügungspark

**Klasse:** 5/6

**Dauer:** 8 Stunden

**Inhalt:** Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen  
kennenlernen,  
Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 5, 8, 9 und 10

**Ihr Plus:** Ihre Schüler haben viel Freiraum, sich selbstständig und in Partnerarbeit die wesentlichen Merkmale der Regeln für die Teilbarkeit zu erarbeiten. Sie als Lehrkraft halten lediglich die endgültigen Ergebnisse fest.

Wie lassen sich drei Pizzen auf zwei hungrige Freunde verteilen? Wie viele Kinder haben die fünf Familien jeweils, die sich zufällig auf dem Spielplatz getroffen haben? Wie kommt man mit dem veralteten Kassenautomaten im Vergnügungspark klar? Wie viele Gummibärchen sind in den Kartons des Supermarktes? Mit diesen und anderen alltagsnahen Problemen lernen Ihre Schüler die **Teilbarkeitsregeln** kennen.

## Didaktisch–methodische Hinweise

Der Beitrag ist eine Vorbereitung auf die Themen „Brüche“ und „Primfaktorzerlegung“.

Für die Bildung des **Hauptnenners** in der Bruchrechnung ist es wichtig, das **kgV** zweier natürlicher Zahlen bestimmen zu können. Dies gelingt z. B. durch eine **Primfaktorzerlegung** der Nenner der Brüche. Für diese Primfaktorzerlegung ist die Kenntnis der **Teilbarkeitsregeln** hilfreich. Dann nämlich kann man die gemeinsamen Teiler zweier natürlicher Zahlen schnell und einfach ermitteln.

Ihre Schüler finden die **Teiler** und **Vielfache** natürlicher Zahlen und lernen die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 5, 8, 9 und 10 kennen.

Es ist sinnvoll, zwischen dem Einsatz der einzelnen Materialien vertiefende **Übungsaufgaben** einzuschleiben.

### Unterrichtliche Voraussetzungen

- Natürliche Zahlen
- Primzahlen
- Grundrechenarten
- Primfaktoren
- Dreisatz

### Ablauf

Methodisch ist in der Regel **Partnerarbeit** vorgesehen, um die Materialien zu bearbeiten. Die Partner können sich in ihren Ideen ergänzen und gegenseitig helfen. Die Vorschläge werden dann noch einmal im Klassenverband besprochen und die jeweils passende Fassung der Teilbarkeitsregeln halten Sie an der Tafel fest. Sie als Lehrkraft bleiben moderierend im Hintergrund, während Ihre Schüler ihre Arbeitsergebnisse argumentativ begründen und sich Fragen und Kritik stellen.

Anhand von Material **M 1** zeigen Sie, dass es ein Ganzes oder mehrere Ganze gibt, die sich durchaus (ohne Rest bzw. mit Rest) auf mehrere Personen aufteilen lassen. Allerdings wird auch die Division mit Rest angeschnitten.

Material **M 2** ist rechnerisch einfach. Jede Dreiergruppe kann unter sich ein kleines Wettbewerb veranstalten: Jedes Gruppenmitglied listet so schnell wie möglich alle Teiler der Zahlen 1–24 auf. Innerhalb der Gruppe werden die Ergebnisse auf Richtigkeit überprüft.

Die Materialien **M 3–M 6** sind methodisch ähnlich aufgebaut. Sie sind so konzipiert, dass Ihre Schüler wichtige Merkmale der Teilbarkeitsregeln selber entdecken und formulieren können. Jedes Material schildert eine **praxisnahe Situation**, anhand derer Ihre Schüler in Partnerarbeit Regeln für die Teilbarkeit herausfinden. Bei Material **M 3** geht es um die Teilbarkeit durch die Zahlen 2, 4 und 8, bei Material **M 4** um die Teilbarkeit durch 5 und 10, bei Material **M 5** um die Teilbarkeit durch 3 und bei Material **M 6** um die Teilbarkeit durch 9.

Material **M 7** behandelt neben einigen Berechnungen die Begriffsfindung des „**Vielfachen**“. In Material **M 8** geht es um das Herausfiltern von drei endlichen Vielfachenmengen aus einem Pool von Zahlen und um einen Vergleich von Vielfachen.

Material **M 9** ist eine **Lernerfolgskontrolle**, geeignet als Hausaufgabe oder Test. Das Material **Definitionen und Regeln (Tafel) (M 10)** sollten Sie nach Bedarf besprechen, während Sie die Tippkarten in **M 11** austeilen.

