

# Download

Marco Bettner, Erik Dinges

## Mathe an Stationen Klasse 9

Quadratische Funktionen

VORSCHAU



Downloadauszug  
aus dem Originaltitel:

# Mathe an Stationen Klasse 9

## Quadratische Funktionen

VORSCHAU

Dieser Download ist ein Auszug aus dem Originaltitel  
Mathe an Stationen Klasse 9 - Übungsmaterial zu den Kernthemen der Bildungsstandards  
Über diesen Link gelangen Sie zur entsprechenden Produktseite im Web.

<http://www.auer-verlag.de/go/dl6694>

# Materialaufstellung und Hinweise

## Satzgruppe des Pythagoras

Die Stationen 1 bis 14 sind in entsprechender Anzahl zu vervielfältigen und den Schülerinnen und Schülern bereitzulegen. Als Möglichkeit zur Selbstkontrolle können Lösungsseiten zur Verfügung gestellt werden.

- Station 1 **Katheten und Hypotenusen**
- Station 2 **Pythagorasfigur legen:** Schere bereitlegen. Alternativ: Die einzelnen Quadrate können foliert und ausgeschnitten in einer Dose oder Schachtel angeboten werden.
- Station 3 **Legebeweis Satz des Pythagoras:** Schere bereitlegen.
- Station 4 **Legebeweis Kathetensatz:** Schere bereitlegen.
- Station 5 **Schrittweise Hypotenusenberechnung mit Pythagoras**
- Station 6 **Drei Lehrsätze**
- Station 7 **Formeln aufstellen**
- Station 8 **Lehrsätze zuordnen**
- Station 9 **Gleiches zuordnen (Memory):** Schere bereitlegen. Alternativ: Die einzelnen Memorykarten können foliert und ausgeschnitten in einer Dose oder Schachtel bereitgelegt werden.
- Station 10 **Pythagorasberechnung**
- Station 11 **Höhensatzberechnung**
- Station 12 **Kathetensatzberechnung**
- Station 13 **Anwendungsaufgaben**
- Station 14 **Figuren fortsetzen**

## Quadratische Gleichungen

Die Stationen 1 bis 9 sind in entsprechender Anzahl zu vervielfältigen und den Schülerinnen und Schülern bereitzulegen. Als Möglichkeit zur Selbstkontrolle können Lösungsseiten zur Verfügung gestellt werden.

- Station 1 **Grafische Lösungsverfahren**
- Station 2 **Reinquadratische Gleichungen**
- Station 3 **Quadratische Gleichungen lösen**
- Station 4 **Gleichungen aufstellen**
- Station 5 **Wie viele Lösungen gibt es?**
- Station 6 **Gleichungen mit dem Computer berechnen:** PC oder Laptop mit einer Tabellenkalkulationssoftware zur Verfügung stellen, z. B. „Excel“ (Microsoft Office) oder das entsprechende Produkt aus der Open-Office-Serie. Die Open-Office-Software lässt sich kostenfrei und legal aus dem Internet herunterladen.
- Station 7 **Zahlenrätsel**
- Station 8 **Anwendungsaufgaben**
- Station 9 **Goldener Schnitt**

## Quadratische Funktionen

Die Stationen 1 bis 10 sind in entsprechender Anzahl zu vervielfältigen und den Schülerinnen und Schülern bereitzulegen. Als Möglichkeit zur Selbstkontrolle können Lösungsseiten zur Verfügung gestellt werden.

- Station 1 **Funktionen zeichnen:** Gegebenenfalls Kopien mit leeren Koordinatensystemen bereitlegen.
- Station 2 **Punktüberprüfung**
- Station 3 **Funktionen legen:** Mehrere Wollfäden oder Bindfäden (Länge ca. 20 cm) bereitlegen.
- Station 4 **Funktionen darstellen:** Ein entsprechend großes Koordinatensystem (Vorschlag: für Gesamtlänge der x-Achse und Gesamtlänge der y-Achse je 6 m) im Klassenraum (z. B. durch Abkleben mithilfe eines Kreppbandes) oder auf dem Schulhof (z. B. mit Kreide) darstellen. Die Achsen müssen nicht unbedingt beschriftet werden.
- Station 5 **Parabeln auf dem Papier verändern:** Gegebenenfalls Kopien mit leeren Koordinatensystemen bereitlegen.
- Station 6 **Parabeln darstellen und verändern:** Mit Kreppband einen festen Punkt auf dem Boden des Klassenzimmers (z. B. mit einem Kreuzchen) markieren.
- Station 7 **Funktionen am Computer darstellen:** PC oder Laptop mit einer Tabellenkalkulationssoftware zur Verfügung stellen, z. B. „Excel“ (Microsoft Office) oder das entsprechende Produkt aus der Open-Office-Serie. Die Open-Office-Software lässt sich kostenfrei und legal aus dem Internet herunterladen.
- Station 8 **Funktionen diskutieren**
- Station 9 **Eigenschaften von Funktionen**
- Station 10 **Anwendungsaufgaben**



