

# Visuelle Analysis 2



**POLESTELLEN**  
GESUCHTEN RATIONALEN FUNKTIONEN

FAKTORISIEREN  
DES ZÄHLERS

**STERNZ-  
FUNKTIONEN**  
mit komplexen  
Eigenschaften

**VERHALTEN  
IM UNENGLICHEN**

**GESUCHTEN RATIONALE FUNKTIONEN**  
SCHRITTWEISE - ANFANG

FAKTORISIEREN  
DES NENNERS

**VERHALTEN  
AN DEN DEFINITIONSLÜCKEN**

**NULLSTELLEN**  
GESUCHTEN RATIONALEN FUNKTIONEN

**SKIZZE**  
DES FUNKTIONSGRAPHEN  
- VORZEICHENFELD

# Visuelle Analysis 2

## GEBROCHENE RATIONALE FUNKTIONEN

### Polstellen GERADER Ordnung

Polstellen UNGERADER Ordnung

### Exponent n ist GERADE

Exponent n ist UNGERADE

### ZÄHLERGRAD < NENNERGRAD

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+2x-1}$$

Lim  $f(x) = 0$

WAHRECHTE ASYMPTOTE:  $y=0$

ASYMPTOTE:  $x=-1$  und  $x=1$

### FAKTORISIEREN DES NENNERS

... sind nicht kürzbare Definitionslücken

GERADER Ordnung sind doppelte, 4-fache, 8-fache, Nullstellen des NENNERS.

UNGERADER Ordnung sind einfache, 3-fache, 5-fache, Nullstellen des NENNERS.

### VERHALTEN IM UNENDLICHEN

ZÄHLERGRAD (Zg): höchste Exponent des ZÄHLERS n

NENNERGRAD (Ng): höchste Exponent des NENNERS m

ZÄHLERGRAD = NENNERGRAD:  $f(x) = \frac{a_n x^n + \dots + a_0}{b_n x^n + \dots + b_0}$

WAHRECHTE ASYMPTOTE:  $y = \frac{a_n}{b_n}$

ZÄHLERGRAD > NENNERGRAD:  $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$

Quotient der führenden Potenzen

Lim  $f(x) = \frac{a_n}{b_n}$

SCHRAGE ASYMPTOTE:  $y = x$

SPEZIALFALL: ZÄHLERGRAD IST UM 1 GRÖßER ALS NENNERGRAD

$f(x) = \frac{x^3+1}{x^2} = x + \frac{1}{x}$

Restterm  $\rightarrow 0$ , falls  $x \rightarrow \pm\infty$

### VERHALTEN AN DEN DEFINITIONSLÜCKEN

Z.B.  $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2(x+2)}$

UNTERSUCHE DAS VERHALTEN VON IN DER UMGEBUNG VON  $x = -2$

LINKS:  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$

RECHTS:  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$

UNTERSUCHE DAS VERHALTEN VON IN DER UMGEBUNG VON  $x = 1$

LINKS:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

RECHTS:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$

### NULLSTELLEN

... sind die Nullstellen des ZÄHLERS

Bestimme die Nullstellen von  $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-1}$

Zerlege den ZÄHLER in Faktoren (vgl. Visuelle Analysis 1)

$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-1}$

Links die Nullstellen des ZÄHLERS und ihre Vielfachheiten ab!

$x_{1,2} = 1$  doppelte Nullstelle

$x_3 = 0$  einfache Nullstelle

### SKIZZE DES FUNKTIONSBILDES

Z.B.  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2(x+2)}$

WAHRECHTE ASYMPTOTE

ASYMPTOTE

entw. einfache Polstelle

entw. doppelte Polstelle

Die Verwendung im Unterricht ist eine Schlichtung erforderlich. Im Namen einer Schlichtung als Kopiervorlage für den Unterricht freigegeben. <http://www.wissenschaft-design.de>

# POLSTELLEN GEBROCHEN RATIONALER FUNKTIONEN

... sind nicht kürzbare Definitionslücken

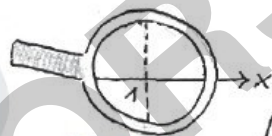
POLSTELLEN GERADER Ordnung sind... ?

POLSTELLEN UNGERADER Ordnung sind... ?

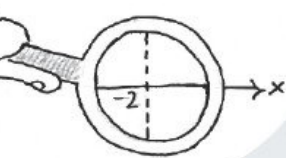
$$f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2(x+2)^3}$$

$x = ?$  ist ?

$x = ?$  ist ?



Skizziere den Funktionsgraphen in der Umgebung der Polstellen!



**ZÄHLEGRAD < NENNERGRAD:**



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = ?$$

Gib jeweils  
das Verhalten  
der Funktionen  
für sehr große

... und sehr kleine  
x-Werte an!

Gib die Gleichungen  
der Asymptoten  
an!