Urlaub! – Mathematisch modellieren am Beispiel von „Zuordnungen“

Dr. Christina Bauer, Patrick Schocher, Karoline Wiens

© P. Schocher, K. Wiens

Der Stationenzirkel in der Durchführung

VORSCHAU

Klasse:	7/8
Dauer:	8–9 Stunden
Inhalt:	**Mathematische Kompetenzen** erwerben und am Thema **„Zuordnungen“** anwenden
Ihr Plus:	Selbstständiges Erarbeiten der Teilkompetenzen des Modellierens sowie ansprechende Gestaltung durch Alltagsnähe

Dieser Stationenzirkel gibt Ihren Schülern die Möglichkeit, spielerisch die abstrakten Kompetenzbegriffe des Modellierungskreislaufes zu verstehen, zu verinnerlichen und auf das Thema „Zuordnungen“ anzuwenden. Motivierender Kontext ist eine Urlaubsreise.

netzwerk lernen

zur Vollversion

Didaktisch-methodische Hinweise

Einordnung in den Lehrplan

Das Thema **„Zuordnung“** ist in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ angesiedelt und wird in den **Klassenstufen 7/8** behandelt. Zentrale Begriffe im Zusammenhang mit Zuordnungen, Formeln und Darstellungsweisen von Zuordnungen sollten thematisiert werden, bevor Sie in diese Unterrichtseinheit einsteigen. Der Stationenzirkel ist ein Kompetenztraining und dient als Vertiefungs- und Abschlussmöglichkeit des Themas. Das Hauptaugenmerk liegt auf dem **mathematischen Modellierungskreislauf**. Darüber hinaus lernen Ihre Schüler Anwendungsmöglichkeiten von Zuordnungen im Alltag kennen.

Entdeckendes und eigenverantwortliches Lernen

Mithilfe der Materialien dieses Beitrags gelingt Ihren Schülern eine Selbsterschließung der Teilkompetenzen des Modellierens sowie wichtiger Aspekte des Modellierungskreislaufes. Die Stationen fördern **entdeckendes Lernen** im Mathematikunterricht.

Dieser Stationenzirkel basiert auf dem **intuitiven Umgang** mit den mathematischen Kompetenzen und den verschiedenen Darstellungsweisen von Zuordnungen sowie ihrer Vernetzung. Ihre Schüler trainieren die Fähigkeit, zwischen den unterschiedlichen **mathematischen Darstellungsformen** zu wechseln. Die Materialien schulen sie im korrekten Umgang mit dem abstrakten Kompetenzbegriff des Modellierens. Das Lernen wird durch eine wiederkehrende Aufgabenstruktur erleichtert und verstärkt. Verschiedene Aufgabentypen und die damit einhergehenden Techniken runden den Beitrag ab:

- Zeichnen von Graphen
- Wechsel zwischen Darstellungsformen (Graph, Tabelle, Rechenvorschrift und Textaufgabe)
- Fachübergreifende Techniken wie Vergleichen und Bewerten
- Multiple-Choice-Aufgabe

Voraussetzungen zur Bearbeitung dieses Beitrags

- Einführung von Zuordnungen (proportional und antiproportional)
- Darstellungsweisen der Zuordnungen (Rechenvorschrift, Graph und Tabelle)
- Produkt- und Quotientengleichheit
- Mathematisches Vokabular beherrschen (z. B. Ausgangsgröße und zugeordnete Größe)
- Zeichnen und Auswerten von Graphen und Tabellen

Verlauf

Der **Stationenzirkel** beginnt mit einer Traumreise und besteht aus fünf Stationen. Jede Station behandelt eine Teilkompetenz des Modellierungskreislaufes. Die jeweils erste Aufgabe einer Station befasst sich mit einer praktischen Anwendung; die zweite Aufgabe fördert das Verständnis und den Umgang mit der zu erlernenden Teilkompetenz. Die dritte Aufgabe ist eine weitere Anwendung, an der die Schüler ihre neu gewonnenen Fähigkeiten erproben können. Station 5 kombiniert alle erworbenen Kompetenzen in einer Anwendungsaufgabe und schließt den Modellierungskreislauf. Die Stationen sind nacheinander und in vorgegebener Reihenfolge zu bearbeiten. Um den Kontext des Stationenzirkels visuell aufzugreifen, können Sie die einzelnen Stationen künstlerisch darstellen (siehe Foto auf der Titelseite). So verdeutlichen Sie die Alltagsnähe und

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

Lernerfolgskontrolle (M 4)

