Download

Marco Bettner, Erik Dinges

Körperberechnungen an Stationen

Übungsmaterial zu den Bildungsstandards

Downloadauszug
aus dem Originaltitel:

Körperberechnungen an Stationen

Übungsmaterial zu den Bildungsstandards

Station 1

Eigenschaften der Pyramide

Name:

Aufgabe (R)

Auf dem Stationsblatt 1a findest du das Netz einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

a) Schneide das Netz aus und baue es zusammen.

b) Betrachte das Netz und notiere die Eigenschaften des Körpers in der Tabelle. Manche Größen musst du messen.

Pyramide mit quadratischer Grundfläche	
Anzahl der Ecken	
Anzahl der Flächen	
Anzahl der Kanten	
Körperhöhe h_k in cm	
Seitenhöhe der Dreiecke in cm	

Körperberechnungen

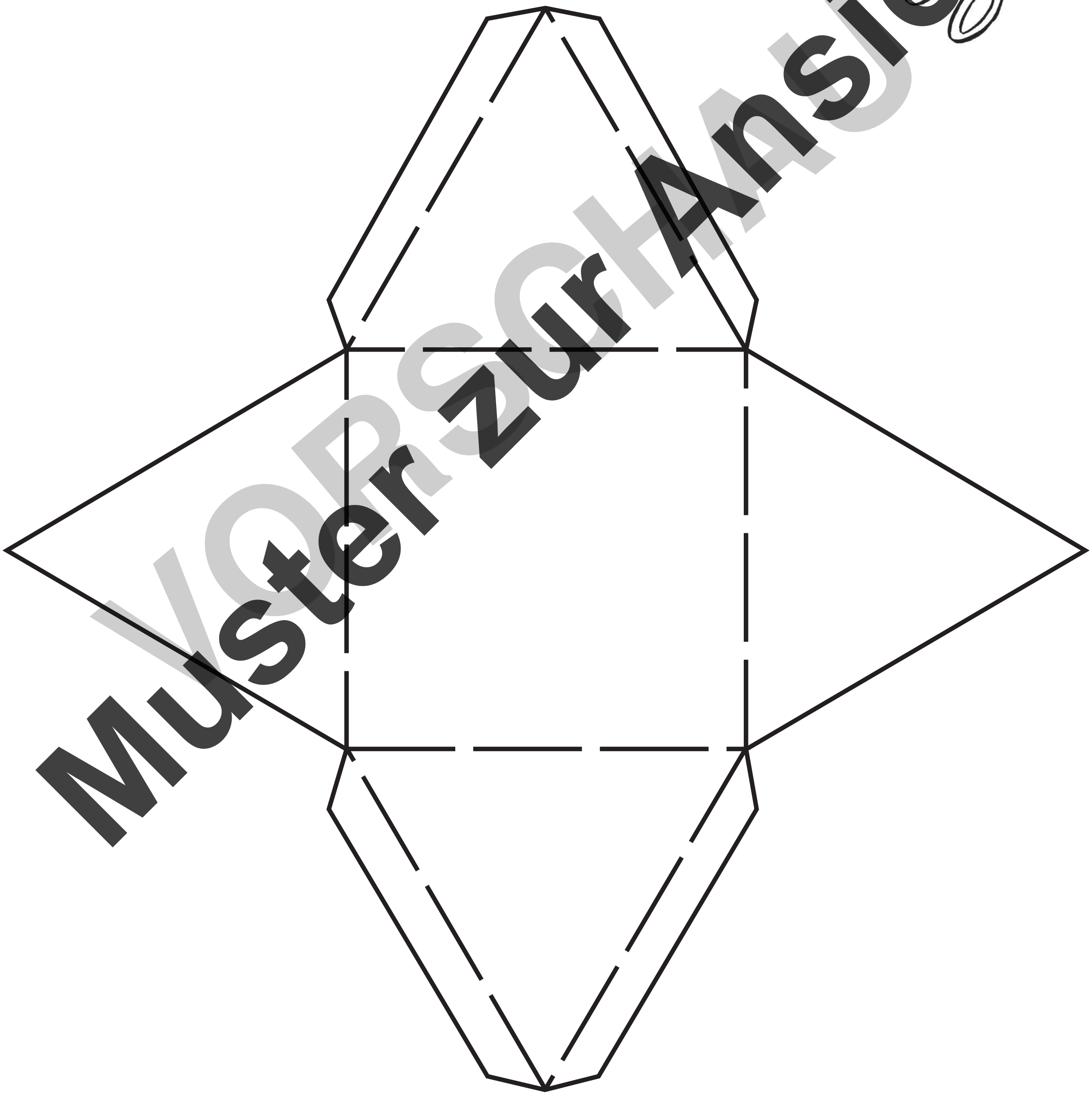
Station 1a

Name: ______________

Netz der Pyramide

Aufgabe (R)

Schneide das Netz aus und klebe die Klebeflächen zusammen, sodass eine Pyramide entsteht.