<b>Reihe 20</b> S 4	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

## Auf einen Blick

I/A

Material	Thema	Stunde
M 1	<b>Drei Pizzen für zwei hungrige Freunde</b> Teilbarkeit einführen; Division mit bzw. ohne Rest	1.
M 2	<b>Wer ist der Schnellste? – Teiler erkunden</b> Teiler von natürlichen Zahlen von 1–24 erkennen	
M 3	<b>Von Kindern und Familien – erste Teilbarkeitsregeln</b> Teilbarkeitsregeln für das Teilen durch 2, 4 und 8 erarbeiten	2.
M 4	<b>Das Problem der Eintrittskarten</b> Teilbarkeitsregeln für das Teilen durch 5 und 10 erarbeiten	3.
M 5	<b>Und wenn sie nicht gestorben sind ... – Teilbarkeitsregeln</b> Teilbarkeitsregel für das Teilen durch 3 erarbeiten; Quersummen bilden	4.
M 6	<b>Wer hat recht? – Teilbarkeitsregel überprüfen</b> Teilbarkeitsregel für das Teilen durch 9 erarbeiten	5.
M 7	<b>Süßkram – Vielfache bestimmen</b> Die korrekte Notation von Vielfachenmengen einführen; einfacher Dreisatz	6.
M 8	<b>Jede Menge Äpfel! – Vielfache bilden</b> Vielfache bilden; Vielfachenmengen vergleichen und Zusammenhänge erstellen	7.
M 9 (LEK)	<b>Teste dein Wissen!</b> Aufgaben zur Teilbarkeit von Zahlen durch 2, 3, 5, 9, 10; Bilden von endlichen Vielfachenmengen von zweistelligen Zahlen üben	8.
M 10	<b>Definitionen und Regeln (Tafel)</b> Teilbarkeit mit und ohne Rest natürlicher Zahlen; Teilbarkeits- regeln; Quersumme; Primzahl; Teilermenge; Vielfachenmenge	
M 11	<b>Tippkarten</b> zu M 3, M 4, M 6, M 8	

### Minimalplan

Führen Sie die Teilbarkeit ein (**M 1**).

Beschränken Sie sich dann auf das Entdecken der Teilbarkeitsregeln in **M 2–M 6**.

Oder:

Führen Sie nur die Vielfachen einer Zahl ein (**M 7, M 8**).

Die Aufgabe 4 von Material **M 9** geben Sie Ihren Schülern als Hausaufgabe.

I/A

## M 6 Wer hat recht? – Teilbarkeitsregel überprüfen

Ihr habt besprochen, wann eine Zahl durch 3 teilbar ist.

### Aufgabe

Findet heraus, wann eine Zahl durch 9 teilbar ist.

#### Lisa:

Wenn eine Zahl durch 3 und durch 6 teilbar ist, dann müsste sie doch auch durch 9 teilbar sein. Das kann ich an den Zahlen 18, 36 und 54 zeigen.

#### Sophie:

Ich habe eine andere Regel gefunden: Bilde das Dreifache der Quersumme einer durch 3 teilbaren Zahl. Dann ist die Zahl, die zu der neuen Quersumme gehört, durch 9 teilbar.

Dazu habe ich drei Beispiele:

21: Quersumme: 3

$3 \times 3 = 9$ ; 81: Quersumme gleich 9.

9 ist durch 9 teilbar.

$81 : 9 = 9$

321: Quersumme: 6

$6 \times 3 = 18$ ; 783: Quersumme gleich 18.

18 ist durch 9 teilbar.

$783 : 9 = 87$

75: Quersumme: 12

$3 \times 12 = 36$ ; 98 766: Quersumme gleich 36.

36 ist durch 9 teilbar.

$98\ 766 : 9 = 10\ 974$



Lisa und Sophie

Thinkstock / Mit Model-Release



### Aufgabe

1. Überlegt in Partnerarbeit: Wer von den beiden hat die überzeugendere Regel?
2. Begründet eure Entscheidung, indem ihr auch noch andere Zahlen ausprobiert.
3. Gibt es eine Regel, an der nichts auszusetzen ist?

I/A

**M 8 Jede Menge Äpfel! – Vielfache bilden**

Vielfachmengen von Zahlen sind unendlich.

**Beispiel 1: Die Vielfachen von 2**

2	4	6	usw.
 HEALTHY FOOD	 HEALTHY FOOD HEALTHY FOOD	 HEALTHY FOOD HEALTHY FOOD HEALTHY FOOD	
 HEALTHY FOOD	 HEALTHY FOOD HEALTHY FOOD	 HEALTHY FOOD HEALTHY FOOD HEALTHY FOOD	

**Beispiel 2:**

$$V(4) = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 \dots\}$$

Du kannst die Viererreihe unendlich fortsetzen.

**Aufgabe**

Löst die folgenden Aufgaben in Partnerarbeit.

- Die Tabelle enthält alle Vielfachen von 12, 15 und 18 jeweils bis 180 und weitere Zahlen. Streicht die Vielfachen von 12 mit einem waagerechten, die Vielfachen von 15 mit einem senkrechten und die Vielfachen von 18 mit einem schrägen Strich durch. Bedenkt, dass die Zahl 180 dreimal vorkommt.



- Seht euch die durchgestrichenen Zahlen noch einmal an.

Bei sieben Zahlen müsste euch etwas auffallen.

Umkringelt diese Zahlen.

- Beschreibt, was euch auffällt.

