# Download

Otto Mayr

# Hausaufgaben: Quadratische Funktionen

## Üben in drei Differenzierungsstufen



Downloadauszug
aus dem Originaltitel:

# Hausaufgaben: Quadratische Funktionen

## Üben in drei Differenzierungsstufen

★ **1. Berechne nach den binomischen Formeln.**

a) $(x + 4)(x + 4)$ b) $(6 + c)^2$ c) $(a + 3)(a + 3)$
d) $(b - 1)(b - 1)$ e) $(y - 7)^2$ f) $(5 - f)(5 - f)$
g) $(a + b)(a - b)$ h) $x^2 - y^2$ i) $(2 + c)(2 - c)$

★ **2. Notiere vollständig.**

a) $(a + 6)^2 = a^2 + \_\_\_\_ + 36$ b) $(7 + x)^2 = \_\_\_ + 14x + x^2$
c) $(x + y)(\_\_\_\_) = x^2 - y^2$ d) $(\_\_ + 4)(\_\_ - 4) = b^2 - 16$
e) $(\_\_\_\_)^2 = c^2 - 6c + 9$ f) $(\_\_ - m)^2 = \_\_\_ - 26m + \_\_\_$

★★ **3. Schreibe mit Klammern.**

a) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ b) $16a^2 + 4ab + \frac{1}{4}b^2$ c) $2{,}25x^2 - 6x + 4$
d) $e^2 + ef - ef - f^2$ e) $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{1}{4}b^2$ f) $1{,}44x^2 - 12xr + 25r^2$

★★ **4. Hier sind Fehler enthalten.**

Berichtige.

a) $x^2 + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{16}y^2 = \left(x + \frac{1}{4}y\right)^2$

b) $(a + f)(a - f) = a^2 + f^2$

c) $(7a - 2b)^2 = 49a^2 + 28ab + 4b^2$

d) $\left(\frac{1}{2}a^2 + 4y\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 + 4ay + 16y^2$

e) $(\sqrt{3} + 7x)^2 = 3 + 14\sqrt{3} + 49x^2$

f) $(a^3 + b^{-4})^2 = a^6 + 2a^3b^{-4} + b^{-8}$

*Es gibt 4 Fehler.*

★★ **5. Die Gemeinde Berghofen bietet im Neubeugebiet u. a. ein quadratisches Baugrundstück zum Kauf an.**

Herr Wenzel fragt nach, ob es bei der Planung möglich wäre, das Grundstück auf jeder Seite um 2 Meter zu verlängern, weil er gerne ein großes Grundstück erwerben möchte. Diese Verlängerung würde 124 m² zusätzliche Grundstücksfläche bedeuten.
a) Wie groß war das ursprüngliche Grundstück?
b) Wie viel muss er für das Grundstück bezahlen, wenn die Gemeinde für den Quadratmeter 120 € verlangt?

★★★ **6. Löse die Gleichungen.**

a) $\left(\sqrt{2}x^2 + \frac{1}{4}\right)^2 + 7x^4 + 0{,}9375$ b) $\left[\left(\frac{1}{2}x - 0{,}5y\right)^2\right] \cdot 4 + 2xy - 0{,}5y^2$
c) $\left[\left(\sqrt{25} + 0{,}5x\right)\left(\sqrt{25} - 0{,}5x\right)\right] \cdot 2^{-3}$ d) $\left(\sqrt[3]{8} - 8a\right)^2 : 2^{-2}$