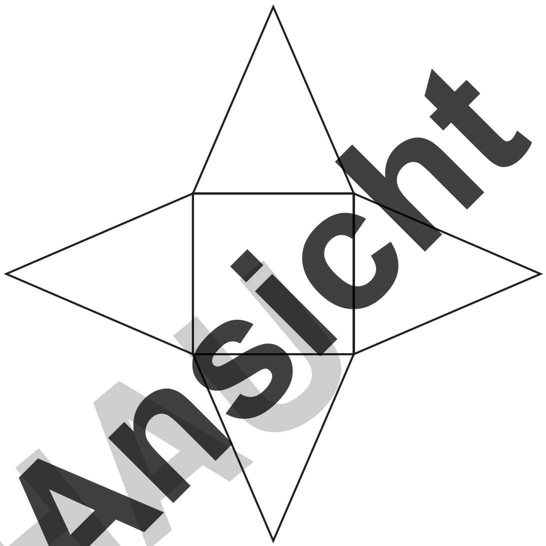
Station 2

Oberflächenformel der Pyramide herleiten

Name: ____________________

Aufgabe (V)

Im Folgenden soll Schritt für Schritt die Oberflächenformel für die Pyramide mit quadratischer Grundfläche hergeleitet werden.
Betrachte dazu das abgebildete Pyramidennetz.



a) Aus welchen Teilflächen besteht die Pyramide?

____

____

b) Positioniere folgende Formelzeichen an der richtigen Stelle im Netz bzw. zeichne folgende Größen im Netz ein:
   a (Seitenkante)
   h_s (Höhe eines Dreiecks)

c) Gib eine Formel zur Berechnung der Grundfläche der Pyramide in Abhängigkeit von der Seitenkante a an.

____

d) Gib eine Formel zur Berechnung einer Dreiecksfläche der Pyramide in Abhängigkeit von der Seitenkante a und der Seitenhöhe h_s an.

____

e) Notiere jetzt die gesamte Oberflächenformel für die Pyramide in Abhängigkeit der Seitenlänge a und der Seitenhöhe h_s.

$O_{Pyramide}$ = ______________________________________

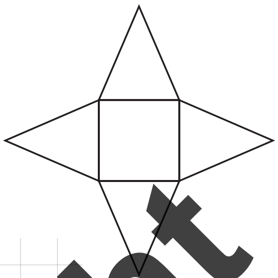
Station 3

Oberflächen von Pyramiden berechnen

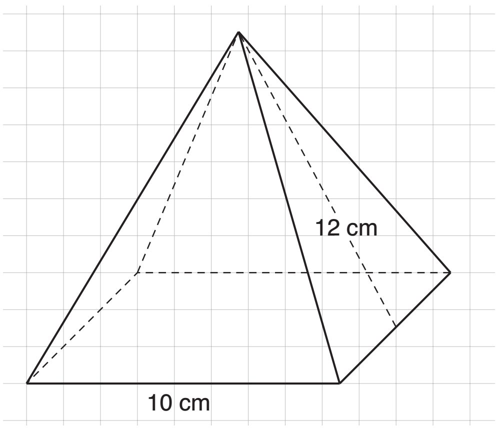
Name: ____________________

Aufgabe (R)

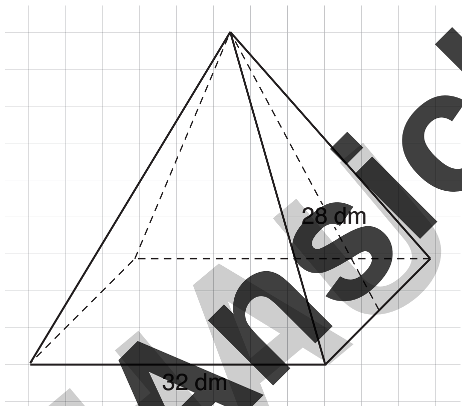
Berechne die Oberflächen der Pyramiden.
Suche die Lösung aus dem Kasten heraus und setzte die Buchstaben zum Lösungswort zusammen.



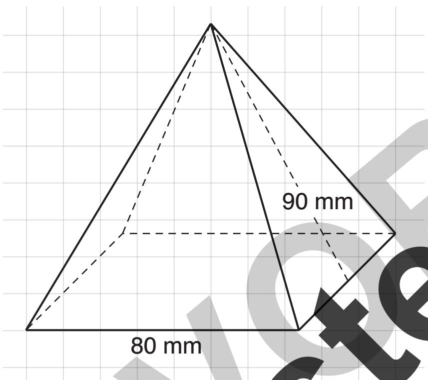
a)



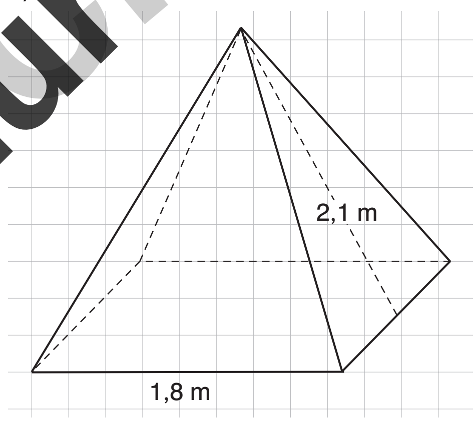
b)



c)



d)



e) $a = 20$ cm; $h_s = 25$ cm
f) $a = 120$ mm; $h_s = 100$ mm
g) $a = 12{,}3$ dm; $h_s = 11{,}2$ dm
h) $a = 345$ mm; $h_s = 287$ mm

Lösungswort:

____	____	____	____	____	____	____	____
a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)

I = 2816 E = 38400 T = 1400 I = 426,81
N = 317055
S = 10,8 N = 20800 E = 340 S = 10,8

Körperberechnungen

Station 4

Volumenformel der Pyramide herleiten

Name: ______

Aufgabe (V)

Im Folgenden sollst du schrittweise die Volumenformel der Pyramide mit quadratischer Grundfläche herleiten.

a) Betrachte die beiden Körper. Welche Kenngrößen sind gleich? Bestimme durch Messen.

