

Reihe 10 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Didaktisch-methodische Hinweise

Der vorliegende Beitrag ist keine Unterrichtsreihe, sondern eine **Aufgabensammlung** mit Beispielaufgaben für die Sekundarstufe I. Mit dem ausgearbeiteten Material bietet er Ihnen auch Anregungen, eigene Aufgaben mit **Google Earth** als Hilfsmittel für Ihren Unterricht zu erfinden.

Google Earth im Mathematikunterricht ermöglicht offene Aufgabenstellungen

Google Earth ermöglicht Ihren Schülern virtuelles Reisen im Unterricht. Das Adjektiv „virtuell“ bringt zum Ausdruck, dass das Reisen nicht in der realen Welt passiert, dennoch aber funktional äquivalent ist. Sie müssen also nicht mehr nach Ägypten reisen, um die Pyramiden zu vermessen. Dies können Sie mit demselben Ergebnis in Google Earth erledigen, solange Sie die vorhandene Messgenauigkeit akzeptieren. Dies ermöglicht eine neue Art der Aufgabenstellung:

Wollen Sie z. B. die Grundfläche der Cheops-Pyramide berechnen lassen, bleibt Ihnen beim Formulieren der Aufgabe ohne Google Earth nur die Möglichkeit, die Seitenlängen der Pyramide vorzugeben. Damit erhalten Ihre Schüler bereits einen Hinweis auf den Lösungsansatz. Nutzen Sie Google Earth, können Sie Aufgaben formulieren, ohne eine Größe vorzugeben. Die Schüler müssen selbstständig überlegen, welche Größen sie benötigen, und diese ausmessen.

Damit müssen Sie und Ihre Schüler allerdings hinnehmen, dass die Ergebnisse nicht eindeutig bzw. einheitlich sind. Da die Schüler die Linien selbst legen und ausmessen, werden alle zu leicht unterschiedlichen Ergebnissen kommen. Vermitteln Sie Ihren Schülern, dass bei der Beschreibung der Natur durch die Mathematik Abweichungen akzeptiert werden müssen.

Google Earth liefert Bilder von fernen Orten, die Ihre Schüler hoffentlich neugierig machen, staunen lassen und motivieren. Lassen Sie Ihre Schüler die Gegend um die Orte in Google Earth erkunden und nutzen Sie die Neugierde. Daraus können neue Fragestellungen für den Mathematikunterricht oder für andere Fächer entstehen.

Der Umgang mit Google Earth

Bevor Sie mit Google Earth arbeiten können, müssen Sie das Programm aus dem Internet herunterladen und installieren. Am einfachsten finden Sie die Installationsdatei, indem Sie in einer Suchmaschine die Schlagworte **google earth download** eingeben. Es gibt eine kostenlose und eine professionelle Version. Die professionelle Version bietet u. a. eine bessere Auflösung und mehr Werkzeuge. Die Arbeitsblätter in diesem Beitrag wurden für und mit der kostenlosen Version erstellt.

Zu Beginn der Arbeit mit Google Earth sollten Sie die grundlegenden Funktionen und Einstellmöglichkeiten in Google Earth erklären. Das Material **M 1** bietet eine Übersicht über das Arbeitsfenster und die wichtigsten Funktionen. Geben Sie Ihren Schülern dieses Arbeitsblatt an die Hand, damit sie sich die Funktionen in Erinnerung rufen. Sind Ihre Schüler mit der Bedienung von Google Earth nicht vertraut, ersetzt es keine Einführung durch den Lehrer. Lesen Sie in dem Abschnitt **Lösungen und Tipps zum Einsatz** unbedingt die Hinweise zu Material **M 1**. Hier finden Sie alle Informationen und Erläuterungen zu den vorausgesetzten Kenntnissen im Umgang mit Google Earth.

In den Materialien **M 2–M 8** werden die unterschiedlichsten Orte, insbesondere berühmte Bauwerke, Gebäude und Landschaften, aufgesucht. Dabei sollen Ihre Schüler Längen bzw. Seiten der aufgesuchten Plätze mit den Werkzeugen von Google Earth messen und schließlich unter anderem **Winkel**, **Oberflächen** und **Volumina** berechnen.