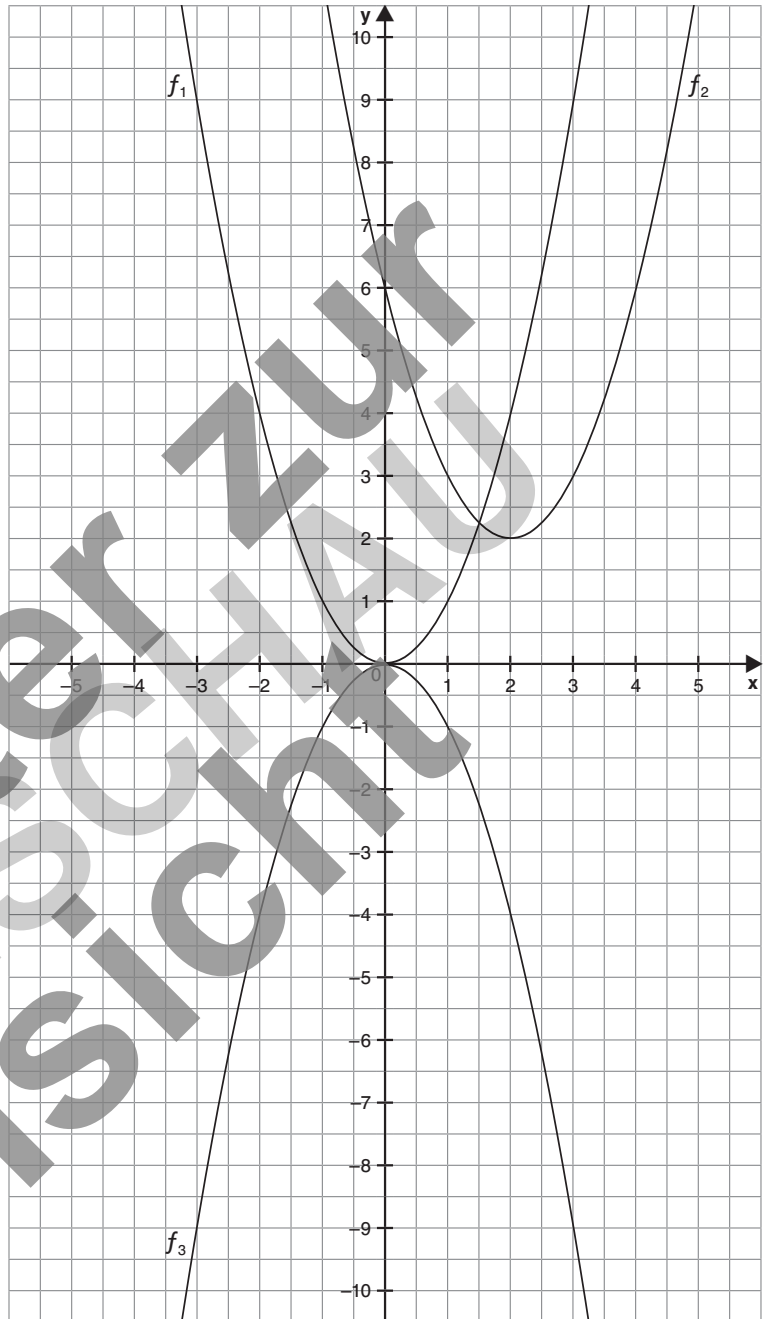
# Punktüberprüfung

## Aufgabe 1 (R)

Welcher Punkt liegt auf welchem Funktionsgraphen? Ordne zu.

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| $P_1(0 0)$      | $P_2(1 1)$      |
| $P_3(2 2)$      | $P_4(2 -4)$     |
| $P_5(3 3)$      | $P_6(3 -1)$     |
| $P_7(1,5 2,25)$ | $P_8(1 3)$      |
| $P_9(-2 4)$     | $P_{10}(-1 -1)$ |

$f_1$ : \_\_\_\_\_  
 $f_2$ : \_\_\_\_\_  
 $f_3$ : \_\_\_\_\_



## Aufgabe 2 (R)

Welche Punkte gehören zum Graphen der angegebenen Funktionsgleichung? Überprüfe rechnerisch.

$f_1: f_1(x) = x^2$      $f_2: f_2(x) = -2x^2$      $f_3: f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$      $f_4: f_4(x) = -2,5x^2$

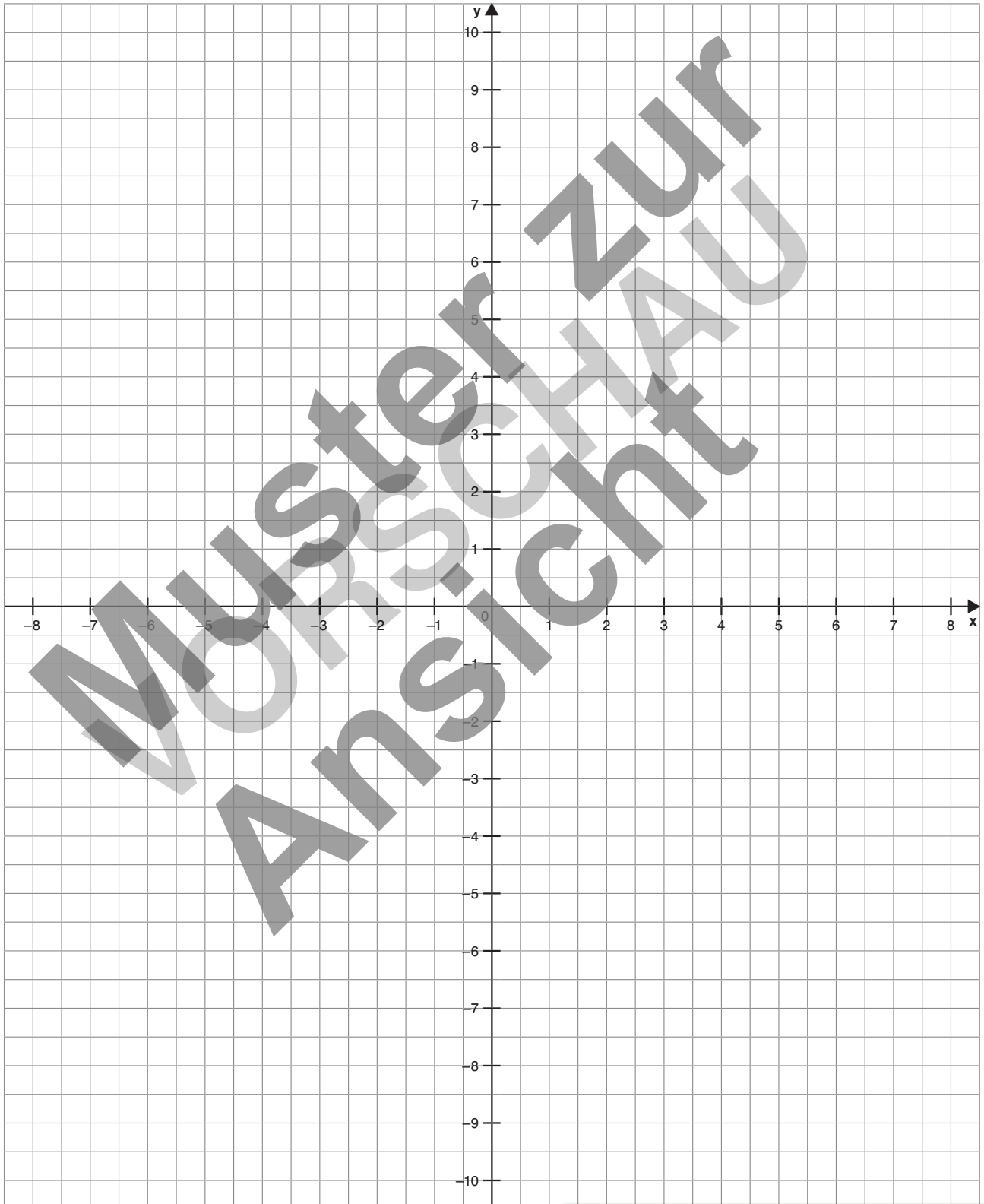
- |            |               |              |                            |
|------------|---------------|--------------|----------------------------|
| $P_1(0 0)$ | $P_2(2 8)$    | $P_3(2 -8)$  | $P_4(2 -10)$               |
| $P_5(6 9)$ | $P_6(-4 -32)$ | $P_7(4 -16)$ | $P_8(-\frac{1}{2} -0,625)$ |

$f_1$ : \_\_\_\_\_     $f_2$ : \_\_\_\_\_  
 $f_3$ : \_\_\_\_\_     $f_4$ : \_\_\_\_\_

## Funktionen legen

### Aufgabe (Z)

Hier arbeitet ihr zu zweit. Ein Schüler nennt eine quadratische Funktion und der andere Schüler legt die Funktion im Koordinatensystem mit dem Wollfaden.



