

# Download

Jan-Christoph Frühauf

Mathe an Stationen

SPEZIAL

Geometrische Abbildungen

Zentrische Streckung

Downloadauszug  
aus dem Originaltitel:



# Mathe an Stationen SPEZIAL Geometrische Abbildungen

Zentrische Streckung

VORSCHAU

Dieser Download ist ein Auszug aus dem Originaltitel  
Mathe an Stationen SPEZIAL Geometrische Abbildungen  
Übungsmaterial zu den Kernthemen der Bildungsstandards

Über diesen Link gelangen Sie zur entsprechenden Produktseite im Web.  
<http://www.auer-verlag.de/go/dl7151>

## Punktspiegelung/Drehung

In diesem Themengebiet sind Stationsblätter sowohl zur Punktspiegelung als auch zur Drehung zu finden. Die beiden Abbildungen wurden zu einem Themengebiet zusammengefasst, da die Punktspiegelung nur sich wiederholende Konstruktionen fordern würde und in einem geringen Zusammenhang zur Drehung steht. Die Stationsblätter können somit zur Erschließung der Konstruktionsvorgänge von Punktspiegelungen und Drehungen sowie deren Eigenschaften, aber auch von Zusammenhängen zwischen Punktspiegelung – Drehung – Achsenspiegelung eingesetzt werden.

- Station 1 **Sterndrehung**
- Station 2 **Drehungseigenschaften:** Bitte gesonderte Blätter für Aufgabe 2 bereitlegen.
- Station 3 **Punktspiegelung gleich Drehung?**
- Station 4 **Gedrehte Flächen**
- Station 5 **Konstruktionsbeschreibung:** Bitte gesonderte Blätter bereitlegen.
- Station 6 **Drei Abbildungen auf einmal**
- Station 7 **Wo ist der Punkt?**
- Station 8 **Sonne, Erde, Mond:** Evtl. gesonderte Blätter für Nebenrechnungen bereitlegen.

## Zentrische Streckung

Neben Übungen zu zentrischen Streckungen und deren Konstruktion gehen die Stationsblätter zur zentrischen Streckung auch besonders auf den Streckungsfaktor ein, um diesen gezielt untersuchen, z. B. wie dieser sich auf Länge, Flächen und Volumen auswirkt bzw. was ein Vorzeichenwechsel des Streckungsfaktors bewirkt. Für alle Stationen sind so weit keine besonderen Konstruktionshilfsmittel erforderlich.

- Station 1 **Streckungsformel**
- Station 2 **Streckungsfaktor**
- Station 3 **Gestrecktes Volumen**
- Station 4 **Strecken strecken / Strecken:** Bitte gesonderte Blätter für Aufgaben 3 und 4 bereitlegen.
- Station 5 **Strecken strecken / Strecken**
- Station 6 **Streckungsfaktor finden**
- Station 7 **Eigenschaften von zentrischen Streckungen:** Bitte gesonderte Blätter für Aufgabe 2 bereitlegen.
- Station 8 **Konstruktionsbeschreibung:** Bitte gesonderte Blätter für Aufgabe 2 bereitlegen.

## Gemischte Übungen

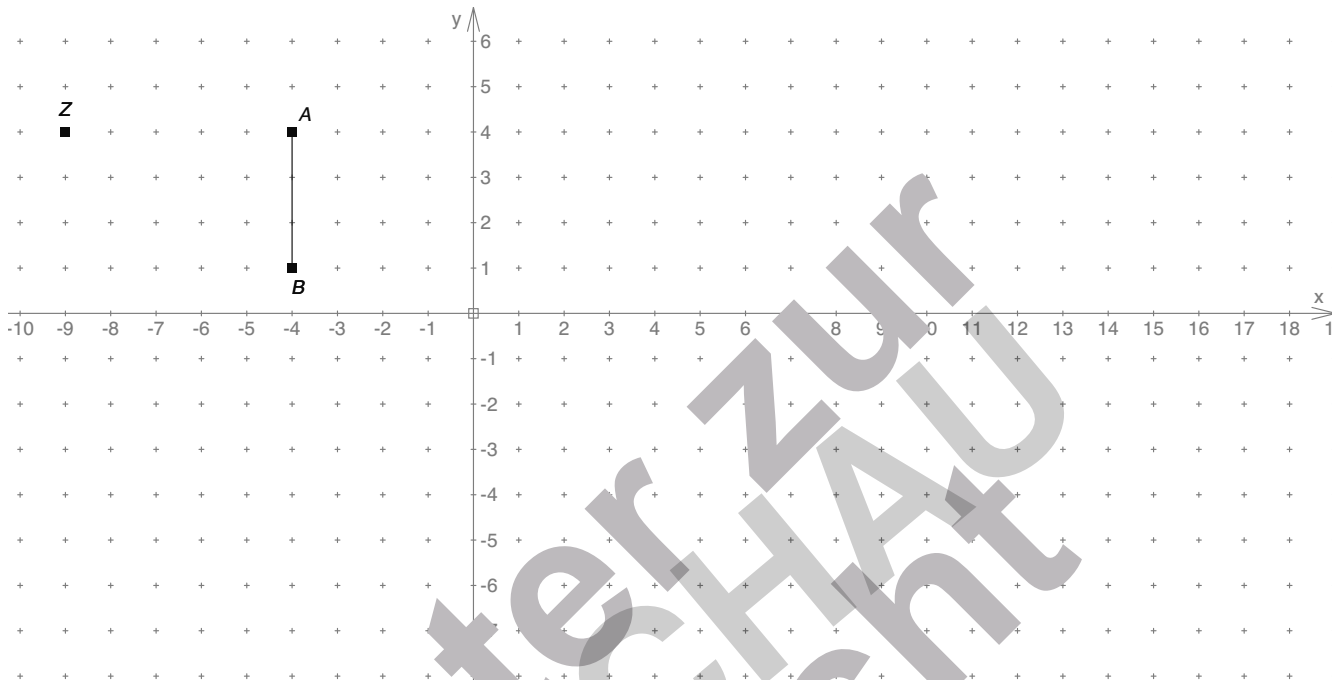
Anhand dieser Stationen können auf unterschiedliche Art und Weise noch einmal alle geometrischen Abbildungen wiederholt, vertieft und auch verglichen werden.