Verwendet bei der Beschreibung den Begriff des Vielfachen.

12	15	32	18	64	62	132	165
35	125	24	150	30	36	105	145
96	46	45	85	54	176	120	126
48	135	180	130	180	84	55	108
90	115	162	65	72	80	144	168
112	60	75	92	128	156	180	102

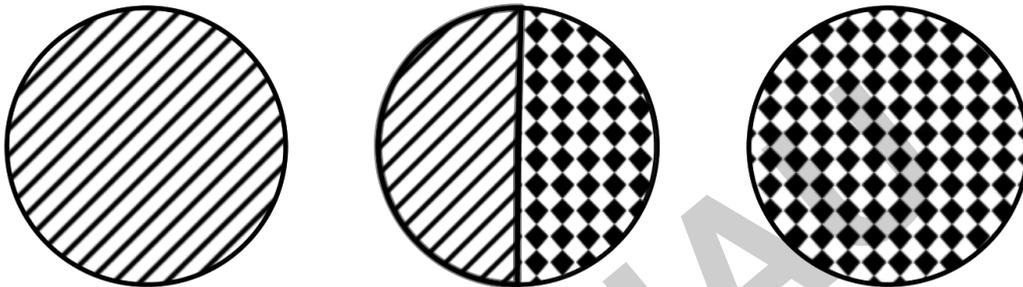
## Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz

I/A

### M 1 Drei Pizzen für zwei hungrige Freunde

■ Nutzen Sie das Einstiegsbeispiel für eine kontextorientierte Einführung in das Thema „Teilbarkeit“.

1. Eine mögliche Art, die 2 Pizzen mittels Stift und Geodreieck gerecht auf 2 Freunde aufzuteilen:



2. a) Himbeertorte:  $16 : 8 = 2$ .  
Jedes Kind bekommt 2 Stücke Kuchen.  
Erdbeertorte:  $12 : 8 = 1$  Rest 4.  
Jedes Kind bekommt nur 1 Stück Kuchen.  
b) Himbeertorte: Es bleibt kein Kuchenstück übrig.  
Erdbeertorte: Es bleiben 4 Kuchenstücke übrig.

### M 2 Wer ist der Schnellste? – Teiler erkunden

#### 1. Level

1	ist teilbar durch	1							
2	ist teilbar durch	1	2						
3	ist teilbar durch	1	3						
4	ist teilbar durch	1	2	4					
5	ist teilbar durch	1	5						
6	ist teilbar durch	1	2	3	6				
7	ist teilbar durch	1	7						
8	ist teilbar durch	1	2	4	8				

<b>Reihe 20</b>	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b> S 5
-----------------	----------------	-----------------	------------	----------------	------------------------

3. Das 3-Fache von 12 ist gleich dem 2-Fachen von 18, nämlich 36.  
 Das 5-Fache von 12 ist gleich dem 4-Fachen von 15, nämlich 60.  
 Das 6-Fache von 12 ist gleich dem 4-Fachen von 18, nämlich 72.  
 Das 6-Fache von 15 ist gleich dem 5-Fachen von 18, nämlich 90.  
 Das 9-Fache von 12 ist gleich dem 6-Fachen von 18, nämlich 108.  
 Das 10-Fache von 12 ist gleich dem 8-Fachen von 15, nämlich 120.  
 Das 12-Fache von 12 ist gleich dem 8-Fachen von 18, nämlich 144.

I/A

### M 9 Teste dein Wissen!

1.

	Teiler				
	2	3	5	9	10
14	x				
81		x		x	
148	x				
190	x		x		x
2345			x		
12 687		x			
109 568	x				

2.

	richtig	falsch
1. Ist die letzte Ziffer einer Zahl gerade, so ist sie durch 2 teilbar.	x	
2. Endet eine Zahl auf eine 5, so ist sie höchstens durch 5 teilbar.		x
3. Endet eine Zahl auf eine 0, so ist sie auf jeden Fall durch 10 teilbar.	x	
4. Ist die Quersumme einer Zahl durch 6 teilbar, so ist die Zahl durch 3 teilbar.	x	
5. Ist die Quersumme einer Zahl durch 9 teilbar, so ist die Zahl auch durch 9 teilbar.	x	

3. Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn die letzte Ziffer der Zahl eine 0 ist.  
 4. a)  $V(25) = \{25, 50, 75, 100, 125\}$ ; b)  $V(32) = \{32, 64, 96, 128\}$ ; c)  $V(43) = \{43, 86, 129\}$   
 5. Da 113 eine Primzahl ist, also eine Zahl, die außer der 1 und sich selbst keine Teiler besitzt, ist es nicht möglich, die Bonbons vollkommen gerecht aufzuteilen. Da es sich um einen Kindergeburtstag handelt, ist es recht unwahrscheinlich, dass Nina 113 Gäste bzw. nur einen Gast hat und somit jeder ein Bonbon bzw. der einzige Gast alle Bonbons erhalten könnte.