## Funktionen darstellen

Diese Station müsst ihr mit mindestens 5 Personen bearbeiten.

**Aufgabe (Z)**

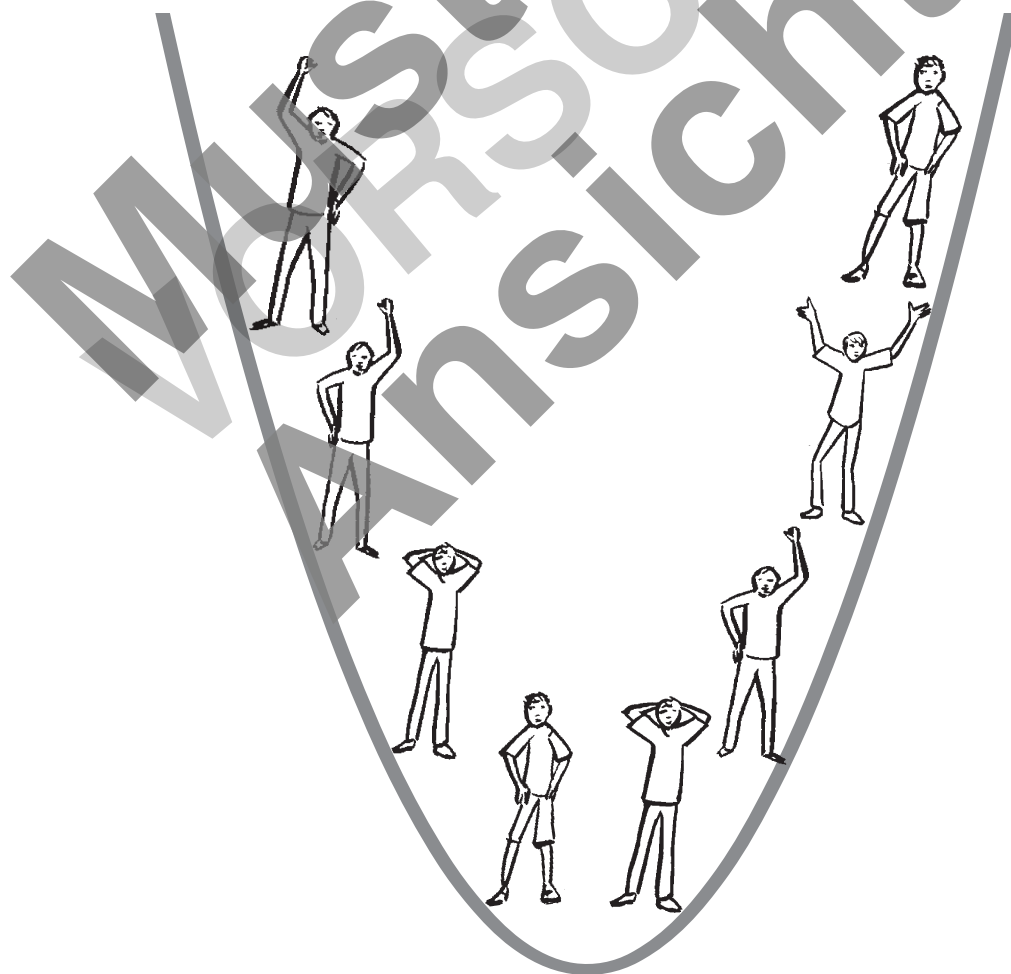
Versucht, mit allen beteiligten Schülerinnen und Schülern (mindestens 5 Personen) die angegebenen Funktionsgleichungen im Koordinatensystem darzustellen. Ihr sollt sie aber nicht zeichnen, sondern durch entsprechende Anordnung der beteiligten Schüler lösen. Das Bild unten zeigt euch, wie es geht.

$$f_1: y = x^2$$

$$f_2: y = -x^2$$

$$f_3: y = 0,5x^2$$

$$f_4: y = 2x^2$$



## Parabeln auf dem Papier verändern

### Aufgabe (R)

Die Normalparabel wird entsprechend den angegebenen Informationen verändert. Zeichne die Parabel und notiere den passenden Funktionsterm.

- a) Die Normalparabel wird um 2 Einheiten parallel zur y-Achse nach oben verschoben.

$$f(x) = \underline{\hspace{10em}}$$

a)

- b) Die Normalparabel wird um 2 Einheiten parallel zur x-Achse nach rechts verschoben.

$$f(x) = \underline{\hspace{10em}}$$

b)

- c) Die Normalparabel wird um 3 Einheiten parallel zur x-Achse nach links verschoben. Anschließend wird sie um 1 Einheit parallel zur y-Achse nach unten verschoben.

$$f(x) = \underline{\hspace{10em}}$$

c)

- d) Die Normalparabel wird an der x-Achse gespiegelt. Anschließend wird sie um 1,5 Einheiten parallel zur y-Achse nach unten verschoben.

$$f(x) = \underline{\hspace{10em}}$$

d)