Reihe 10 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 2, K 3, K 6	L 1	... prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells und seiner Bearbeitung (M 2–M 8) , ... runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll (M 2–M 8) ,	I–III
K 1–K 6	L 2	... nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung (M 2–M 8) , ... berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Quadrat, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren (M 2–M 4, M 6 und M 8) , ... berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen (M 5 und M 7) , ... berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern (M 6 und M 8) , ... nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation (M 2–M 8) ,	II–III
K 2, K 3	L 3	... operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern (M 2–M 8) .	III

III/B

Abkürzungen*Kompetenzen*

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Reihe 10 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

III/B

Material	Thema
M 1	Ferne Orte – so reist du mit Google Earth! Übersicht über die wichtigsten Funktionen in Google Earth Orte anhand von geografischen Koordinaten finden/aufsuchen
M 2	Washington, Stuttgart und Paris – Längen und Rechtecke Addition, Multiplikation und Quadrieren von Dezimalzahlen Flächeninhalt von Rechtecken und Quadraten Runden von Dezimalzahlen, Division von natürlichen Zahlen
M 3	Eine Reise in den Osten – der Flächeninhalt von Dreiecken Höhen im Dreieck Flächeninhalt von Dreiecken Addition und Multiplikation von Dezimalzahlen Zerlegung von Vierecken in zwei Dreiecke zur Flächeninhaltsbestimmung
M 4	Der größte See der Erde – Flächen mit Dreiecken auslegen Flächeninhaltsbestimmung durch Triangulierung Flächeninhalt von Dreiecken
M 5	Auf zum Gipfel! – Rechnen an rechtwinkligen Dreiecken Trigonometrische Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck Satz des Pythagoras
M 6	Gebäude in allen Formen – Pyramiden, Prismen, Zylinder Volumen und Oberfläche von Pyramiden, Prismen und Zylindern
M 7	Auf dem Meer unterwegs – Winkel in der Navigation Rechnen in nicht rechtwinkligen Dreiecken Kosinussatz, Sinussatz Winkelbeziehungen
M 8	Figuren in der Welt – Kreise und Kugeln Umfang und Flächeninhalt von Kreisen Volumen und Oberfläche von Kugeln Zylindervolumen
M 9	Tippkarten Flächen- und Körperberechnung Trigonometrische Berechnungen

Minimalplan

Alle Arbeitsblätter können – je nach Jahrgangsstufe – unabhängig voneinander eingesetzt werden. Auf Material **M 1** finden Sie eine **Anleitung** für den ersten Umgang mit Google Earth. Der Abschnitt **Lösungen und Tipps zum Einsatz von M 1** enthält weitere Erklärungen zu Google Earth. Beachten Sie zu jedem Arbeitsblatt die Hinweise in dem Abschnitt **Lösungen und Tipps zum Einsatz**.



Reihe 10	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	---------------------	------------	----------------	-----------------

M 1 Ferne Orte – so reist du mit Google Earth!

Mit **Google Earth** kannst du an jeden Ort der Welt reisen. Möchtest du nach dem Start des Programms näher an die Erde zoomen, hältst du die rechte Maustaste gedrückt und bewegst die Maus nach oben oder unten. Alternativ kannst du mit dem **Schieberegler** rechts oben arbeiten. Hältst du die linke Maustaste gedrückt, bewegst du dich auf der Erde in die Richtung, in der du die Maus bewegst. Oder du klickst auf das **Rädchen** oben rechts.

III/B

Hier gibst du die geographischen Koordinaten eines Ortes oder den Ortsnamen ein, zu dem du reisen willst.

Mit diesem Lineal kannst du Längen zwischen zwei oder mehreren Punkten messen.

Mit diesem Rad stellst du ein, welche Himmelsrichtung auf deinem Bildschirm oben ist.

Willst du genau senkrecht von oben auf die Erdoberfläche schauen, musst du diesen Pfeil nach unten gedrückt halten, bis sich der Bildschirm nicht mehr bewegt, jedoch kreist.

Mit der Pinnnadel kannst du Orte markieren, sodass du sie später wieder findest.
Wenn du einen Ort speicherst, findest du ihn in diesem Fenster wieder.

Entfernst du hier einen Haken, werden die Objekte wie z. B. Straßen oder 3-D-Gebäude im Hauptbildschirm nicht mehr angezeigt.

Hier findest du Angaben zu dem Ort auf der Erdoberfläche, über dem sich der Mauszeiger gerade befindet:
53° 04' 20,55" N 8° 47' 14,85" E sind die geographischen Koordinaten dieses Punktes.
10 m ist die Höhe des Ortes über dem Meeresspiegel.
Sichthöhe 658,79 km bedeutet, dass du dir die Erde aus einer Höhe von 658,79 km über dem Meeresspiegel anschaust. Falls diese Schaltfläche nicht zu sehen ist, gehe auf *Ansicht*, dann aktiviere *Statusleiste*.