Die LEK umfasst alle wichtigen Aspekte des Modellierungskreislaufes. Sie ist in sechs Aufgaben gegliedert. Die 1. Aufgabe ist eine Anwendung (antiproportionale Zuordnungen). Zusätzlich müssen lernstarke Schüler den Zusammenhang zu den Teilschritten des Modellierungskreislaufes erkennen sowie benennen. Die Aufgaben 2 und 3 erfordern eine Formulierung der einzelnen Schritte des Kreislaufes mit eigenen Worten. Insbesondere müssen die Schüler in Aufgabe 2 eine Einschätzung der eigenen Kompetenzen bei den einzelnen Teilschritten abgeben. Aufgabe 4 ist eine Anwendung (proportionale bzw. antiproportionale Zuordnungen). Hier kommt es hauptsächlich darauf an, Eigenschaften von Zuordnungen zu verwenden. Aufgabe 5 überprüft den Umgang mit Graphen und die Kompetenz „Bewerten“. In der 6. Aufgabe ordnen die Schüler Aufgabenstellungen die passenden Teilschritte des Modellierungskreislaufes zu.

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenzen	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1	L1, L 4	... begründen ihre Ergebnisse mit mathematischem Vokabular,	I/II
K 2	L 1, L 3, L 4	... nutzen ihre Kenntnisse zum Thema „Zuordnungen“ zur Lösung alltagsbezogener Problemstellungen,	I
K 3	L 1, L 3, L 4	... bearbeiten mit dem Durchlaufen des Zirkels alle Teilaspekte des mathematischen Modellierens,	I–III
K 4	L 3, L 4	... benutzen alle Darstellungsweisen für Zuordnungen und lernen, zwischen ihnen zu wechseln,	I/II
K 5	L 3, L 4	... lernen, mathematische Inhalte in die Alltagssprache zu übersetzen,	I/II
K 6	L 3, L 4	... stellen Lösungen in mathematischer Sprache dar.	I–III

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Auf einen Blick

Einstieg

Material	Thema	Stunde
M 1 (Einstieg)	**Eine Traumreise** Einführung in den Kontext des Stationenzirkels	1.
M 2	**Kontrollpass für den Stationenzirkel „Traumreise“**	

Stationenzirkel

Station	Thema	Stunde
1	**Die Erkundung der Insel – Übersetzen** Übersetzen zum Kennenlernen	1./2.
	Analyse der Kompetenz und Übung Anwendung und eine fachübergreifende Aufgabe	
2	**Eine geheimnisvolle Flaschenpost – Verarbeiten** Hinführen zum Lösen von Aufgaben	3./4.
	Analyse der Kompetenz und Übung Anwendung und eine fachübergreifende Aufgabe	
3	**Urlaubplanung für die Tante – Interpretieren** Auf Schnupperkurs mit dem Interpretationsvorgang	5./6.
	Analyse der Kompetenz und Übung Anwendung und fachübergreifende Aufgaben	
4	**Pooldesaster und Übergepäck – Bewerten** Hinführung zum Bewerten	7.
	Analyse der Kompetenz und Übung Anwendung und fachübergreifende Aufgaben	
5 (Fo)	**Zu Hause – Durchlauf des Modellierungskreislaufs** Vernetzung der einzelnen Teilkompetenzen	8.

Abschluss der Unterrichtseinheit

Material	Thema	Stunde
M 3	**Übersichtlich zusammengefasst – der Eintrag ins Lerntagebuch** Ende des Stationenzirkels (Zusammenführung des Kreislaufes)	HA
M 4 (LEK)	**Aufgaben aus der Praxis – Lernerfolgskontrolle** Ein Klausurvorschlag als Abschluss der Einheit „Modellieren mit Zuordnungen“	9.

Fo ≙ Folienvorlage, HA ≙ Hausaufgabe

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

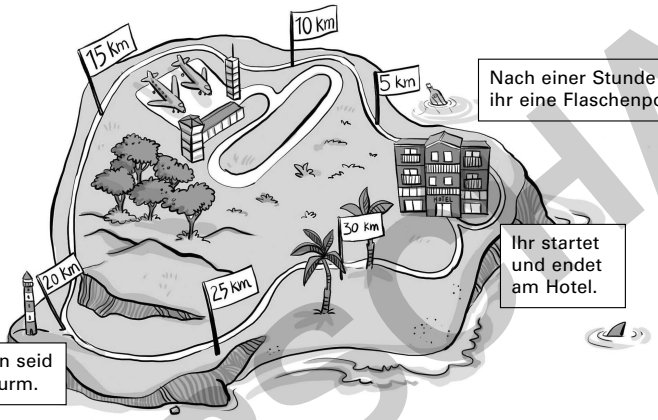
79 RAAbits Mathematik Juni 2014

Station 1 Die Erkundung der Insel – Übersetzen

Du erkundest gemeinsam mit deiner Familie zu Fuß die Insel.