## Station 6

# Parabeln darstellen und verändern

Name: \_\_\_\_\_

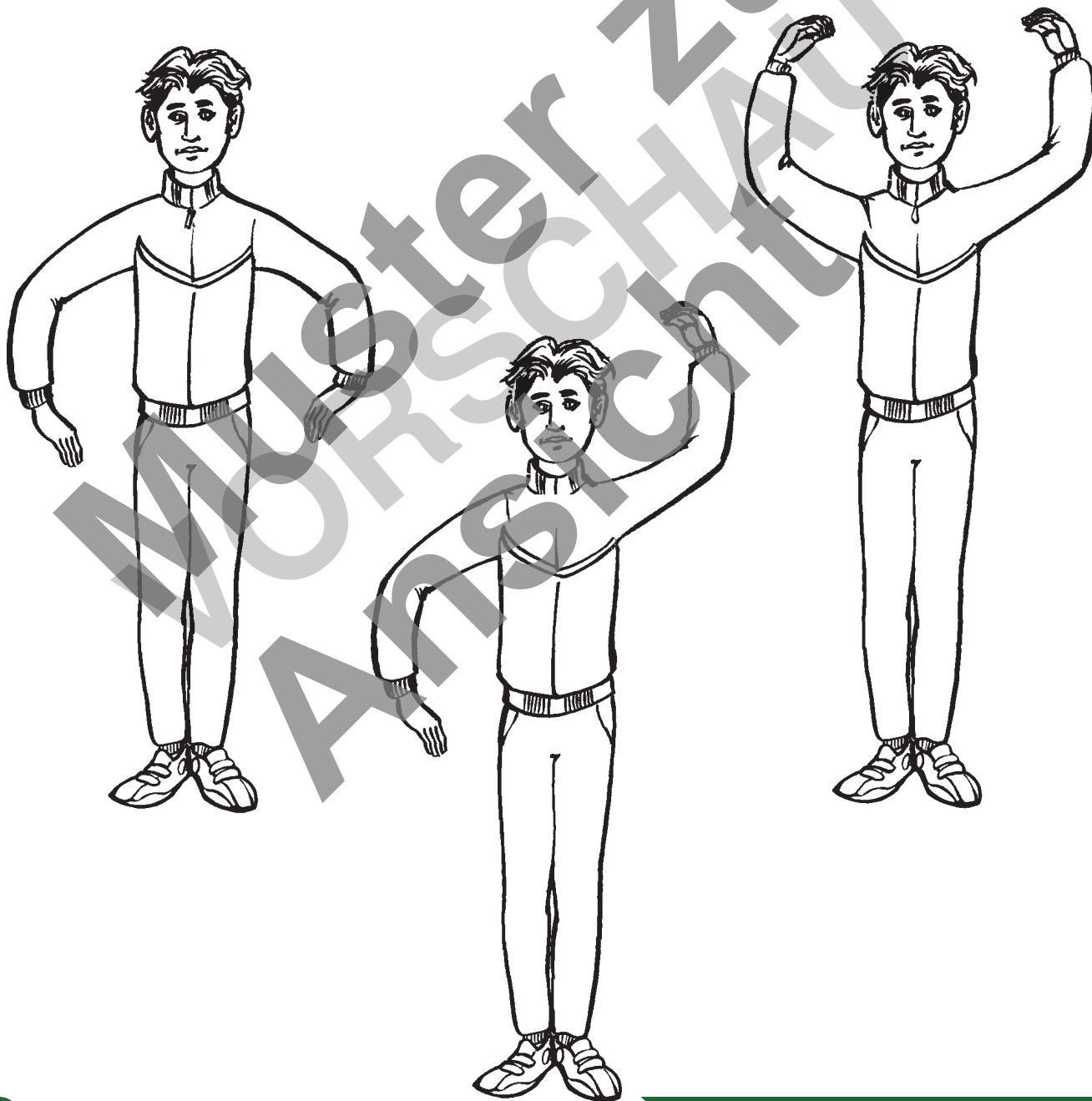
Diese Station müsst ihr zu zweit bearbeiten.

### Aufgabe (R)

Ein Schüler gibt Anweisung, was mit der Normalparabel gemacht wird (Verschiebung entlang der y-Achse nach oben/unten; Verschiebung entlang der x-Achse links/rechts; Spiegeln an der x-Achse; Streckung; Stauchung).

Der andere Schüler muss mit seinen Händen und mit einer eventuellen Lageveränderung die neue Parabel andeuten. Die Abbildungen unten helfen euch dabei.

Tipp: Am Anfang reicht zunächst eine Veränderungsanweisung.





## Funktionen am Computer darstellen

Starte am Computer eine entsprechende Tabellenkalkulationssoftware. Dies könnte z. B. „Excel“ oder ein Produkt aus „Open Office“ sein.

### Aufgabe (Z)

a) Tippe zunächst die hier abgebildete Tabelle in die Software.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$f(x) = 0,5x^2 - 1$							
2								
3	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
4	f(x)							

b) Lasse den Computer die einzelnen y-Werte in der Tabelle (graue Zellen) berechnen. Tipp: Damit die Software rechnet, musst du in die entsprechende Zelle klicken und eine Formel eingeben. Jede Formel beginnt immer mit einem Gleichheitszeichen (=). Anschließend muss die Rechenanweisung angegeben werden.

c) Markiere die Tabelle und zeichne den Funktionsgraphen. Tipp: Hier muss bei vielen Programmen zunächst der Diagrammassistent aktiviert werden. Der Knopf dafür sieht in den meisten Fällen ähnlich wie in der rechten Abbildung dargestellt aus.







## Anwendungsaufgaben

### Aufgabe 1 (Z)

Die abgebildete Brücke hat parabelförmige Bögen. Ein Bogen kann mit folgendem Funktionsterm beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4$$

- Wie hoch sind die Bögen?
- Wie breit ist die Brücke an der breitesten Stelle?



### Aufgabe 2 (Z)

Von der Zahl 5 wird eine ausgedachte Zahl subtrahiert. Dieser Wert wird mit dem Dreifachen der ausgedachten Zahl multipliziert.

- Setze für die ausgedachte Zahl die Werte 3; 1,5 und  $-4$  ein und berechne den Endwert.
- Stelle einen passenden Berechnungsterm auf.
- Wie muss man die ausgedachte Zahl wählen, um den größten Wert zu erhalten? Zeichne die Funktion und lies die Werte aus dem Funktionsgraphen ab.
- Wie lautet der höchste zu berechnende Wert?

### Aufgabe 3 (Z)

Yannik wirft einen Ball senkrecht nach oben. Die Höhe des Balls ( $y$ ) nach einer bestimmten Zeit ( $x$ ) kann mithilfe folgender Gleichung annäherungsweise berechnet werden:

$$f(x) = -4(x - 1,25)^2 + 6,625$$

- Welche maximale Höhe kann der Ball erreichen?  
Tipp: Zeichne den Funktionsgraphen.
- Nach welcher Zeit trifft der Ball wieder auf dem Boden auf?
- Aus welcher Höhe hat Yannik den Ball abgeworfen?