Aufgabe: Reise an folgende Orte und schau dich dort um!

a) $52^{\circ} 31' 06,75''$ N, $13^{\circ} 22' 34,84''$ E

Tipp

Die Himmelsrichtung Ost wird in Google Earth mit E (Englisch: east) abgekürzt. Die Einheiten für Grad, Minuten und Sekunden musst du nicht eingeben. Es reicht, wenn du $52 31 06,75$ N, $13 22 34,84$ E in das richtige Feld eingibst.

b) $40^{\circ} 44' 54''$ N, $73^{\circ} 59' 8''$ W

c) $33^{\circ} 51' 25''$ S, $151^{\circ} 12' 54,5''$ E

M 6 Gebäude in allen Formen – Pyramiden, Prismen, Zylinder

Um die folgenden Aufgaben mit Google Earth zu lösen, musst du links unten im Fenster **Ebenen** einen Haken vor **3D-Gebäude** setzen. Die Höhenangabe zu dem Ort, über dem sich der Mauszeiger gerade befindet, funktioniert nun auch über Gebäuden. Beachte, dass die Höhenangabe immer die Höhe über dem Meeresspiegel angibt.

Tipp Das Ausmessen der Längen mit dem Werkzeug **Lineal** in Google Earth geht hier einfacher, wenn du den Haken vor **3D-Gebäude** entfernst.

Tipp Bei der Berechnung der Oberfläche der Gebäude soll jeweils die Grundfläche nicht berechnet werden (Aufgabe 1a und b, Aufgabe 2a und b).

Aufgabe 1: Moderne Pyramiden

Der Louvre in Paris an den Koordinaten $48^{\circ} 51' 39,58''$ N, $2^{\circ} 20' 9,13''$ E ist ein früherer französischer Königspalast. Heute beherbergt er eines der größten Museen der Welt. Genau an den angegebenen Koordinaten steht im Hof des Louvre eine **gläserne Pyramide**.

- a) Bestimme das Volumen und die Oberfläche der gläsernen Pyramide im Louvre.

Die **Transamerica Pyramid** ist ein pyramidenförmiges Hochhaus in San Francisco an den Koordinaten $37^{\circ} 47' 42,44''$ N, $122^{\circ} 24' 8,31''$ W.

- b) Nimm an, dass die Form dieses Hochhauses eine Pyramide ist. Berechne unter dieser Annahme Volumen und Oberfläche des Hochhauses.



Glaspyramide vor dem Louvre

© Wikimedia Commons, Lizenz: CC BY-SA 2.0
(<http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/>)

Aufgabe 2: Hochhäuser

In New York steht an der Kreuzung der *Fifth Avenue*, des *Broadway* und der *23rd Street* ein **dreieckiges Hochhaus**. Die Form hat dem Haus den Spitznamen **Bügeleisen-Haus** (engl.: *flatiron building*) eingebracht. Du findest es an den Koordinaten $40^{\circ} 44' 29''$ N, $73^{\circ} 59' 22,55''$ W.

- a) Ermittle Volumen und Oberfläche des Bügeleisen-Hauses. Betrachte das Haus dazu als gerades Prisma mit dreieckiger Grundfläche.

In München steht an den Koordinaten $48^{\circ} 10' 36,37''$ N, $11^{\circ} 33' 37,92''$ E ein Hochhaus, das aus vier Zylindern besteht, und zwar der „BMW-Vierzylinder“.

- b) Bestimme Volumen und Oberfläche eines Zylinders.



Bügeleisenhaus

www.pixabay.com

Aufgabe 3: Schloss in Stockholm

In Stockholm steht an der Position $59^{\circ} 19' 37''$ N, $18^{\circ} 4' 18''$ E ein Schloss. Ein Teil des Schlosses hat eine rechteckige Grundfläche und schließt einen Innenhof ein.

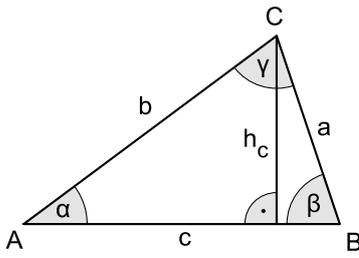
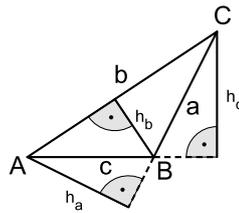
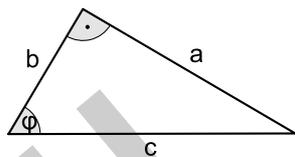
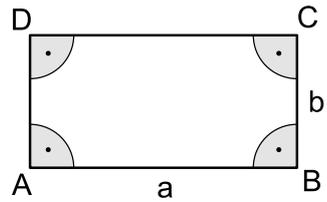
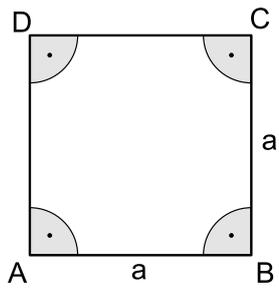
Berechne das Volumen des rechteckigen Gebäudekomplexes, das den quadratischen Innenhof einschließt.