- Station 1 **Barockgarten:** Bitte Zirkel bereitlegen.
- Station 2 **Drehen und Spiegeln**
- Station 3 **ABC**
- Station 4 **Eckenbezeichnungen:** Bitte gesonderte Blätter für Notizen bereitlegen.
- Station 5 **Spiegeln und Falten:** Bitte Zirkel bereitlegen.
- Station 6 **Alle Abbildungen I:** Bitte Zirkel bereitlegen.
- Station 7 **Alle Abbildungen II:** Bitte Zirkel bereitlegen.
- Station 8 **Kreuzworträtsel**

# Streckungsformel

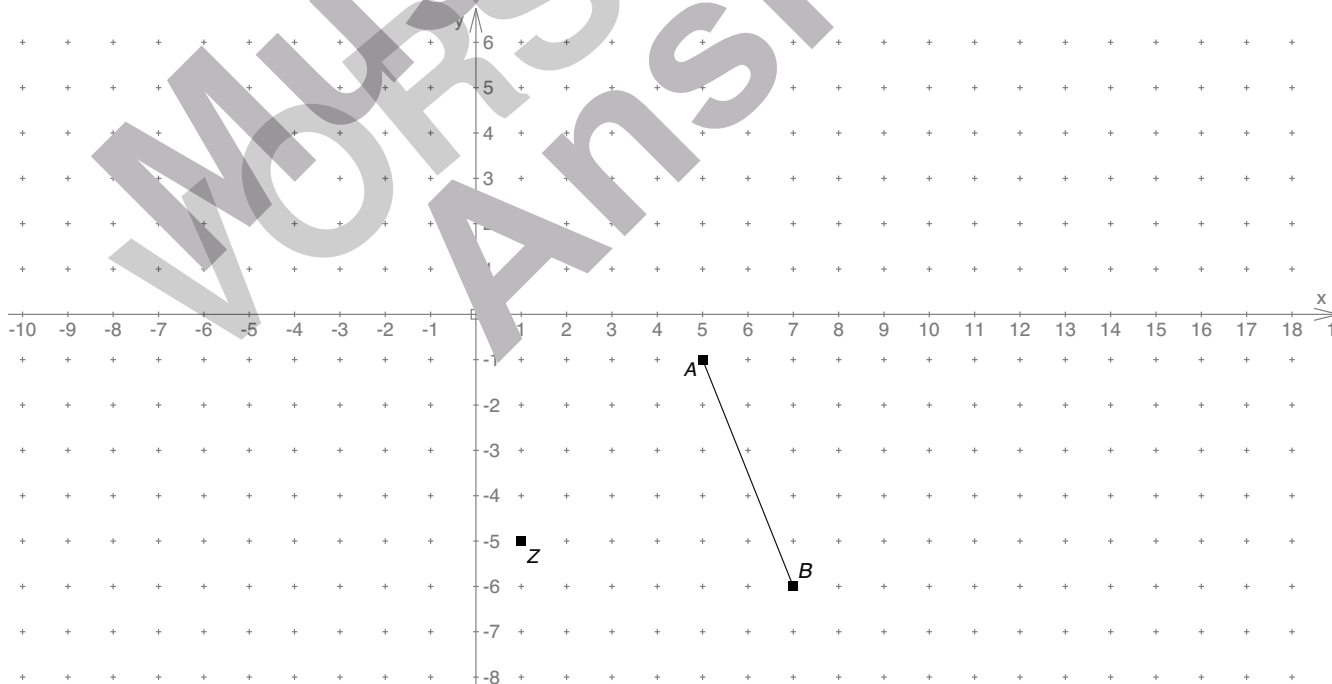
## Aufgabe 1

Strecke  $|AB|$  am Punkt  $Z$  mit dem Faktor  $k = 3$ . (Zahlenangaben in cm)



## Aufgabe 2

Strecke  $|AB|$  an  $Z$  mit dem Faktor  $k = 2,5$ . (Zahlenangaben in cm)



## Aufgabe 3

Vergleiche die Länge von  $|AB|$  mit  $|A'B'|$  aus den Aufgaben 1 und 2.

Versuche, eine allgemeine Formel für die Strecke  $|A'B'|$  herauszufinden, wenn die Strecke  $|AB|$  und der Streckungsfaktor  $k$  bekannt sind:

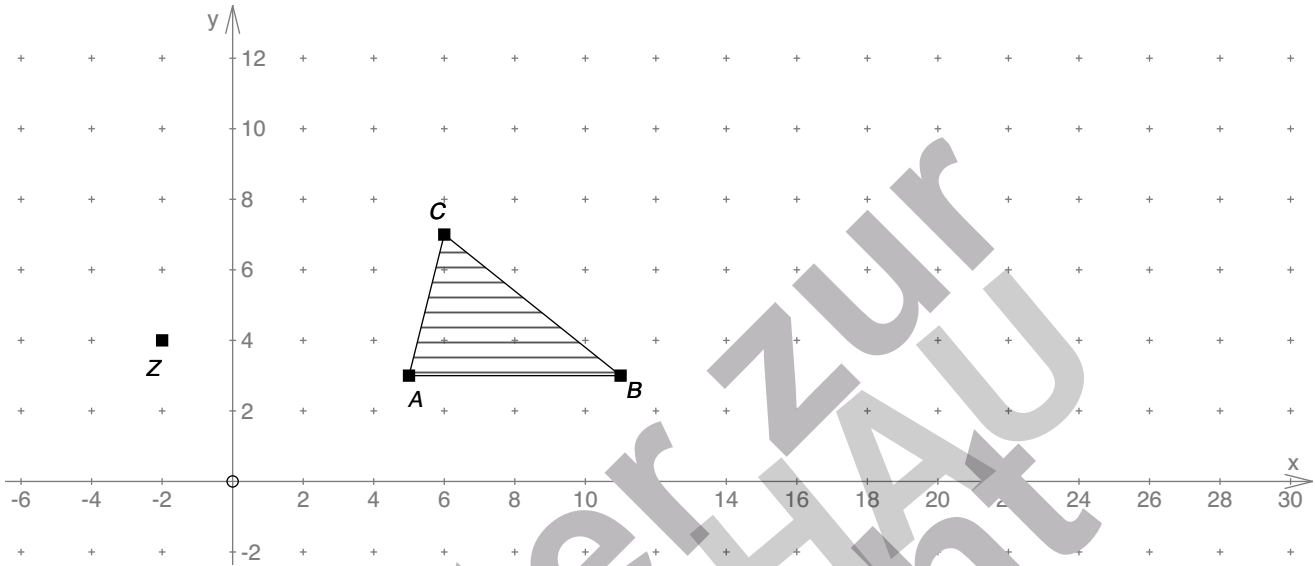
$|A'B'| =$  \_\_\_\_\_  
**netzwerk lernen**