______

b) Notiere die allgemeine Volumenformel für das Prisma.

$V_{Prisma} = G \cdot$ ______

c) Schätze: Wie oft passt das Volumen der Pyramide in das Prisma?

______

d) Überprüfe deine Vermutung aus c) durch Umschütten von Wasser und notiere deine Lösung.

______

e) Formuliere eine Formel für das Pyramidenvolumen in Abhängigkeit der Seitenkante a und der Körperhöhe h_k.

$V_{Pyramide} =$ ______

Station 5

Volumen von Pyramiden berechnen

Name: ____________________

Aufgabe (R)

Berechne das Volumen der Pyramiden.
Achte darauf: Manchmal muss zunächst die Körperhöhe h_k aus der Länge der Seitenkante a und der Seitenhöhe des Dreiecks h_s berechnet werden.
Suche die Lösungszahl unten im Bild und verbinde nacheinander. Du erhältst ein Lösungsbild.

a) a = 4 cm; h_k = 6 cm

b) a = 13 cm; h_k = 20 cm

c) a = 56 mm; h_k = 70 mm

d) a = 1,4 dm; h_k = 0,9 dm

e) a = 145 mm; h_k = 177 mm

f) a = 7 cm; h_s = 8 cm

g) a = 60 dm; h_s = 80 dm

h) a = 13,3 cm; h_s = 18,5 cm

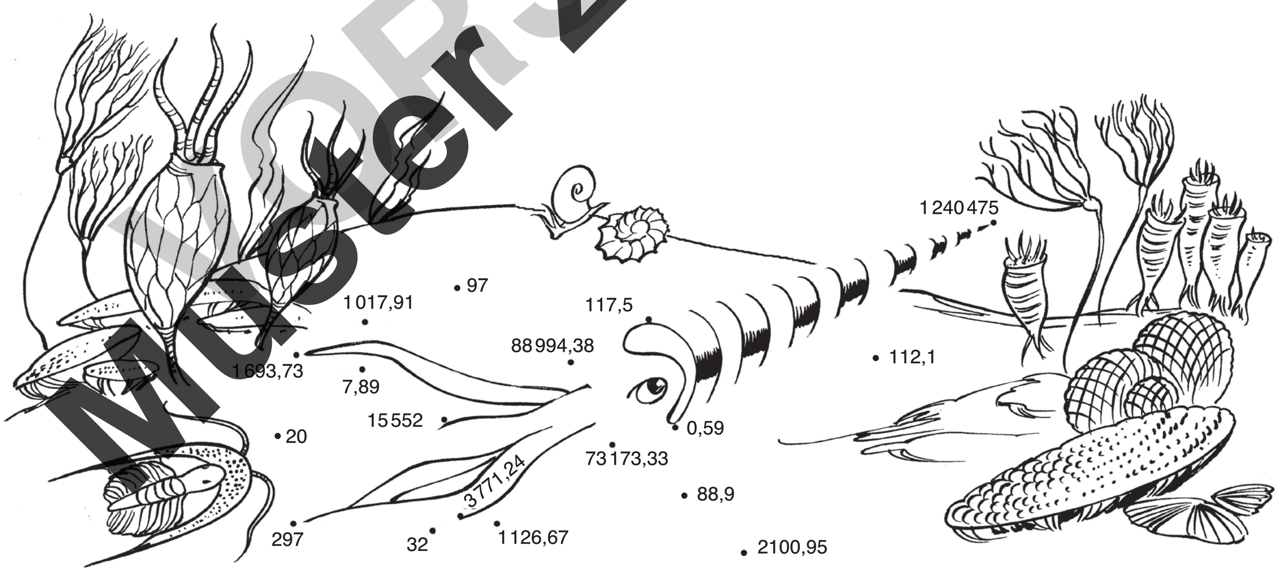
i) a = 16 mm; h_s = 21,4 mm

j) a = 2 cm; h_s = 6 cm

k) a = 36 dm; h_k = 36 dm

l) a = 9 mm; h_k = 11 mm

m) a = 20 m; h_s = 30 m

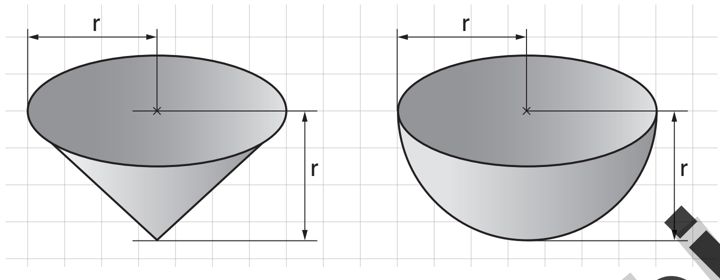


Volumenformel der Kugel herleiten

Name: ______________________

Aufgabe (V)

Im Folgenden sollst du schrittweise die Volumenformel der Kugel herleiten.



a) Betrachte die beiden Körper. Schätze: Wie oft passt das Volumen des Kegels in die Halbkugel?