# Quadratische Funktionen

## Aufgabe 1 (R)

Ergänze die Werte in der Wertetabelle und zeichne den Funktionsgraphen.

a)  $f(x) = x^2$

x	-2	-1,5	-1	0	0,5	1,5	2
f(x)							

b)  $f(x) = -0,25x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

## Aufgabe 2 (R)

Welche Punkte gehören zum Graphen der angegebenen Funktionsgleichungen? Überprüfe rechnerisch.

$$f_1: y = x^2$$

$$f_2: y = 3x^2$$

$$f_3: y = -\frac{3}{4}x^2$$

P<sub>1</sub>(0|1)

P<sub>2</sub>(1|-0,75)

P<sub>3</sub>(2|-8)

P<sub>4</sub>(-0,5|0,25)

P<sub>5</sub>(3|6,75)

P<sub>6</sub>(10|300)

## Aufgabe 3 (R)

Die Normalparabel wird entsprechend den angegebenen Informationen verändert. Zeichne die Parabeln und notiere den passenden Funktionsterm.

- a) Die Normalparabel wird parallel zur x-Achse um 1,5 Einheiten nach rechts verschoben.

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- b) Die Normalparabel wird an der y-Achse gespiegelt und anschließend um 2 Einheiten parallel zur y-Achse nach unten verschoben.

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

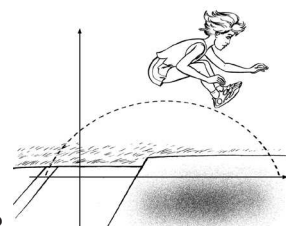
## Aufgabe 4 (Z)

Betrachte die Funktion  $f(x) = (x - 1)^2 + 1$ .

- Erstelle eine Wertetabelle und zeichne die Funktion.
- Zeichne die Symmetrieachse der Parabel ein.
- Notiere die Koordinaten des Scheitelpunktes.
- Handelt es sich bei dem Scheitelpunkt um einen Hochpunkt oder Tiefpunkt?
- Ist die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet?
- Ermittle die Nullstellen.

## Aufgabe 5 (Z)

Die Flugbahn von Leichtathletin Jasmin beim Weitsprung (s. Abbildung rechts) kann annähernd als parabelförmig angesehen werden. Dazu passt folgende Funktionsgleichung:  $f(x) = -0,1x^2 + 0,3x + 0,7$ . Wie weit ist Jasmin gesprungen?



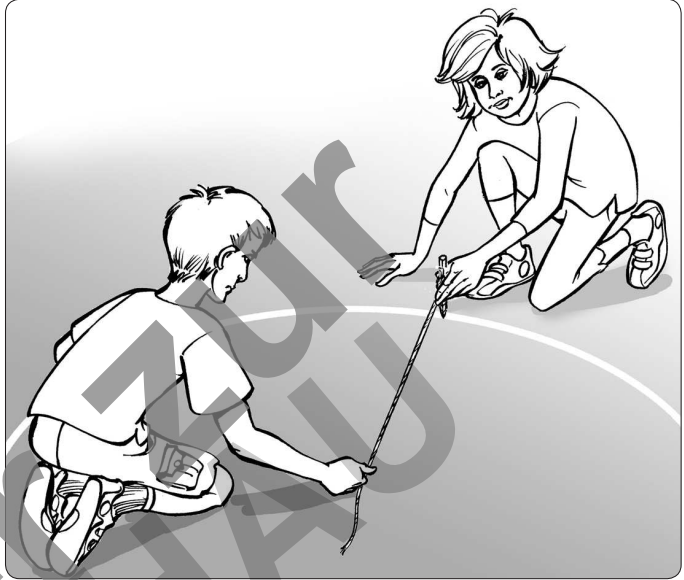
# Kreise und Ellipsen auf dem Schulhof

## Aufgabe 1 (R)

Diese Aufgabe müsst ihr zu zweit bearbeiten.

Nehmt eine mindestens 1 m lange Schnur. Versucht, zu zweit sehr genau einen Kreis mit Kreide auf dem Schulhof zu zeichnen.

Beschreibt eure Vorgehensweise.




---

---

---

---

---

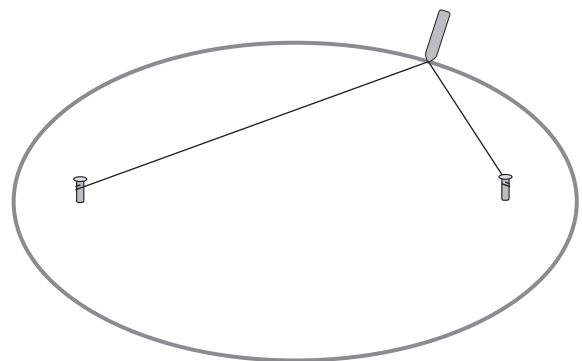
---

## Aufgabe 2 (R)

Diese Aufgabe müsst ihr zu dritt bearbeiten.

Nehmt eine mindestens 2 m lange Schnur. Versucht, zu dritt sehr genau eine Ellipse mit Kreide auf dem Schulhof zu zeichnen. Die Abbildung hilft euch dabei.

Beschreibt eure Vorgehensweise.