**zur Vollversion**

# Streckungsfaktor

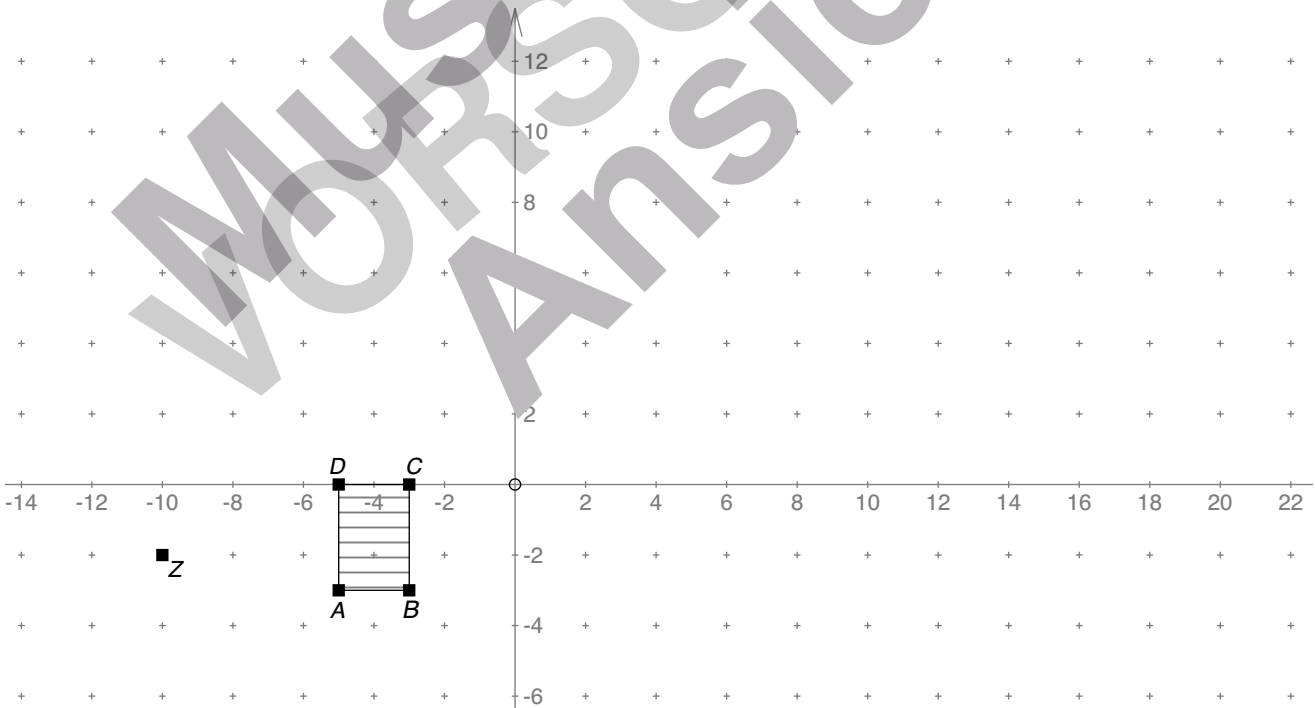
## Aufgabe 1

Nimm eine zentrische Streckung des Dreiecks  $ABC$  am Punkt  $Z$  mit dem Streckungsfaktor  $k = 2$  vor.  
(Zahlenangaben in cm)



## Aufgabe 2

Führe eine zentrische Streckung des Dreiecks  $ABCD$  am Punkt  $Z$  mit dem Faktor  $k = 3,2$  durch.  
(Zahlenangaben in cm)



## Aufgabe 3

Vergleiche die Flächeninhalte der Urbilder und ihrer Bilder aus den Aufgaben 1 und 2. Versuche, eine allgemeine Formel für die Flächeninhalte der Bildfiguren herauszufinden, wenn der Flächeninhalt der Urbilder und der Streckungsfaktor  $k$  bekannt sind:

Flächeninhalt  $A_{ABC} =$  \_\_\_\_\_

Flächeninhalt  $A_{A'B'C'} =$  \_\_\_\_\_

## Gestrecktes Volumen

### Aufgabe 1

Führe eine zentrische Streckung des Würfels mit der Kantenlänge 1 am Punkt Z mit dem Faktor  $k = 4$  durch.



### Aufgabe 2

Vergleiche das Volumen des Urbilds und des Bilds des Würfels aus der Aufgabe 1. Versuche, eine allgemeine Formel für das Volumen der Bildfigur herauszufinden, wenn das Volumen des Urbilds und der Streckungsfaktor  $k$  bekannt sind:

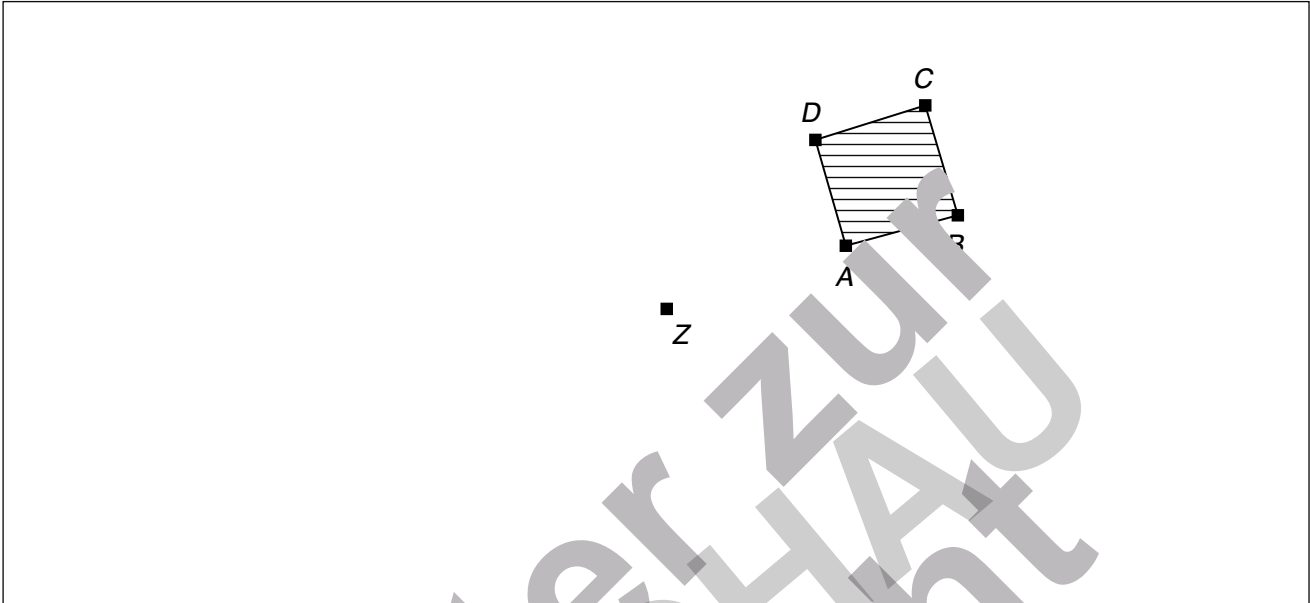
Volumen<sub>Würfel'</sub> = \_\_\_\_\_



# Strecken, Strecken, Strecken

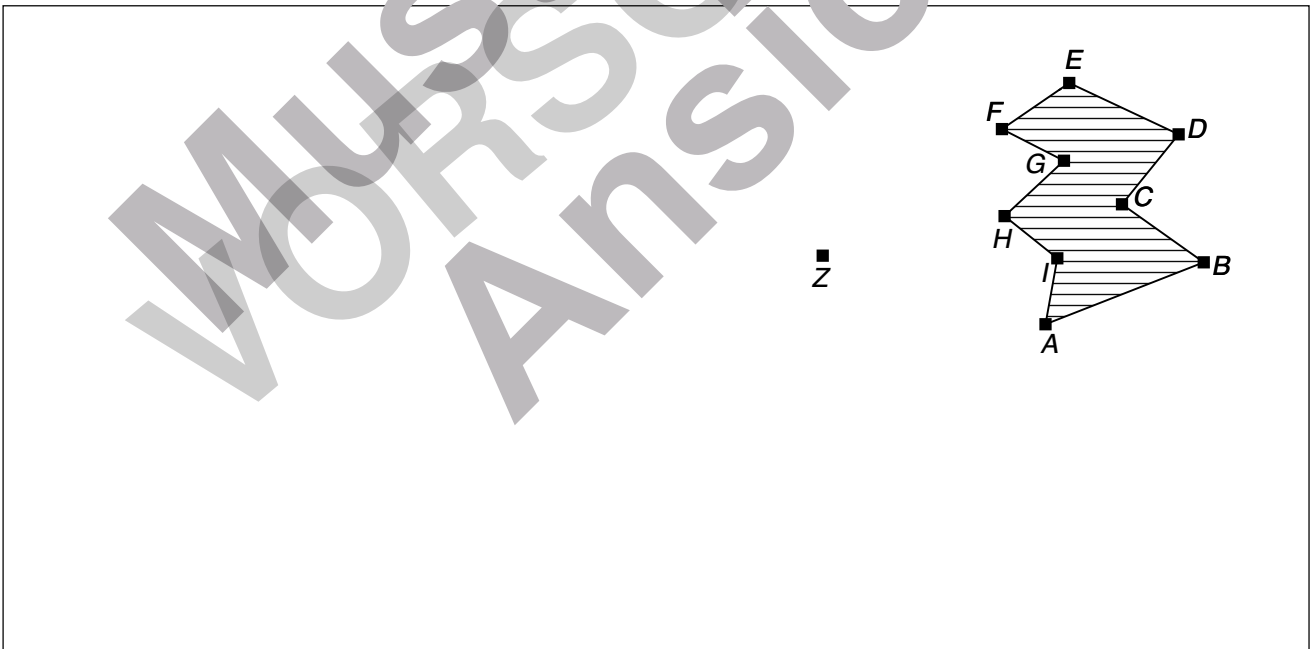
## Aufgabe 1

Nimm eine zentrische Streckung des Quadrates an  $Z$  mit dem Streckungsfaktor  $k = -1$  vor.



## Aufgabe 2

Nimm eine zentrische Streckung der Figur an  $Z$  mit dem Streckungsfaktor  $k = -2$  vor.



## Aufgabe 3

Bei welchem Streckungsfaktor entsteht eine Fixfigur? Zeige dies auf einem Extrablatt an einem Beispiel.

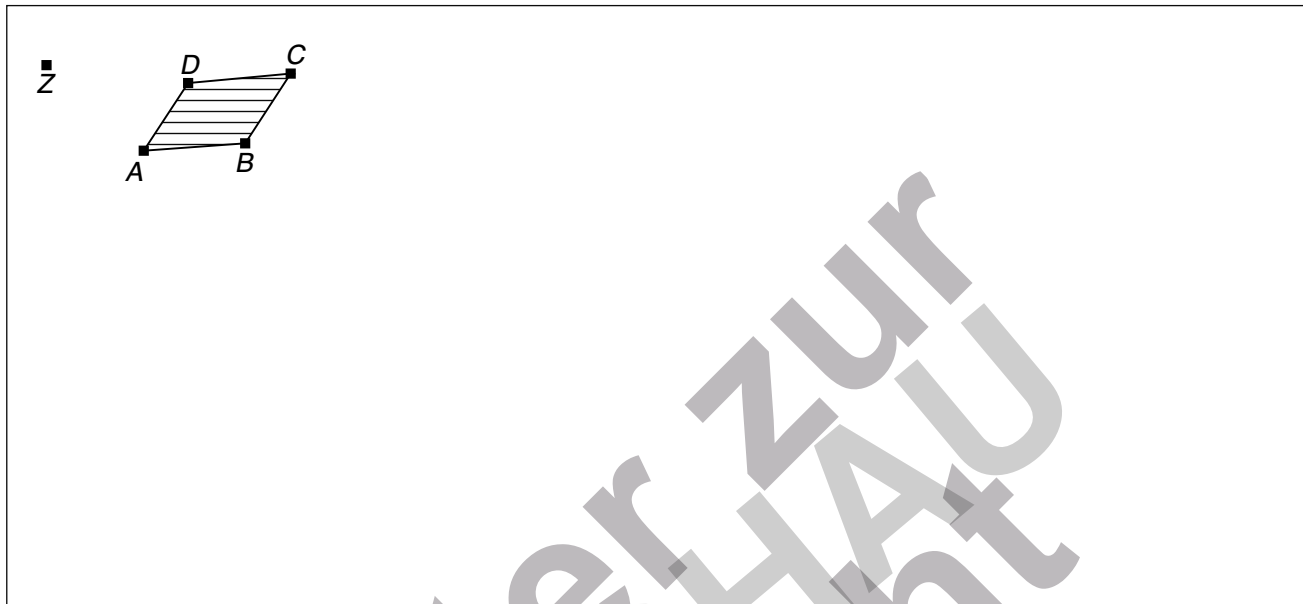
## Aufgabe 4

Bei welchem Streckungsfaktor erhält man eine Punktspiegelung? Zeige dies auf einem Extrablatt an einem Beispiel.

## Streckungen vergleichen

## Aufgabe 1

Führe eine zentrische Streckung des Parallelogramms an  $Z$  mit dem Faktor  $k = 2,5$  durch.



## Aufgabe 2

Führe eine zentrische Streckung des Parallelogramms an  $Z$  mit dem Faktor  $k = -2,5$  durch.



## Aufgabe 3

Vergleiche die beiden zentrischen Streckungen aus Aufgabe 1 und 2. Welche Unterschiede oder Gemeinsamkeiten gibt es im Vorgehen bei der Konstruktion, beim Flächeninhalt, bei den Seitenlängen, den Winkeln usw.?