____

b) Überprüfe deine Vermutung aus a) durch Umschütten von Wasser und notiere deine Lösung.

____

c) Notiere die bekannte Formel für das Volumen des Kegels in Abhängigkeit von r.

V_{Kegel} = ______________________

d) Notiere die Volumenformel für die Halbkugel in Abhängigkeit von r.
Tipp: Benutze deine Ergebnisse aus c) und b).

$V_{Halbkugel}$ = ______________________

e) Notiere die Volumenformel für die Kugel in Abhängigkeit von r.
Tipp: Benutze dein Ergebnis aus d).

V_{Kugel} = ______________________

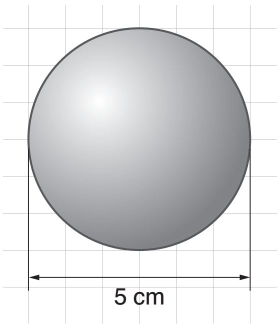
Kugelgrößen im Kreuzzahlrätsel

Name: ______________________

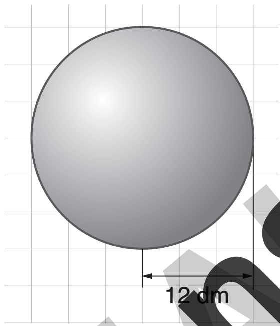
Aufgabe (R)

Berechne die Oberfläche und das Volumen der Kugeln.
Runde das Ergebnis gegebenenfalls auf zwei Stellen nach dem Komma.
Notiere die Ergebnisse unten im Kreuzzahlrätsel. Achte darauf: Kommas werden in einem eigenen Kästchen notiert.

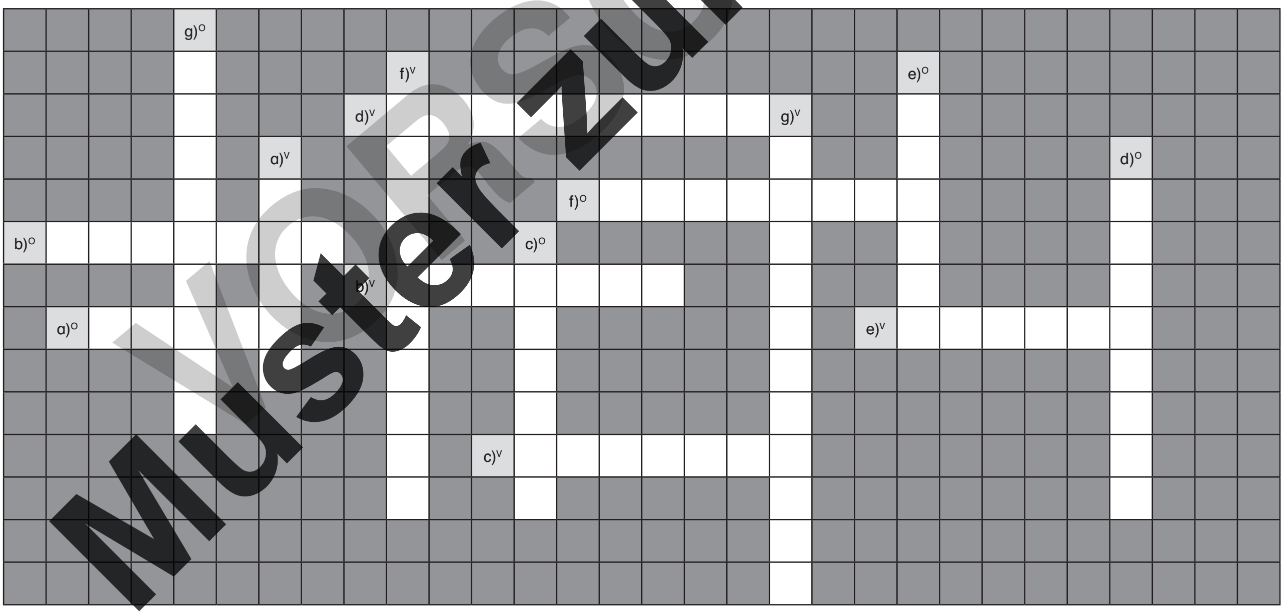
a)



b)



c) r = 8 cm d) r = 36 cm e) d = 12 cm f) d = 140 cm g) r = 250 cm



Station 8

Name: ____________

Was passiert, wenn …

Aufgabe (V)

Kreuze die jeweils richtige Aussage an.

a) Was passiert mit der Oberfläche einer Kugel, wenn sich der Radius verdoppelt?

- [ ] Die Oberfläche verdoppelt sich.
- [ ] Die Oberfläche halbiert sich.
- [ ] Die Oberfläche vervierfacht sich.

b) Was passiert mit dem Volumen einer Kugel, wenn sich der Radius verdoppelt?

- [ ] Das Volumen vervierfacht sich.
- [ ] Das Volumen verdoppelt sich.
- [ ] Das Volumen verachtfacht sich.

c) Was passiert mit dem Volumen einer quadratischen Pyramide, wenn sich die Kantenlänge a der Grundfläche vervierfacht?