**1. Gib den Scheitelpunkt der Funktionen an und trage die Parabeln in das Koordinatensystem ein.**

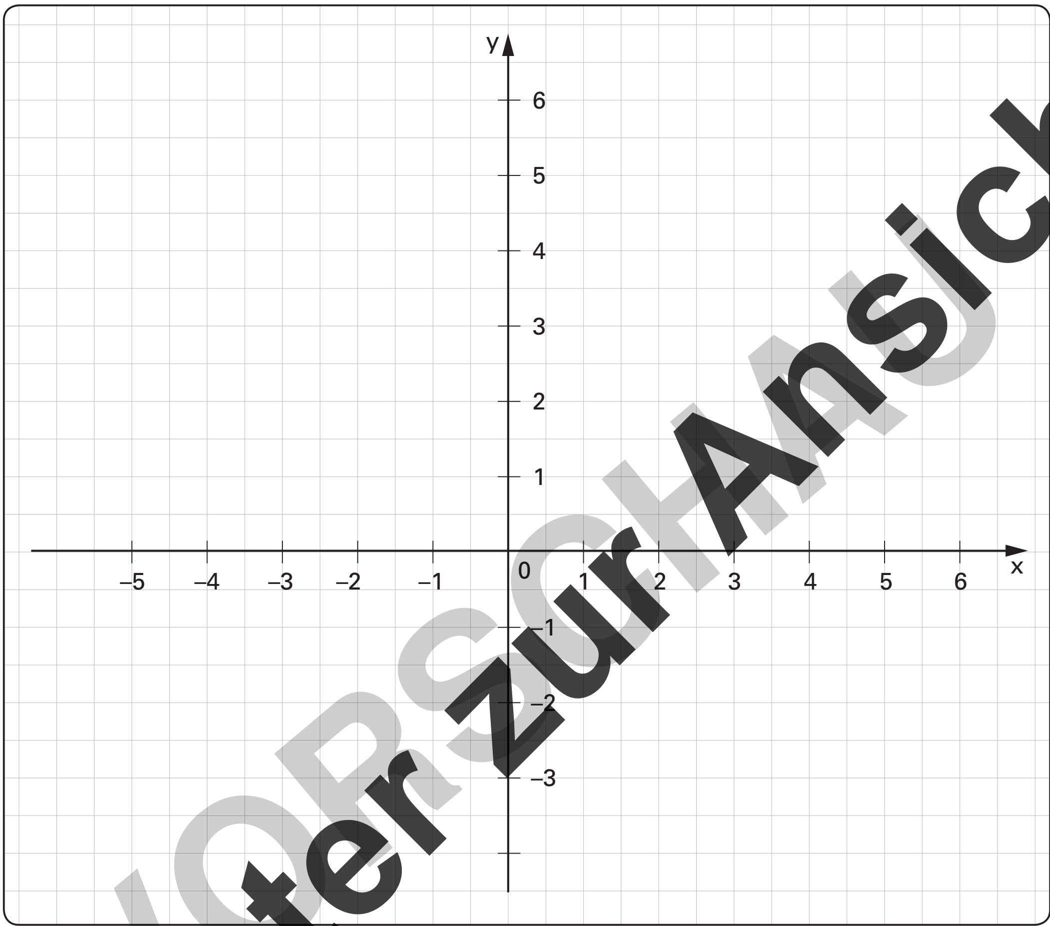
a) $y = x^2$ $S_1$ (____|____)

b) $y = x^2 - 4$ $S_2$ (____|____)

c) $y = (x - 4)^2 + 1$ $S_3$ (____|____)

d) $y = (x + 3)^2 - 2$ $S_4$ (____|____)

*Eine Parabel liegt im 1. Quadranten, eine im 3. Quadranten.*




**2. Erstelle eine Wertetabelle zu folgender Gleichung: $y = (x + 1)^2 - 3$ mit den Werten von –4 bis 2 in Einerschritten.**

Zeichne die Normalparabel in dein Heft.

*Der Scheitelpunkt liegt im 3. Quadranten.*

**3. Welche Funktionsgleichungen haben Normalparabeln mit diesen Scheitelpunkten?**

a) S (0|5)

b) S (4|3)

c) S (7|0)

d) S (–1|–4)

e) S (0|–3)

f) S (–5|2)

g) S (2|–3,5)

h) S (–4,5|0)

**4. Für Mathe-Tüftler: Versuche, die Gleichung $y = x^3$ zu zeichnen.**

Erstelle zunächst eine Wertetabelle von –3 bis +3 in Einerschritten.

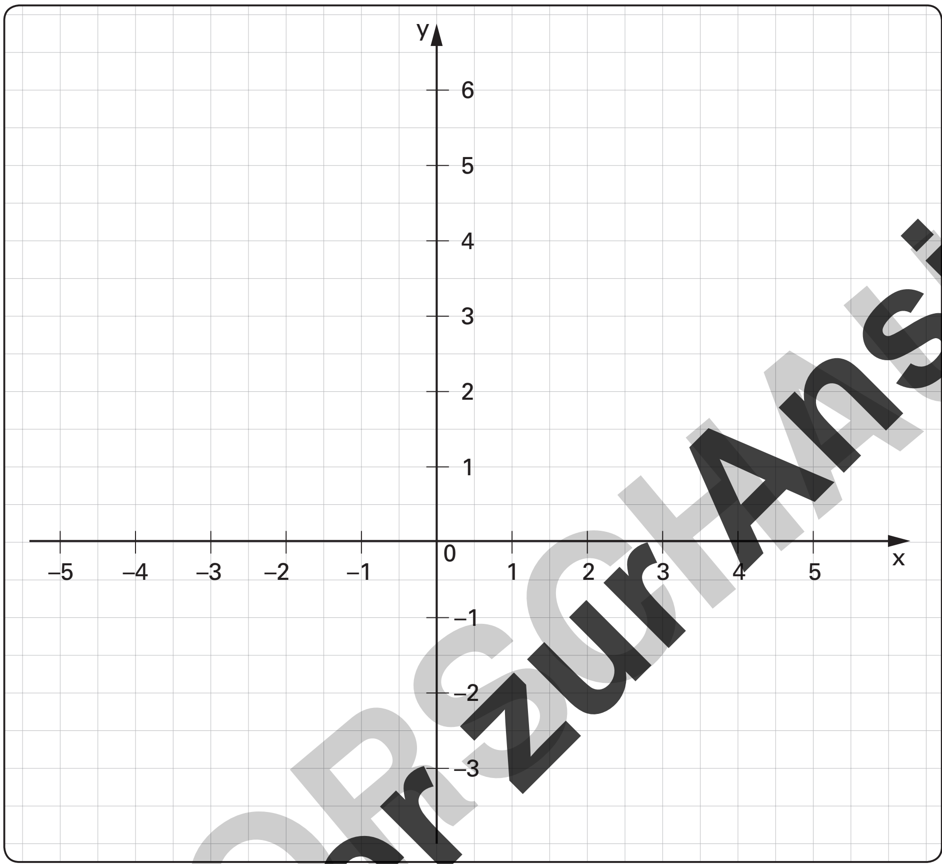
**1.** **Forme die Funktionsgleichung in die Scheitelpunktform um, gib die Koordinaten des Scheitelpunkts an und zeichne die Funktionsgraphen.**