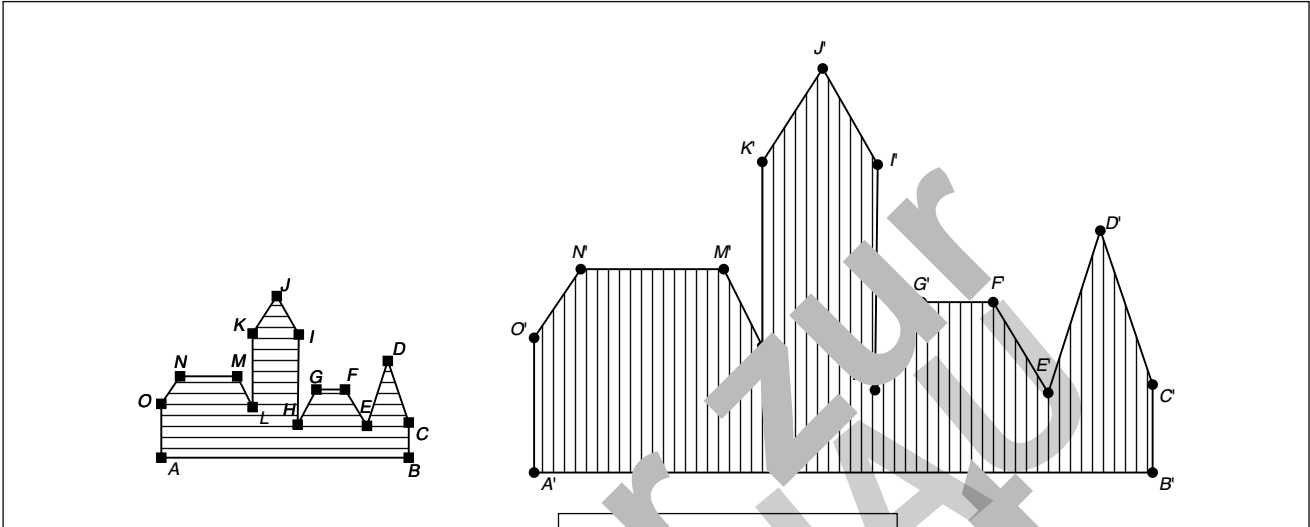
---



# Streckungsfaktor finden

## Aufgabe 1

Finde das Streckungszentrum und den Streckungsfaktor  $k$  heraus.



## Aufgabe 2

Finde das Streckungszentrum und den Streckungsfaktor  $k$  heraus.



Zentrische Streckung

## Aufgabe 3

Wie viele Verbindungen von Urbildpunkten und Bildpunkten sind höchstens nötig, um das Streckungszentrum herauszufinden? Wie berechnet man den Streckungsfaktor?

Hier ist Platz für deine Notizen:

---



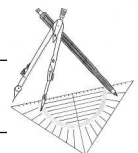
---



---



---



# Eigenschaften von zentrischen Streckungen

## Aufgabe 1

Finde heraus, ob zentrische Streckungen geradentreu, längentreu, parallelentreu, winkeltreu, verhältnistreu oder orientierungstreu sind. Es können mehrere Antworten möglich sein.

## Aufgabe 2

Fertige auf einem Extrablatt zu jeder Eigenschaft eine Skizze, die deine Vermutung bestätigt oder widerlegt.

Eigenschaften von zentrischen Streckungen		
	ja	nein
	Kreuze an.	
geradentreu		
längentreu		
parallelentreu		
winkeltreu		
verhältnistreu		
orientierungstreu		



## Konstruktionsbeschreibung

### Aufgabe 1

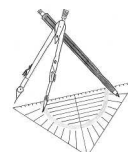
Konstruiere ein Dreieck  $ABC$ . Um das Streckungszentrum  $Z$  zu erhalten, lasse einen Stift auf dein Blatt fallen. Dort, wo die Spitze aufkommt, setze den Punkt  $Z$ .  
Wähle den Streckungsfaktor so, dass er zwischen 1,5 und 3 liegt.

### Aufgabe 2

Führe die Konstruktion durch und gib die Konstruktionsbeschreibung an.

Hier ist Platz für deine Notizen:

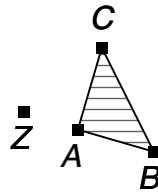
Muster zur  
Voranschau



# Zentrische Streckung

## Aufgaben 1

Strecke die Figur am Zentrum um  $k_1 = -3,5$  und  $k_2 = 3,5$ .

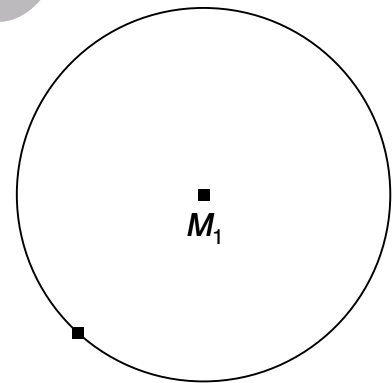
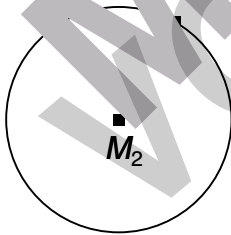


## Aufgabe 2

Gib für die Konstruktion  $k_1$  eine vollständige Konstruktionsbeschreibung an.

## Aufgabe 3

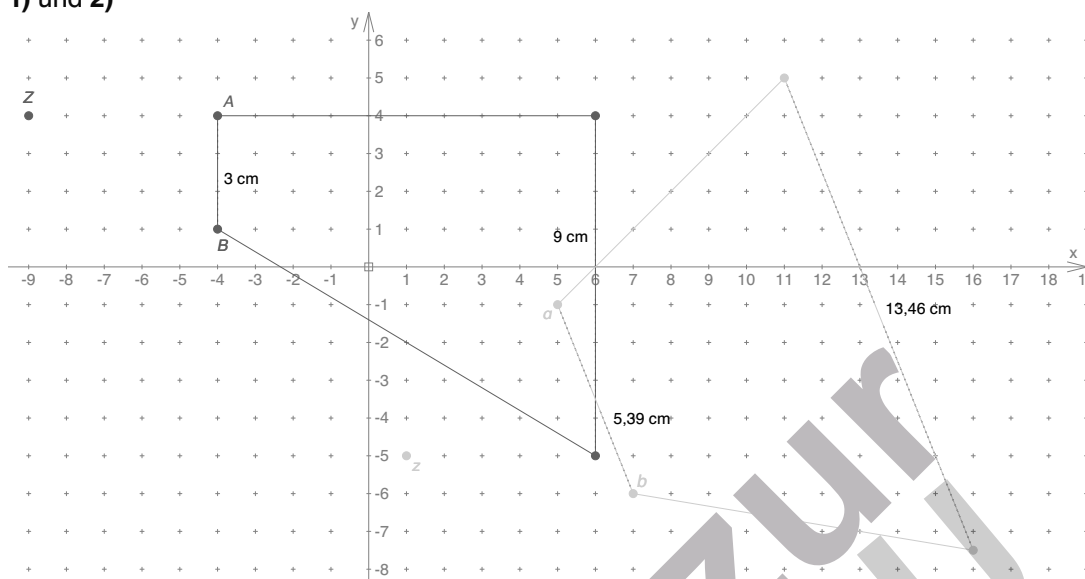
Finde das Streckungszentrum und den Streckungsfaktor heraus.