- [ ] Das Volumen vervierfacht sich.
- [ ] Das Volumen verachtfacht sich.
- [ ] Das Volumen versechzehnfacht sich.

Station 9

Name:

Anwendungsaufgaben

Körperberechnungen

Aufgabe 1 (Z)

Das pyramidenförmige Kirchturmdach soll mit Schiefer gedeckt werden.
Die Seitenkante ist 5 m lang. Die Seitenhöhe h_s beträgt 14 m.

a) Wie viel Quadratmeter Schiefer werden benötigt, wenn mit einem Verschnitt von 10 % gerechnet werden muss?
b) Ein Quadratmeter Schiefer kostet 120 €. Wie viel Euro müssen insgesamt bezahlt werden?

Aufgabe 2 (Z)

Die Pyramiden von Gizeh sind eins der sieben Weltwunder der Antike. Die Cheops-Pyramide ist eine dieser Pyramiden. Die Körperhöhe der ursprünglichen Pyramide beträgt 147 m. Die Grundfläche ist 52 900 m² groß.

a) Wie groß ist das Volumen der Pyramide?
b) Wie groß ist die Manteloberfläche der Pyramide?
c) Ein durchschnittlicher Sportplatz ist 90 x 40 m groß. Wie viele Sportplätze passen in die Mantelfläche der Pyramide?

Aufgabe 3 (Z)

Ein Fußball besitzt einen Durchmesser von 32 cm. Berechne Oberfläche und Volumen des Fußballs.

Aufgabe 4 (Z)

Der abgebildete Handball besitzt an seiner breitesten Stelle einen Umfang von 60 cm.

a) Wie groß sind Oberfläche und Volumen des Balls?
b) Um wie viel Prozent ist die Oberfläche des Handballs kleiner als die Oberfläche des Fußballs in Aufgabe 3?

Bettner / Dinges: Mathe an Stationen. Klasse 10
© Auer Verlag – AAP Lehrerfachverlage GmbH, Donauwörth

Station 10

Name: ____________________

Volumen mit Tabellenkalkulationssoftware berechnen

Körperberechnungen

Startet am Computer die Tabellenkalkulationssoftware.

Aufgabe (Z)

a) Tippe zunächst die rechts abgebildete Tabelle in die Software.

	A	B
1	**Volumen Kugel**	
2		
3	Radius r in cm	Volumen der Kugel in cm^3
4	7	
5	13	
6	23,5	

b) Lass den Computer die einzelnen Volumen-Werte in der Tabelle berechnen. Dabei handelt es sich um die Zellen B4 bis B6.
Tipp: Damit die Software rechnet, musst du in die entsprechende Zelle klicken und eine Formel eingeben. Jede Formel beginnt immer mit einem Gleichheitszeichen (=). Anschließend muss die Rechenanweisung angegeben werden.
Das „Hochzeichen“ ^ findest du auf der Tastatur links oben.

c) Tippe die unten stehende Tabelle in ein neues Tabellenblatt.

	A	B	C
1	**Volumen Pyramide**		
2			
3	Seitenkante a in cm	Körperhöhe h_k in cm	Volumen Pyramide in cm^3
4	4	6	
5	9	14	
6	33,4	28	

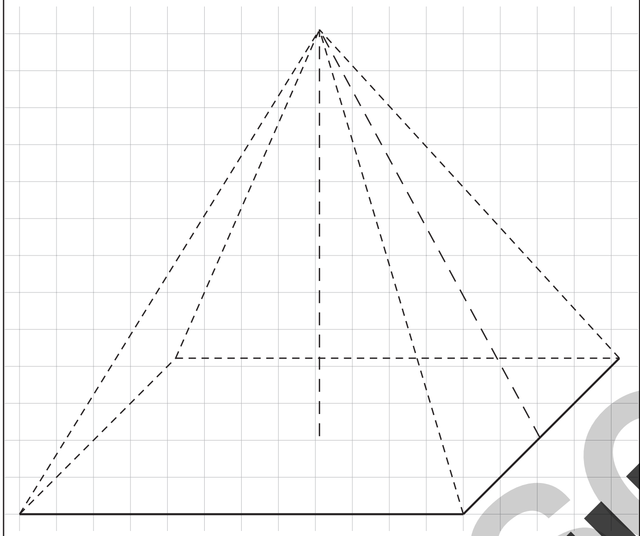
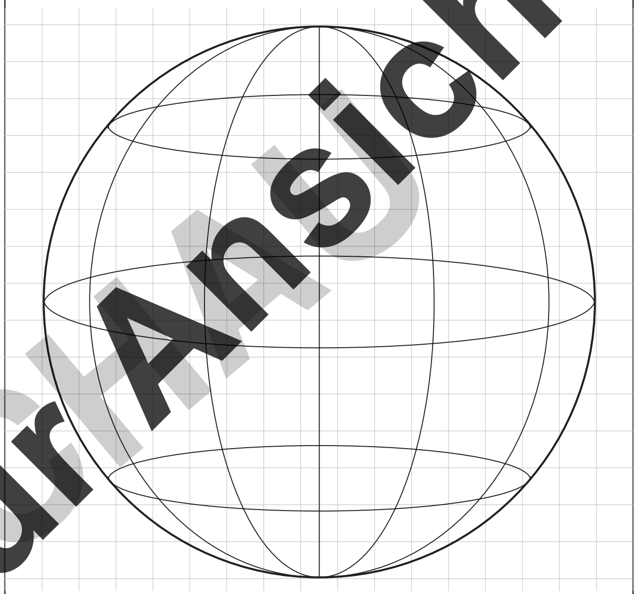
d) Lass den Computer die einzelnen Volumen-Werte in der Tabelle berechnen. Dabei handelt es sich um die Zellen C4 bis C6.