Reihe 10	Verlauf	Material S 9	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 9

Tippkarten

III/B

Allgemeines Dreieck mit Grundseite c und Höhe h _c	Höhen im Dreieck	Rechtwinkliges Dreieck
 <p style="text-align: center;">$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot h_c \cdot c$</p>	<p style="text-align: center; background-color: #cccccc; padding: 2px;">Karte 1</p> 	
<p>Für beliebige Dreiecke gelten folgende Aussagen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Für die Summe der Innenwinkel gilt: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ • Sinussatz: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$ • Kosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$ • Die Gerade, die durch eine Ecke des Dreiecks geht und <u>rechtwinklig</u> zu der gegenüberliegenden Seite steht, heißt Höhe im Dreieck. Diese kann sowohl im Innern als auch im Äußern des Dreiecks liegen. <p>Für rechtwinklige Dreiecke gelten folgende Sätze und Relationen:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete von } \varphi}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete von } \varphi}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$ </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> $\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete von } \varphi}{\text{Ankathete von } \varphi} = \frac{a}{b}$ </div> <p>Satz des Pythagoras: Sind a und b die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks und c seine Hypotenuse, so gilt $a^2 + b^2 = c^2$.</p>		
Rechteck mit Seitenlängen a und b	Quadrat mit Seitenlänge a	
 <p style="text-align: center;">$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$</p> <p style="text-align: center; background-color: #cccccc; padding: 2px;">Karte 2</p>	 <p style="text-align: center;">$A_{\text{Quadrat}} = a^2$</p> <p style="text-align: center; background-color: #cccccc; padding: 2px;">Karte 3</p>	

Reihe 10	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen S 4
-----------------	----------------	-----------------	------------	----------------	------------------------

III/B

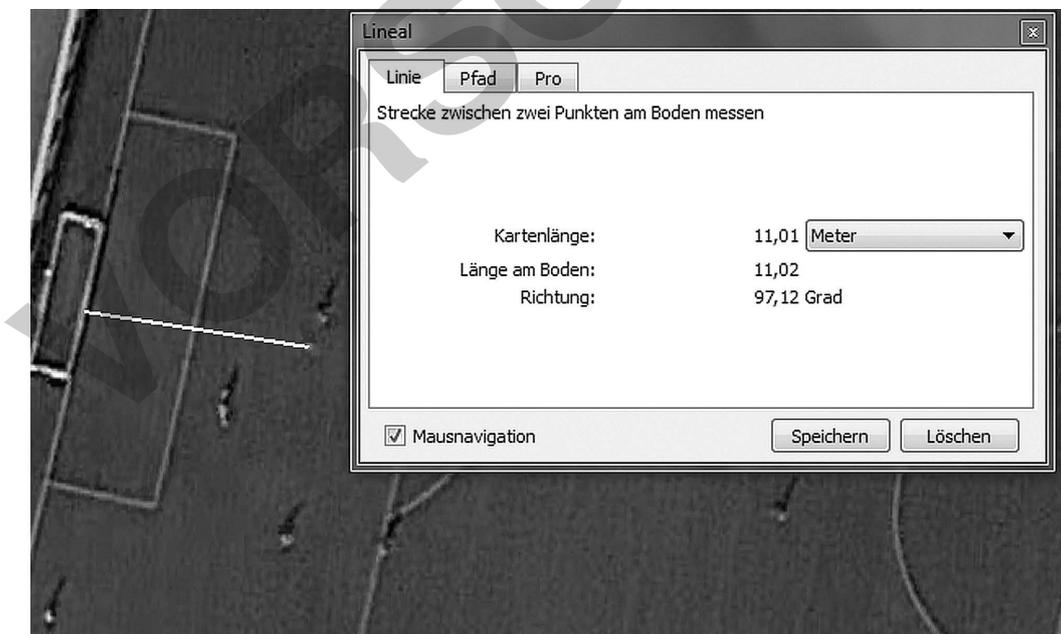
Reise	Entfernung	Sichthöhe
Vom Flughafen (JFK) zum Weißen Haus	339,75 km	380 km
Vom Weißen Haus zu den Niagarafällen	496,39 km	1000 km
Von den Niagarafällen zur Disney World	1640,09 km	2400 km
Von der Disney World zum Flughafen (JFK)	1518,04 km	2200 km
Gesamte Strecke	3994,27 km	

Bei einer Sichthöhe von ca. 2400 m ergibt sich – wenn man die **Pfadfunktion** verwendet – eine Gesamtlänge von etwa 3938 km (siehe die Datei **M_2_1_Pfadmesswert**). Das entspricht etwa diesem Ergebnis.