---

---

---

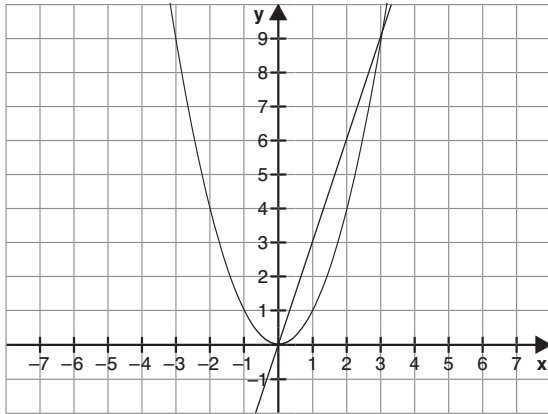
---

---

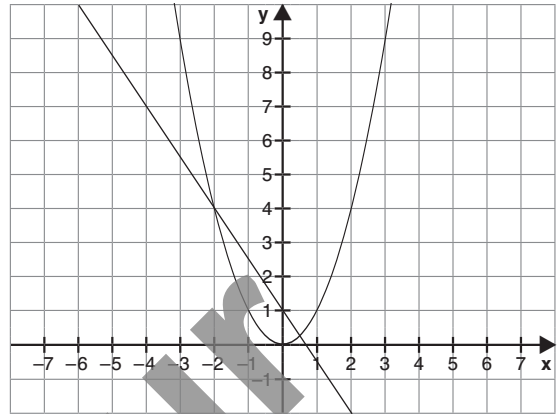
---

Flächeninhalt und Umfang des Kreises

1) a)  $x_1 = 0; x_2 = 3$



b)  $x_1 = -2; x_2 = 0,5$



2) a)  $x_1 = -44; x_2 = 44$

b)  $x_1 = -53; x_2 = 53$

c)  $x_1 = -2; x_2 = 2$

d)  $x_1 = -2; x_2 = 2$

3) a)  $x_1 = -7; x_2 = 1$

b)  $x_1 = -4; x_2 = -1$

c)  $x_1 = -1; x_2 = 0,4$

d)  $x_1 = -0,6; x_2 = 1$

e)  $x_1 = -2,25; x_2 = -0,75$

f)  $x_1 = 0; x_2 = 0,2$

4) Hier sind mehrere verschiedene Lösungen möglich, z. B. a)  $x^2 - 7x + 6 = 0$

b)  $x^2 - 11x - 5,75 = 0$

5) a) 0 Lösungen

b) 1 Lösung

c) 1 Lösung

6) a)  $x^2 + 42 = 11067$   
 $x_1 = -105; x_2 = 105$

b)  $x^2 - 7x = -3$   
 $x_1 \approx 0,46; x_2 \approx 6,54$

7)  $\frac{x \cdot (x - 2)}{2} = 45,5$

$x^2 - 2x = 91$

$x^2 - 2x - 91 = 0$

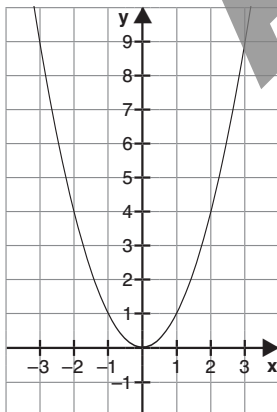
$x \approx 10,59$

Die Grundseite ist 10,59 cm lang. Die dazugehörige Höhe beträgt 8,59 cm.

Station 1: Funktionen zeichnen

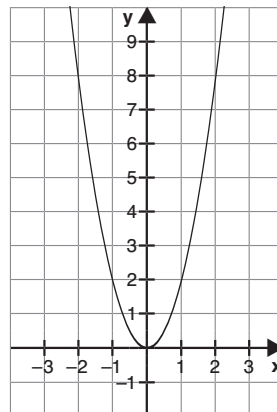
a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	9	4	1	0	1	4	9



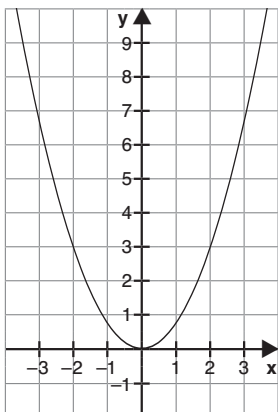
b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	18	8	2	0	2	8	18



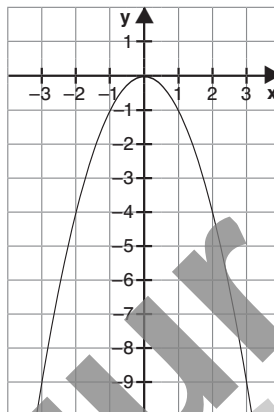
c)

x	-2	-1,5	-1	0	0,5	1,5	3
f(x)	3	1,6875	0,75	0	0,1875	1,6875	6,75



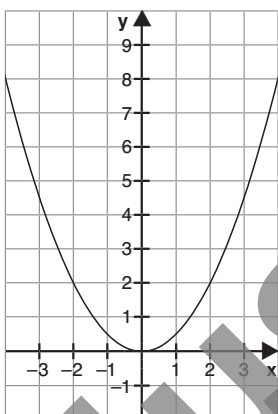
d)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9



e)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5



Lösungen:  
Quadratische Funktionen

Station 2: Punktüberprüfung

1)  $f_1: P_1; P_2; P_7; P_9$

$f_2: P_3; P_7; P_8$

$f_3: P_1; P_4; P_{10}$

2)  $f_1: P_1$

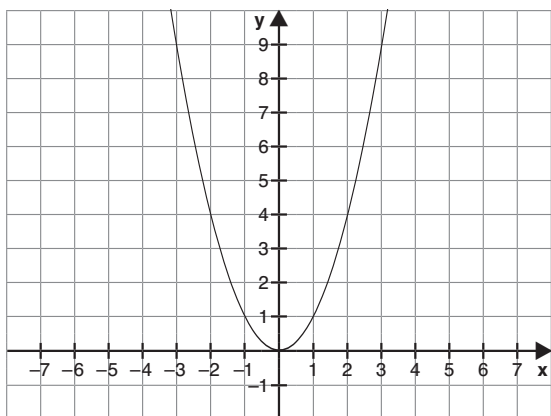
$f_2: P_1; P_3; P_6$

$f_3: P_1; P_5$

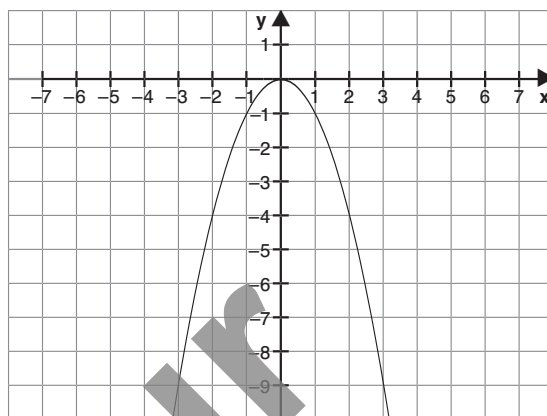
$f_4: P_1; P_4; P_8$



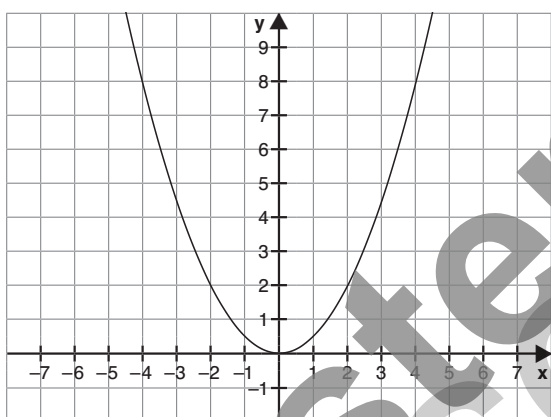
a)