Leuchtturm

© Thinkstock/iStock, Digitalstorm



Die Flaschenpost

© Thinkstock/iStock, Shaiith

Matrose in Not

© Thinkstock/Stockbyte, Getty Images

Aufgabe 1: Hinführung

a) Zeichne einen Graphen mit der gelaufenen Strecke [in km] als Ausgangsgröße und der vergangenen Zeit [in h] als zugeordneter Größe. Wähle geschickte Einteilungen für die x-Achse und y-Achse. Nimm an, dass ihr gleichmäßig lauft und keine Pausen macht.

Tipp Fertige in deinem Heft eine **Wertetabelle** nach folgendem Muster an.

x: gelaufene Strecke [in km]	5	10	15	20	25	30
y: vergangene Zeit [in h]	1			4		

b) Überlege dir, ob du den Graphen durchzeichnen kannst. Begründe deine Antwort.

VORSCHAU

netzwerk lernen
zur Vollversion

Durchlauf des Modellierungskreislaufs (Fortsetzung)

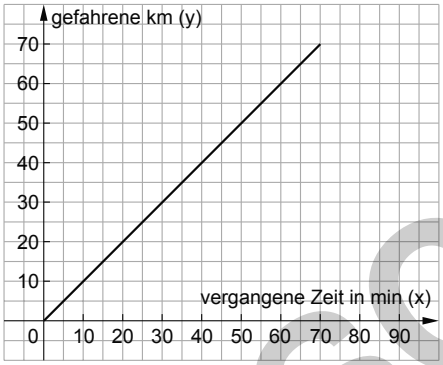
verarbeiten

Mathematisches Modell

Man zeichnet einen Graphen, fertigt eine Tabelle an oder stellt die Rechenvorschrift auf.
15 Minuten ≙ 15 km

Daraus folgt nach dem **Dreisatz**, dass dein Vater in 60 Minuten ≙ 60 km zurücklegt.

Er fährt also mit der Geschwindigkeit 60 km/h.



Mathematisches Ergebnis

Bei 90 Minuten habt ihr genau 90 km zurückgelegt. Das liest man aus dem Graphen ab:

f(90) = 90.

übersetzen

inter-pretieren

Reale Situation

Du fährst mit deinem Vater aufs Land. Ihr fahrt langsam, weil die Landschaft so schön ist. Dein Vater lässt in 15 Minuten genau 15 km hinter sich. Ihr müsst in 90 Minuten bei deiner Tante sein, die 100 km von euch entfernt wohnt. Ihr fahrt ohne Pause.

© Thomas M. Müller / pixelio.de

Burg Eltz, Blick auf das Eltzbachtal

Aufgabe : Erstelle einen Graphen.
Überprüfe, ob ihr rechtzeitig da seid.

Reales Ergebnis

Ihr schafft es nicht, rechtzeitig zu deiner Tante zu gelangen.
Dein Vater hätte schneller fahren müssen.

Dieses Ergebnis beantwortet die Fragestellung.

bewerten

I/C

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Lösungen und Tipps zum Einsatz

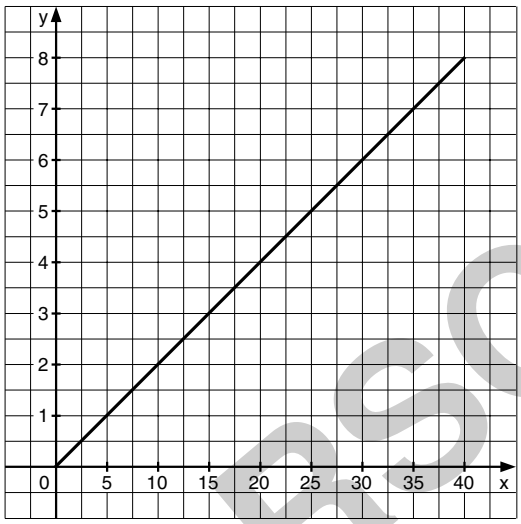
Station 1: Die Erkundung der Insel – Übersetzen

Aufgabe 1: Hinführung

a) Ausgangsgröße (x): gelaufene Strecke [in km]

Zugeordnete Größe (y): vergangene Zeit [in h]

x: gelaufene Strecke [in km]	5	10	15	20	25	30
y: vergangene Zeit [in h]	1	2	3	4	5	6



b) Ja, der Graph darf durchgezeichnet werden, da jeder Zwischenwert existiert. Es gibt beispielsweise sowohl halbe Stunden als auch halbe Kilometer.