Aufgabe 2: Auf dem Fußballplatz

Die zweckmäßige Längeneinheit für diese Aufgabe ist Meter. Ihre Schüler sollten vor jeder Messung den Bildschirm so justieren, dass sie möglichst senkrecht von oben auf die Erdoberfläche schauen. Eine **Anleitung** finden Sie auf Material M 1.

- a) Mit dieser Aufgabe können Sie Ihren Schülern zeigen, dass Google Earth tatsächlich brauchbare und zuverlässige Längenangaben liefert.



- b) Der Strafraum hat die ungefähren Abmessungen 16,27 m x 40,08 m. Somit ist der Flächeninhalt des Strafraumes ca. 652,10 m². Der gesamte Fußballplatz hat die Maße 97,84 m x 64,24 m und einen Flächeninhalt von ca. 6285,24 m².
- c) Das Fußballfeld im **Bernabeu Stadion** ist mit 104,60 m x 67,84 m und einer Fläche von ca. 7096,06 m² etwas größer. Laut Spielregeln darf die Seitenlinie (Länge) eines Fußballplatzes bei internationalen Wettkämpfen zwischen 100 m und 110 m liegen und die Torlinie (Breite) zwischen 64 m und 75 m. Beide Seitenlängen im Bernabeu Stadion erfüllen also die Anforderungen für internationale Spiele. Dagegen ist die Länge in Stuttgart mit 97,84 m kleiner als 100 m.

Reihe 10	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen S 9
-----------------	----------------	-----------------	------------	----------------	------------------------

Der Obere See ist somit der größte Süßwassersee der Erde. Nur das Kaspische Meer ist größer, hat jedoch einen höheren Salzgehalt. Da es nicht mit den Ozeanen verbunden ist, gilt es im Widerspruch zu seinem Namen dennoch als See.

AC	466 km
h_{AC} im Dreieck ABC	106 km
$A_{ABC} = 0,5 \cdot AC \cdot h_{AC}$	24 698 km²
BC	327 km
h_{BC} im Dreieck BDC	44 km
$A_{BDC} = 0,5 \cdot BC \cdot h_{BC}$	7 194 km²
DF	318 km
h_{DF} im Dreieck CDF	185 km
$A_{CDF} = 0,5 \cdot DF \cdot h_{DF}$	29 415 km²
h_{DF} im Dreieck DEF	87 km
$A_{DEF} = 0,5 \cdot DF \cdot h_{DF}$	13 833 km²
Insgesamt	75 140 km²

III/B

Aufgabe 3: Helgoland

Eine mögliche Triangulierung finden Sie in der Datei **Orte_M_4_Aufgabe_3_Lösung**.

Bei dieser Triangulierung sehen Sie oberhalb der Seite FH ein kleines Viereck, das unberücksichtigt geblieben ist. Unterhalb des Punktes E sehen Sie dafür eine kleine Hafenanlage, die innerhalb des Dreiecks ACE liegt und näherungsweise denselben Flächeninhalt hat.

Eine geeignete Sichthöhe zum Ausmessen ist ca. 3,5 km.

In der folgenden Tabelle sehen Sie die Flächeninhalte für die Triangulierung:

AB	h_{AB}	A_{ABC}	AC	h_{AC} im Dreieck ACE	A_{ACE}	CE	h_{CE} im Dreieck CDE	A_{CDE}
0,82 km	1,32 km	0,54 km²	1,33 km	0,47 km	0,31 km²	0,89 km	0,18 km	0,08 km²
FG	h_{FG}	A_{FGH}	Fläche Hauptinsel	KI	h_{KI} im Dreieck JKI	A_{JKI}	h_{KI} im Dreieck IKL	A_{IKL}
0,74 km	0,38 km	0,14 km²	1,07 km²	1,37 km	0,79 km	0,54 km²	0,44 km	0,30 km²
Fläche Düne insgesamt	Fläche Helgoland insgesamt							
0,84 km²	1,91 km²							

In der Brockhaus Enzyklopädie Online finden Sie eine Fläche von 2,09 km² angegeben (Zugriff 12.01.2015). Die Abweichung beträgt 8,6 %.