Name:

Steckbriefe für Körper

Aufgabe (R)

Erstelle zu jedem Körper einen Steckbrief.
Beschrifte das Bild mit den entsprechenden Größenangaben (r, h_s, h_k, a …). Schreibe die wichtigsten Eigenschaften der Körper auf und notiere für beide Körper die jeweilige Formel für Oberfläche und Volumen.

Quadratische Pyramide	Kugel
	

Lernkontrolle

Name: ____________________

Körperberechnungen

Allgemeiner Hinweis: Immer wenn der Begriff „Pyramide“ auftaucht, ist eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche gemeint.

Aufgabe 1 (R)

Notiere die Eigenschaften der Körper in der Tabelle.

Körper	Anzahl der Ecken	Anzahl der Flächen	Anzahl der Kanten
Pyramide			
Kugel			

Aufgabe 2 (R)

Notiere jeweils die Formeln für die Berechnung von Oberfläche und Volumen.

$O_{Pyramide}$ = ____________________ $V_{Pyramide}$ = ____________________

O_{Kugel} = ____________________ V_{Kugel} = ____________________

Aufgabe 3 (R)

Bestimme Volumen und Oberfläche der Pyramiden.

a) $a = 11$ cm; $h_k = 8{,}9$ cm; $h_s = 10{,}5$ cm
b) $a = 20$ dm; $h_k = 22$ dm

Aufgabe 4 (R)

Bestimme Volumen und Oberfläche der Kugeln.

a) $r = 17$ cm
b) $d = 6$ dm

Körperberechnungen

Name:

Aufgabe 5 (V)

Kreuze die richtige Aussage an. Was passiert, wenn …

a) sich der Radius der Kugel verdoppelt?

- ☐ Die Oberfläche verdoppelt sich.
- ☐ Die Oberfläche verachtfacht sich.
- ☐ Die Oberfläche vervierfacht sich.

b) sich die Grundkante der Pyramide verdreifacht?

- ☐ Das Volumen verdreifacht sich.
- ☐ Das Volumen versechfacht sich.
- ☐ Das Volumen verneunfacht sich.

Aufgabe 6 (Z)

Eine pyramidenförmige Süßigkeitenverpackung besitzt eine Seitenkantenlänge von 7 cm. Die Körperhöhe beträgt 10 cm.

a) Wie viel Volumen fasst die Verpackung?
b) Wie viel cm^2 Verpackungsmaterial wird benötigt, wenn mit 10 % Verschnitt gerechnet werden muss?

Aufgabe 7 (Z)

Die Lunge einer erwachsenen Person besitzt ca. $4 \cdot 10^8$ Lungenbläschen. Ein kugelförmiges Lungenbläschen besitzt einen Radius von 0,1 mm.

a) Wie groß ist die Oberfläche eines Lungenbläschens?
b) Wie groß ist die Gesamtoberfläche aller Lungenbläschen eines erwachsenen Menschen?

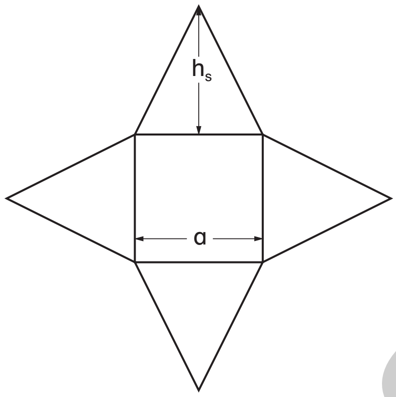
Station 1: Eigenschaften der Pyramide
Seite 23

Pyramide mit quadratischer Grundfläche	
Anzahl der Ecken	5
Anzahl der Flächen	5
Anzahl der Kanten	8
Körperhöhe h_k in cm	4,4
Seitenhöhe der Dreiecke in cm	5,4

Station 2: Oberflächenformel der Pyramide herleiten
Seite 25

a) Die Pyramide besteht aus fünf Teilflächen. Dies sind vier gleich große Dreiecke und ein Quadrat.

b)



c) a^2

d) $\frac{1}{2}ah_s$

e) $O_{Pyramide} = a^2 + a \cdot h_s \cdot 2$

Station 3: Oberflächen von Pyramiden berechnen
Seite 26

a) 340 cm^2 **b)** 2816 dm^2 **c)** 20800 mm^2 **d)** 10,8 m^2
e) 1400 cm^2 **f)** 38400 mm^2 **g)** 426,81 dm^2 **h)** 317055 mm^2