Aufgabe 2: Erarbeitung

a)

Info zum Übersetzen:

Übersetzen ist das Übertragen einer realen Situation in ein **mathematisches Konzept**.

Dieser Schritt ist der erste, den du bei einer Anwendungsaufgabe (oder einer Textaufgabe) machen musst. Entnimm der Aufgabenstellung wichtige **Schlüsselwörter**. Versuche, diese in einen passenden **mathematischen Zusammenhang** zu übersetzen.

Tipp

Als Hilfestellung kannst du dir aufschreiben, was gegeben und was gesucht ist. Bei diesem Schritt helfen dir auch eine Tabelle, informative Figuren etc.

b) 1. Welche mathematischen Informationen sind im Text vorhanden?

2. Was ist gegeben und was gesucht?

3. Brauche ich alle Informationen oder fehlen mir welche?

VORSCHAU

netzwerk lernen

zur Vollversion

Aufgabe 2: Erarbeitung

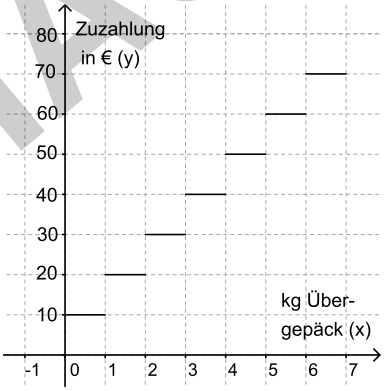
a)

> **Info zum Bewerten:**
>
> Bei manchen Anwendungsaufgaben musst du dein **Ergebnis bewerten**, d. h. **überprüfen**. Du fragst dich, ob dein Ergebnis stimmen kann. **Kann das sein? Funktioniert das überhaupt?** Das heißt, du überlegst dir, ob dein **Ergebnis zu deiner Situation passt** und welche Konsequenzen, d. h. Folgerungen, dein Ergebnis hat.
>
> Ziel ist es, die **Konsequenzen in der realen Welt** zu finden, die aus deinem Ergebnis folgen.

b) Passt die Schlussfolgerung zu meiner Situation?

Wie kann ich meine Lösungen überprüfen?

Aufgabe 3: Vertiefung



a) Ja, der Graph zeigt, dass es sich um eine **Treppenfunktion** handelt. Ich kann ablesen, dass ich für 5,5 kg Übergepäck nur 60 € zahlen müsste.

b) Nein. Da 5,5 kg auf 6 kg aufgerundet werden und ich laut Graph nur 60 € zahlen müsste, hat der Beamte unrecht.

c) Ja, macht es. Es können zwar keine Zwischenwerte angenommen werden, da die Fluggesellschaft nur für ganze zusätzliche Kilos 10 € berechnet, man kann aber anhand der Treppenfunktion sehen, dass man nur 60 € bezahlen muss.

d) Ich kann meine Lösungen überprüfen, indem ich im Graph Wertepaare ablese. Aus dem mathematischen Modell „Treppenfunktion“ folgt, dass der Zollbeamte unrecht hat und ich nur 60 € bezahlen muss. Insofern passt die Schlussfolgerung zu meiner Situation, denn sie löst das Problem.

VORSCHAU

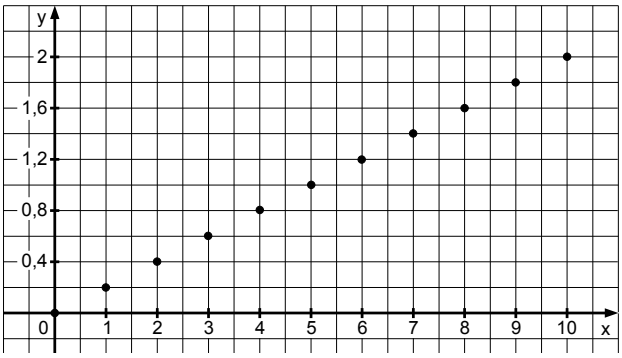
Station 5 Zu Hause – Durchlauf des Modellierungskreislaufs

Aufgabe: Verarbeiten

a) x ≙ Anzahl der Freunde

y ≙ Fleich [in kg]

b) $y = 0{,}2 \cdot x$



netzwerk lernen

zur Vollversion