## Aufgabe 4

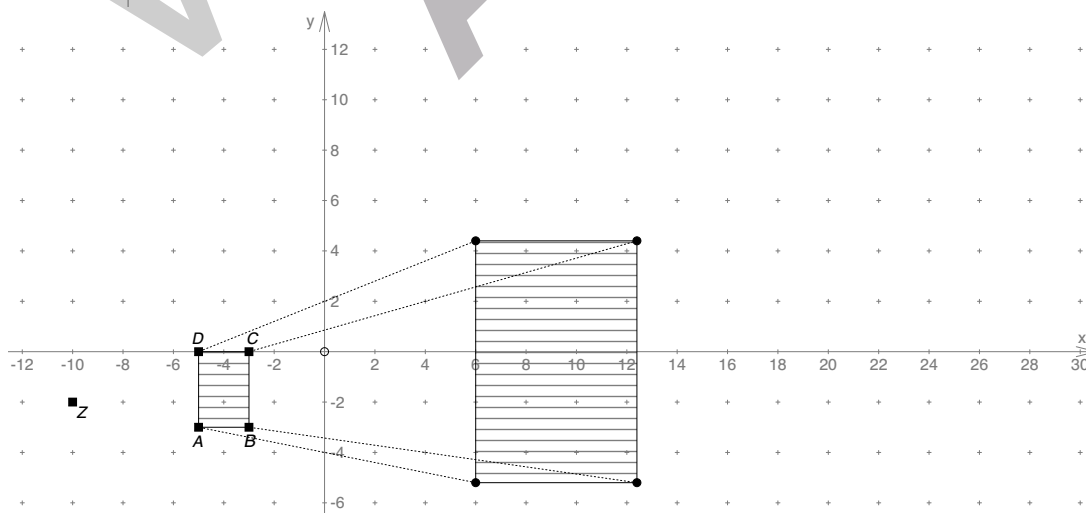
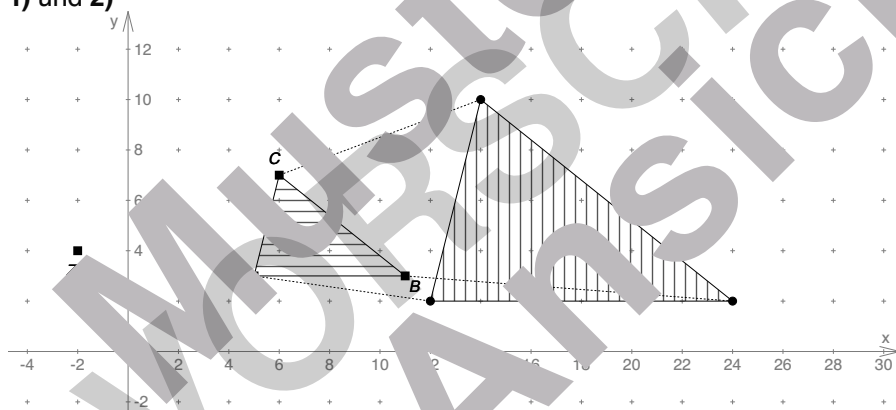
Nenne drei Eigenschaften von zentrischen Streckungen und zeige sie an jeweils einer Skizze als Beispiel. Arbeite auf einem Extrablatt.

1) und 2)



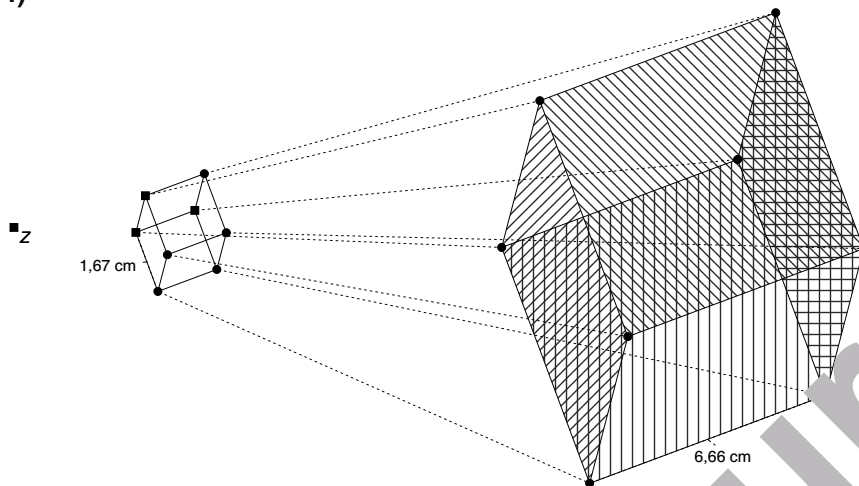
3)  $|A'B'| = |k| \cdot |AB|$

1) und 2)



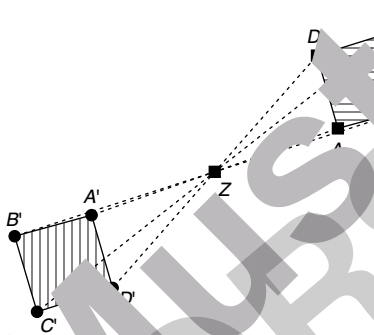
3)  $\text{Flächeninhalt}_{A'B'C'} = k^2 \cdot \text{Flächeninhalt}_{ABC}$   
 $\text{Flächeninhalt}_{A'B'C'D'} = k^2 \cdot \text{Flächeninhalt}_{ABCD}$

1)

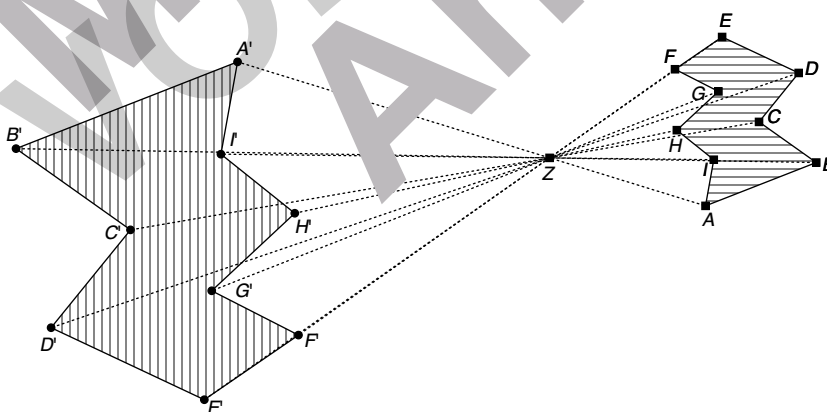


2)  $V_{\text{Würfel}'} = |k|^3 \cdot V_{\text{Würfel}}$

1)



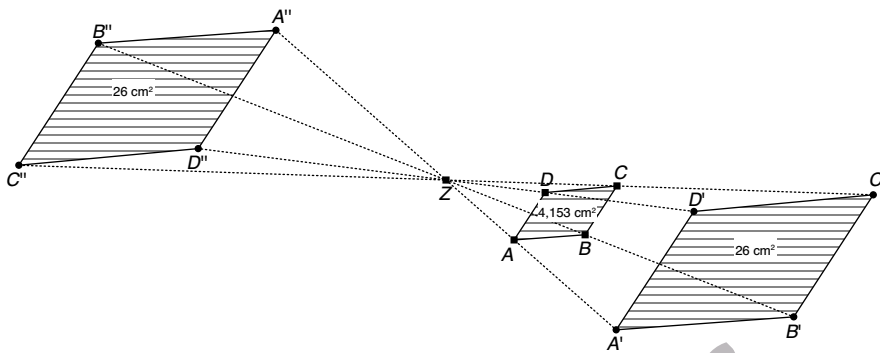
2)



3) Bei  $k = 1$  entsteht eine Fixfigur.