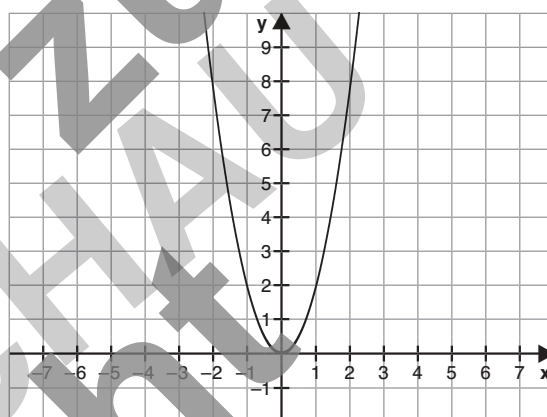
b)



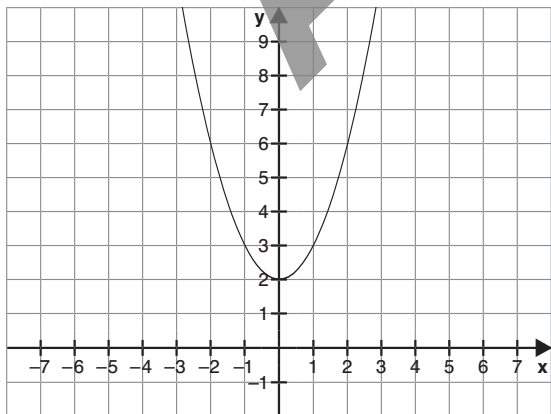
c)



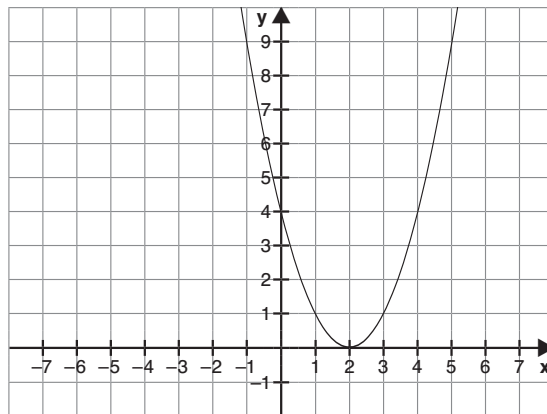
d)



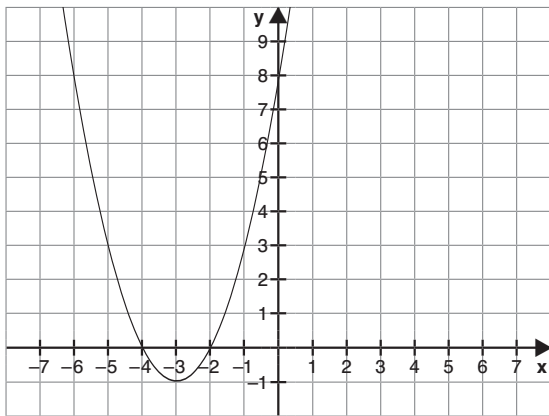
a)  $f(x) = x^2 + 2$



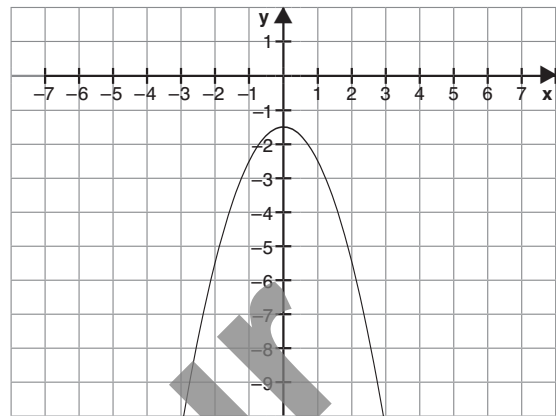
b)  $f(x) = (x - 2)^2$



c)  $f(x) = (x + 3)^2 - 1$



d)  $f(x) = -x^2 - 1,5$



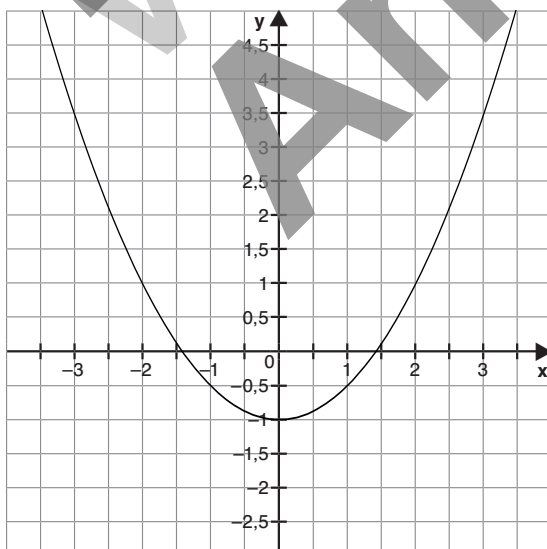
b) Lösung in Form der Zahlen:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$f(x) = 0,5x^2 - 1$							
2								
3	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
4	f(x)	3,5	1	-0,5	-1	-0,5	1	3,5

Lösung mithilfe von Formeln:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$f(x) = 0,5x^2 - 1$							
2								
3	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
4	f(x)	=B^2*0,5-1	=C^2*0,5-1	=D^2*0,5-1	=E^2*0,5-1	=F^2*0,5-1	=G^2*0,5-1	=H^2*0,5-1

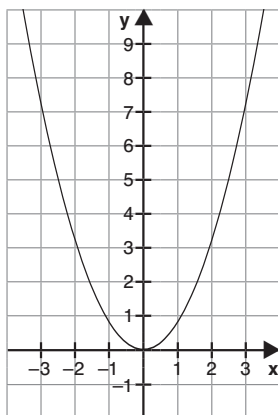
c)  $f(x) = 0,5x^2 - 1$



1) a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	7,2	3,2	0,8	0	0,8	3,2	7,2

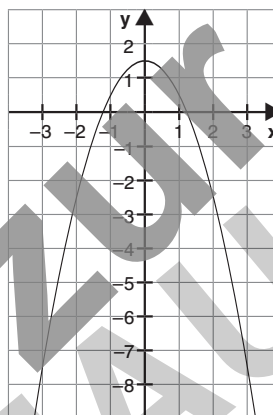
- b) Die Symmetrieachse ist die y-Achse.
- c) S(0|0)
- d) Tiefpunkt
- e) Nach oben geöffnet
- f) Nullstelle (0|0)