Lösungswort: Einstein

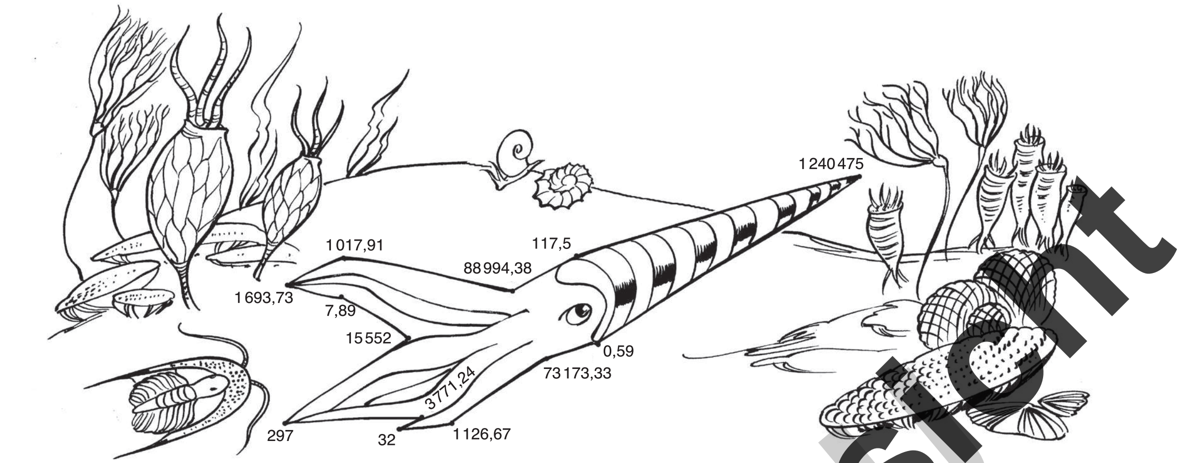
Station 4: Volumenformel der Pyramide herleiten
Seite 27

a) Die Grundfläche (Grundkanten) und die Körperhöhe sind gleich groß.
b) $G \cdot h$
c) 3-mal
d) 3-mal
e) $\frac{1}{3}a^2h_k$

Station 5: Volumen von Pyramiden berechnen

Seite 28

a) 32 cm³ **b)** 1 126, 67 cm³ **c)** 73 173,33 mm³ **d)** 0,59 dm³ **e)** 1 240 475 mm³
f) 117,5 cm³ **g)** 88 994,38 dm³ **h)** 1 017,91 cm³ **i)** 1 693,73 mm³ **j)** 7,89 cm³
k) 15 552 dm³ **l)** 297 m³ **m)** 3 771,24 m³



Station 6: Volumenformel der Kugel herleiten

Seite 29

a) 2-mal

b) 2-mal

c) $\frac{1}{3}\pi r^3$

d) $\frac{1}{3}\pi r^3 \cdot 2 = \frac{2}{3}\pi r^3$

e) $\frac{1}{3}\pi r^3 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{4}{3}\pi r^3$

Station 7: Kugelgrößen im Kreuzzahlrätsel

Seite 30

a) O = 78,54 cm²; V = 65,45 cm³
b) O = 1 809,56 dm²; V = 7 238,23 dm³
c) O = 804,25 cm²; V = 2 144,66 cm³
d) O = 16 268,02 cm²; V = 195 432,2 cm³
e) O = 452,39 cm²; V = 904,78 cm³
f) O = 61 575,22 cm²; V = 1 436 755,04 cm³
g) O = 785 398,16 cm²; V = 65 449 846,95 cm³

				g)^{O}																									
				7					f)^{V}												e)^{O}								
				8				d)^{V}	1	9	5	4	3	2	,	2	0	g)^{V}			4								
				5		a)^{V}			4									6			5					d)^{O}			
				3		6			3				f)^{O}	6	1	5	7	5	,	2	2					1			
b)^{O}	1	8	0	9	,	5	6		6			c)^{O}						4			,					6			
				8		,		b)^{V}	7	2	3	8	,	2	3			4			3					2			
	a)^{O}	7	8	,	5	4			5			0						9		e)^{V}	9	0	4	,	7	8			
				1		5			5			4						8								6			
				6					,			,						4								,			
									0		c)^{V}	2	1	4	4	,	6	6								0			
									4			5						,								2			
																		9											
																		5											

Bettner / Dinges: Mathe an Stationen. Klasse 10

Station 8: Was passiert, wenn … Seite 31

a) ☒ Die Oberfläche vervierfacht sich.
b) ☒ Das Volumen verachtfacht sich.
c) ☒ Das Volumen versechzehnfacht sich.

Station 9: Anwendungsaufgaben Seite 32

1.
a) $5\text{ m} \cdot \frac{14\text{ m}}{2} \cdot 4 = 140\text{ m}^2$; $140\text{ m}^2 \cdot 1{,}1 = 154\text{ m}^2$. Es werden 154 m² Schiefer benötigt.
b) $154 \cdot 120\text{ €} = 18\,480\text{ €}$. Es müssen 18 480 € bezahlt werden.

2.
a) $V = 52\,900\text{ m}^2 \cdot \frac{147\text{ m}}{3} = 2\,592\,100\text{ m}^3$. Das Volumen der Pyramide beträgt 2 592 100 m³.
b) $a = \sqrt{52\,900\text{ m}^2} = 230\text{ m}$
$\left(\frac{230}{2}\right)^2 + 147^2 = h_s^2$; $h_s = 186{,}64\text{ m}$
$M = 186{,}64\text{ m} \cdot 230 : 2 \cdot 4 = 85\,854{,}4\text{ m}^2$
Die Manteloberfläche ist 85 854,4 m² groß.
c) Sportplatzgröße $= 90\text{ m} \cdot 40\text{ m} = 3\,600\text{ m}^2$
$85\,854{,}4 : 3\,600 = 23{,}85$. Es passen 23 Sportplätze in die Mantelfläche der Pyramide.