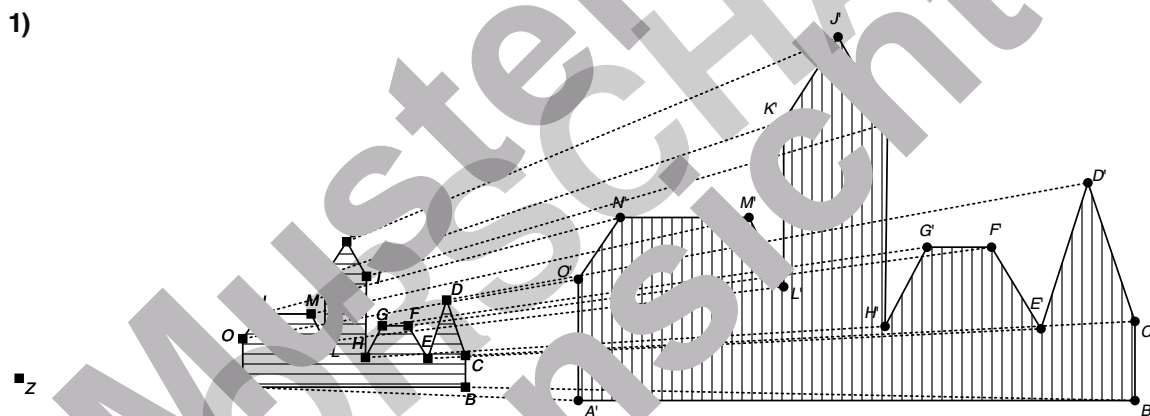
4) Eine zentrische Streckung mit  $k = -1$  kommt einer Punktspiegelung gleich.

1) und 2)



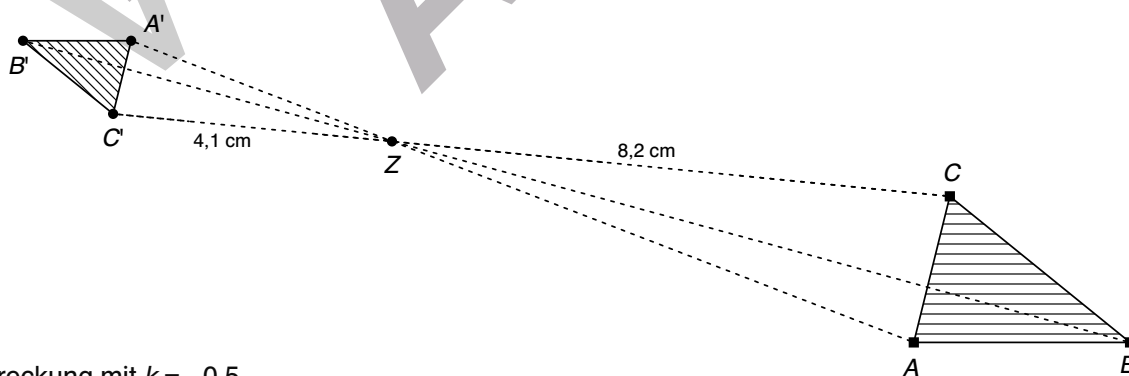
3) Die Flächeninhalte der beiden Abbilder sind gleich. Beide Bildpaare sind kongruent und ähnlich zum Urbildparallelogramm (d. h., die Winkel stimmen in allen drei Parallelogrammen überein).

1)



Streckungsfaktor  $k = 2,5$

2)



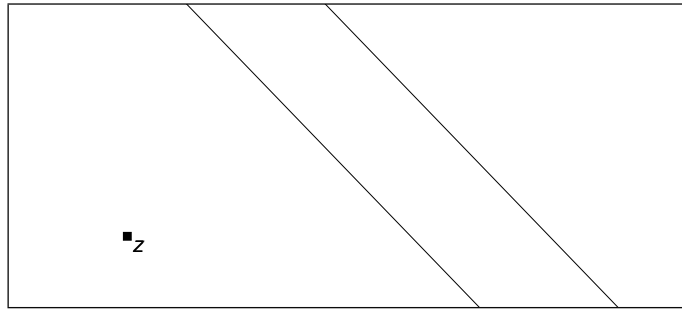
Streckung mit  $k = -0,5$

3) Man braucht (wie auch bei Punktspiegelungen und Drehungen) nur zweimal jeweils einen Urbildpunkt und sein Bild zu verbinden, um Z herauszufinden.  
Der Streckungsfaktor ergibt sich aus dem Verhältnis der Strecke des Bildpunktes, z. B.  $P'$ , und dem Zentrum, z. B. Z, zu der Strecke des Punktes, z. B. P, und dem Zentrum Z.

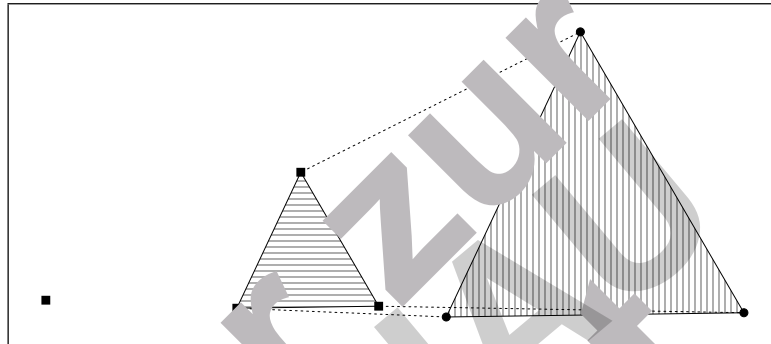
$$k = \frac{P'Z}{PZ}$$

1) und 2)