2) a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-7,5	-2,5	0,5	1,5	0,5	-2,5	-7,5

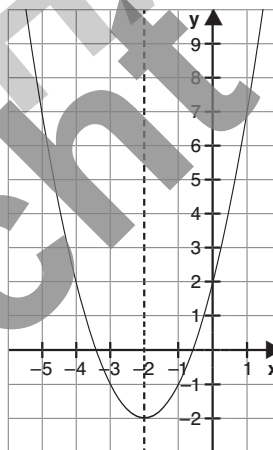
- b) Die Symmetrieachse ist die y-Achse.
- c) S(0|1,5)
- d) Hochpunkt
- e) Nach unten geöffnet
- f) Nullstellen (-1,22|0) und (1,22|0)



3) a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-1	-2	-1	2	7	14	23

- b) Die Symmetrieachse verläuft durch (-2|0) und steht senkrecht zur x-Achse.
- c) S(-2|-2)
- d) Tiefpunkt
- e) Nach oben geöffnet
- f) Nullstellen (-3,42|0) und (-0,59|0)



Funktion	Zu notierende Eigenschaften
$f(x) = x^2$	D, d), II
$f(x) = -2x^2$	F, e), I
$f(x) = x^2 - 4$	A, a), VI
$f(x) = (x + 1)^2$	B, f), III
$f(x) = (x - 2)^2 + 1$	C, b), IV
$f(x) = x^2 - 2x - 2$	E, c), V

Hinweis: D und F sowie d) und e) und II und VI sind identisch und deshalb austauschbar.

- 1) a)  $x = 0$  setzen  $\rightarrow y = 4$ .  
Die Bögen sind 4 Längeneinheiten hoch.
- b) Die Nullstellen befinden sich bei  $(3,46|0)$  und  $(-3,46|0)$ . Die Breite beträgt also ca. 6,92 Längeneinheiten.
- 2) a)  $(3|18); (1,5|15,75); (-4|-108)$
- b)  $(5 - x) \cdot 3x$
- c)  $f(x) = -3x^2 + 15x$ . Die Zahl für  $x$  muss 2,5 sein, um den maximalen Wert zu erreichen.
- d) 18,75
- 3) a) Die größte Höhe ist 6,625 m (siehe Funktionsgraph).
- b) Nach ca. 2,54 Zeiteinheiten trifft der Ball wieder auf dem Boden auf (siehe Funktionsgraph bzw. Nullstellenberechnung).
- c) Man setzt  $x = 0$ . Das ist der Schnittpunkt des Graphen mit der  $y$ -Achse und die Starthöhe von 0,375 Längeneinheiten.

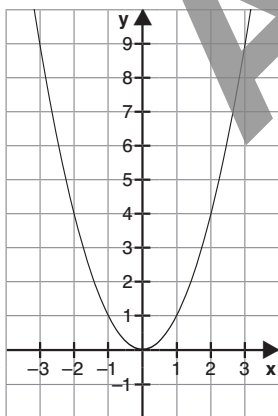
Graph zu Aufgabe 2

Graph zu Aufgabe 3



1) a)

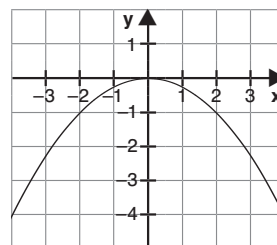
x	-2	-1,5	-1	0	0,5	1,5	2
f(x)	4	2,25	1	0	0,25	2,25	4



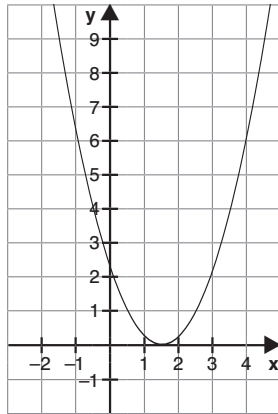
2)  $f_1: P_4$        $f_2: P_6$        $f_3: P_2$

b)

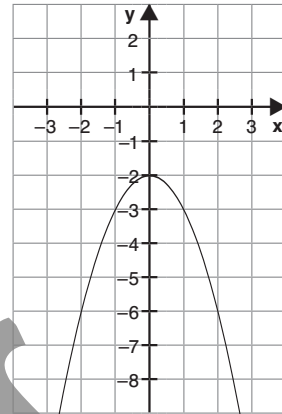
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-2,25	-1	-0,25	0	-0,25	-1	-2,25



3) a)  $f(x) = (x - 1,5)^2$

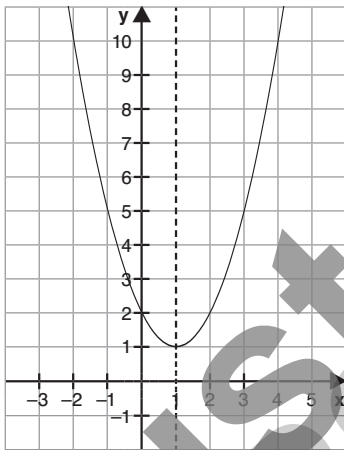


b)  $f(x) = -x^2 - 2$



4) a)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	10	5	2	1	2	5	10



b) Die Symmetrieachse verläuft durch (1|0) und steht senkrecht auf der x-Achse.

c) S(1|1)

d) Tiefpunkt

e) Nach oben geöffnet

f) Keine Nullstellen

5) Die Nullstellen der Parabel werden ermittelt:

$$-0,1x^2 + 0,3x + 0,7 = 0$$

$$x_1 \approx 4,55 \quad x_2 \approx -1,55$$

$$4,55 \text{ m} + 1,55 \text{ m} = 6,10 \text{ m}$$

Sie ist etwa 6,10 m gesprungen.

### Station 1: Kreise und Ellipsen auf dem Schulhof

- Das Kreidestück wird an einem Schnurende befestigt. Das andere Schnurende wird von einem Schüler auf einem fixen Punkt auf dem Boden festgehalten. Der zweite Schüler fährt mit der Kreide an der Schnur einmal rundherum auf dem Boden entlang, so entsteht ein Kreis.
- Beide Schnurenden werden von zwei Schülern fix auf je einem Punkt festgehalten. Ein dritter Schüler fährt mit der Kreide an der Schnur einmal rundherum auf dem Boden entlang, so entsteht eine Ellipse.

### Station 3: Herleitung des Kreisumfangs

- a) und b) Keine Lösungsangabe möglich  
c) Die Quotienten sind nahezu gleich (im Idealfall um die 3,1).  
d)  $u_{\text{Kreis}} = \pi \cdot d$