3.
$V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (32\text{ cm})^3 = 17\,157{,}28\text{ cm}^3$
$O = \pi \cdot (32\text{ cm})^2 = 3\,216{,}99\text{ cm}^2$
Das Volumen des Fußballs beträgt 17 157,28 cm³, die Oberfläche ist 3 216,99 cm² groß.

4.
a) Das Volumen des Handballs beträgt 3 648,37 cm³ und die Oberfläche ist 1 146,08 cm² groß.
b) Die Oberfläche des Handballs ist 64 % kleiner als der Fußball.

Station 10: Volumen mit Tabellenkalkulationssoftware berechnen Seite 33

b) Lösungszahlen

	A	B
1	**Volumen Kugel**	
2		
3	Radius r in cm	Volumen der Kugel in cm³
4	7	1 436,75504
5	13	9 202,77208
6	23,5	54 361,59568

Lösungsformeln

	A	B
1	**Volumen Kugel**	
2		
3	Radius r in cm	Volumen der Kugel in cm³
4	7	=4/3*PI()*A4^3
5	13	=4/3*PI()*A5^3
6	23,5	=4/3*PI()*A6^3

d) Lösungszahlen

	A	B	C
1	**Volumen Pyramide**		
2			
3	Seitenkante a in cm	Körperhöhe hk in cm	Volumen Pyramide in cm³
4	4	6	32
5	9	14	378
6	33,4	28	10 411,89333

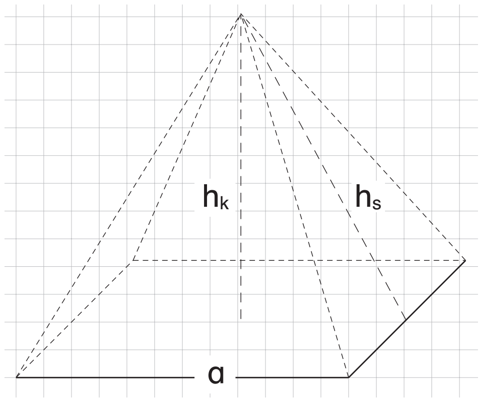
Lösungsformeln

	A	B	C
1	**Volumen Pyramide**		
2			
3	Seitenkante a in cm	Körperhöhe hk in cm	Volumen Pyramide in cm³
4	4	6	=A4^2*B4/3
5	9	14	=A5^2*B5/3
6	33,4	28	=A6^2*B6/3

Station 11: Steckbriefe für Körper

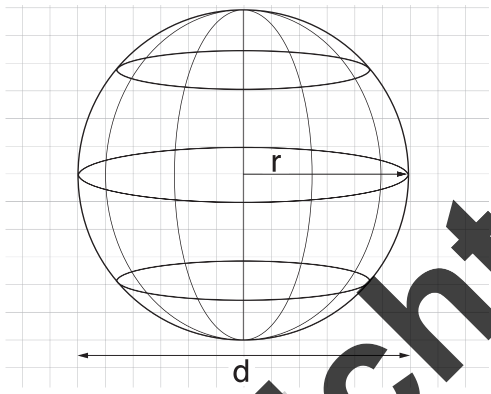
Seite 34

Quadratische Pyramide



Der Körper besitzt eine quadratische Grundfläche. Der Mantel besteht aus vier gleichschenkligen Dreiecken. Der Körper besitzt fünf Flächen, fünf Ecken und acht Kanten.
Oberfläche = $a^2 + a \cdot h_s \cdot 2$
Volumen = $\frac{1}{3}a^2h_k$

Kugel



Der Körper besitzt eine gekrümmte Fläche. Er besitzt keine Ecken und keine Kanten.
Oberfläche = $4\pi r^2$
Volumen = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Lernkontrolle: Körperberechnungen

Seite 35

1.

Körper	Anzahl Ecken	Anzahl Flächen	Anzahl Kanten
Pyramide	**5**	**5**	**8**
Kugel	**0**	**1**	**0**

2.
$O_{Pyramide} = a^2 + a \cdot h_s \cdot 2$
$V_{Pyramide} = \frac{1}{3}a^2h_k$
$O_{Kugel} = 4\pi r^2$
$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$

3.
a) O = 352 cm²; V = 358,97 cm³
b) O = 1 366,64 dm²; V = 2 933,33 dm³

4.
a) O = 3 631,68 cm²; V = 20 579,53 cm³
b) O = 113,1 dm²; V = 113,1 dm³

5.
a) ☒ Die Oberfläche vervierfacht sich.
b) ☒ Das Volumen verneunfacht sich.

6.
a) Die Verpackung fasst ein Volumen von 163,33 cm³.
b) Es werden 217,1 cm² Verpackungsmaterial benötigt.

7.
a) Die Oberfläche eines Lungenbläschens ist 0,13 mm² groß.
b) Die Gesamtoberfläche beträgt 52 000 000 mm². Das sind 52 m².