• geradentreu



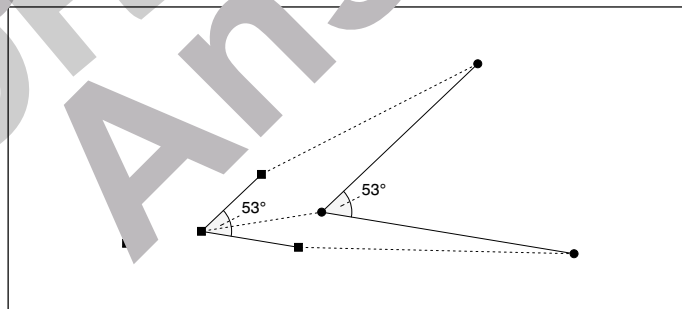
• verhältnistreu



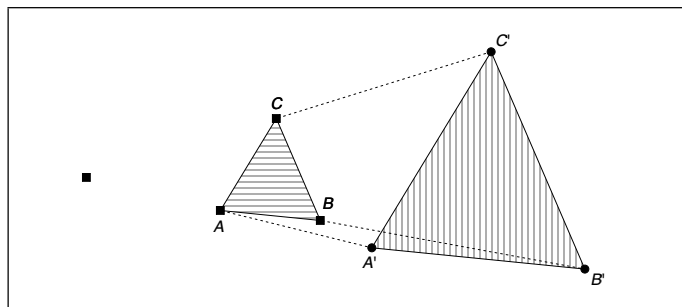
• parallelentreu



• winkeltreu

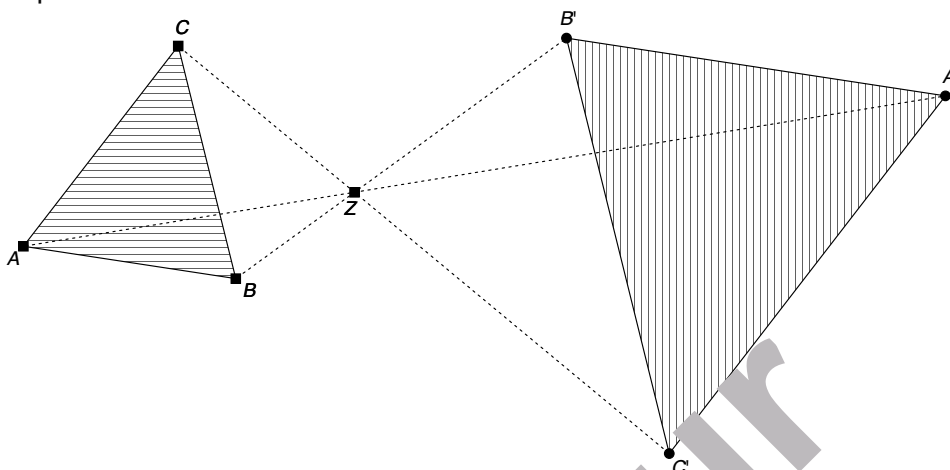


• orientierungstreu





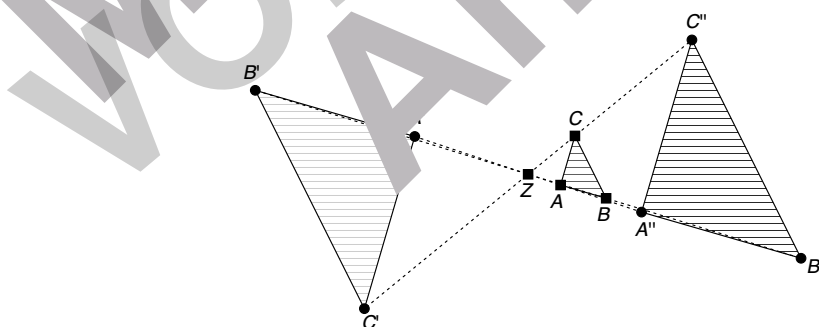
1) Zum Beispiel:



In diesem Beispiel ist der Streckungsfaktor  $k = -1,8$ .

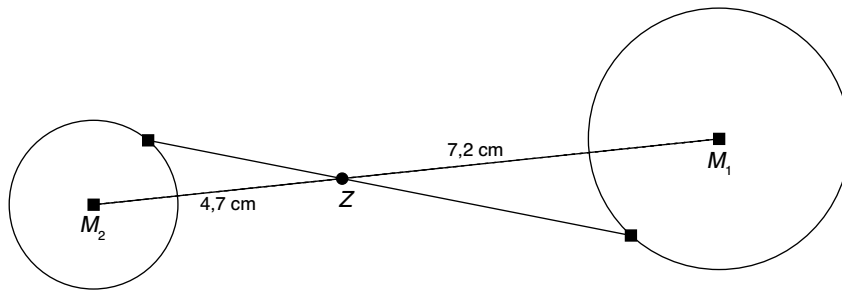
- 2) 1. Konstruiere das Dreieck  $ABC$  und den Punkt  $Z$  nach Aufgabenstellung.
2. Zeichne durch jeden Eckpunkt von  $ABC$  eine Gerade durch  $Z$  geht.
3. Miss die Strecke  $|AZ|$  und multipliziere mit dem gewählten  $k$ .
4. Ist  $k$  positiv, so liegt  $A'$  auf derselben Seite von  $Z$ , auf der auch  $A$  liegt. Ist  $k$  negativ, so liegt  $A'$  auf der anderen Seite von  $Z$ , auf der  $A$  nicht liegt.
5. Zeichne einen Kreis  $K_1$  um  $Z$  mit dem Radius  $r = |k| \cdot |AZ|$ . Der Schnittpunkt von  $K_1$  mit der Geraden  $|AZ|$  (je nachdem ob  $k$  positiv oder negativ gewählt wurde) liefert  $A'$ .
6. Schritte 3 bis 5 gelten analog für  $B$  und  $C'$  zu konstruieren.

1)



- 2) 1. Konstruiere jeweils durch die Eckpunkte des Dreiecks  $ABC$  eine Gerade durch  $Z$ .
2. Da  $k$  negativ ist, liegen alle Abbildpunkte auf der anderen Seite von  $Z$ , auf der  $ABC$  nicht liegt.
3. Miss die Strecke  $|AZ|$ . Multipliziere diese mit  $|k| = 3,5$ .
4. Zeichne einen Kreis  $K_1$  um  $Z$  mit dem Radius  $r = |k| \cdot |AZ|$ .
5. Konstruiere  $A'$  als Schnittpunkt von  $K_1$  mit der Geraden  $|AZ|$ .  $A'$  ist aber nur der Schnittpunkt, der auf der anderen Seite von  $Z$  liegt, auf der  $A$  nicht liegt.
6. Für alle anderen Punkte gelten die Konstruktionsschritte 3 bis 5 analog.

3)



$$k = \frac{|M_2Z|}{|M_1Z|} \cdot (-1) \approx -0,65$$

- 4)
- geradentreu
  - paralleltreue
  - verhältnistreue
  - winkeltreu
  - orientierungstreue

Beispiel-Skizzen siehe Lösung zu Station 7, Aufgabe 3.

## Impressum

© 2013 Auer Verlag  
AAP Lehrerfachverlage GmbH  
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.

Die AAP Lehrerfachverlage GmbH kann für die Inhalte externer Sites, die sie mittels eines Links oder sonstiger Hinweise erreichen, keine Verantwortung übernehmen. Ferner haftet die AAP Lehrerfachverlage GmbH nicht für direkte oder indirekte Schäden (inkl. entgangener Gewinne), die auf Informationen zurückgeführt werden können, die auf diesen externen Websites stehen.

Autor: Jan-Christoph Frühauf  
Illustrationen: Steffen Jähde, Stefan Leuchtenberg