a) $y = x^2 + 2x + 1$ $\qquad$ y = ______________ $\qquad$ $S_1$ (____|____)

b) $y = x^2 - 6x + 9$ $\qquad$ y = ______________ $\qquad$ $S_2$ (____|____)

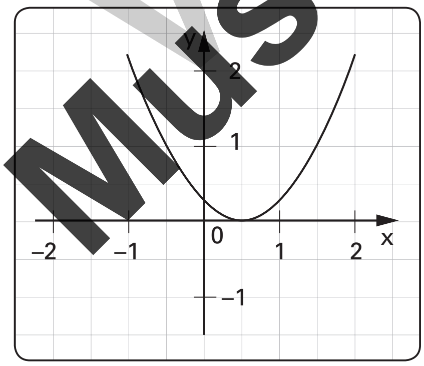
c) $y = x^2 + 5x + 6{,}25 - 2$ $\qquad$ y = ______________ $\qquad$ $S_3$ (____|____)

d) $y = x^2 - 6x + 9 - 4$ $\qquad$ y = ______________ $\qquad$ $S_4$ (____|____)

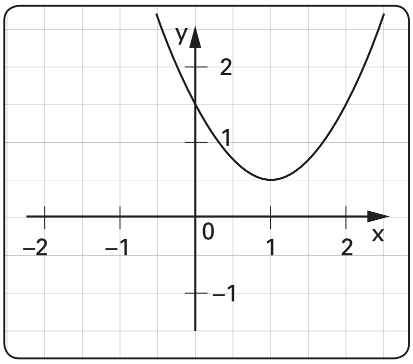



**2.** **Gib die Funktionsgleichungen und die Scheitelpunktformen der folgenden Normalparabeln an.**

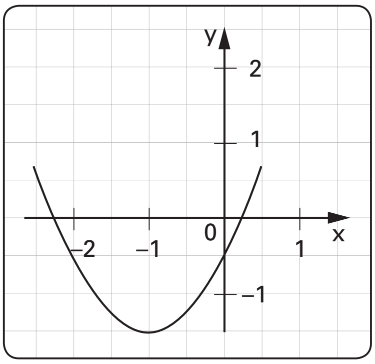
a)




b)




c)




*Lösungen zu 1*

(3|0) (3|–4) (–2,5|–2) (–1|0)

# Scheitelpunkte von Normalparabeln bestimmen

★ **1. Ergänze so, dass eine binomische Formel entsteht.**

a) $x^2 + 2x +$ __ $=$ (____)$^2$  b) $x^2 - 3x +$ ___ $=$ _______

c) $x^2 + 6x +$ __ $=$ (____)$^2$  d) $x^2 - 8x +$ ___ $=$ _______

★★ **2. Bringe die Gleichungen in die Scheitelpunktform.**

Bestimme den Scheitelpunkt und zeichne den Graphen.

a) $y = x^2 + 8x + 18$  b) $y = x^2 - 5x + 2{,}25$

c) $y = x^2 - 10x + 22$  d) $y = x^2 + 3x - 0{,}25$

★★★ **3. Bestimme den Scheitelpunkt der nach unten geöffneten Normalparabel auf zwei verschiedenen Wegen.**

Begründe anschließend, welches Verfahren dir eher entspricht.

$y = -x^2 + 4x - 1$  $y = -x^2 + 4x - 1 \mid \cdot (-1)$

$y = -[x^2 - 4x + 1]$  $-y =$ ____________________

$y =$ ____________________  $-y =$ ____________________

$y =$ ____________________  $-y =$ ____________________

$y =$ ____________________  $-y =$ ____________________

$y =$ ____________________  $y =$ ____________________

$\rightarrow$ S ( ___ | ___ )  $\rightarrow$ S ( ___ | ___ )

Ich bevorzuge den ersten/zweiten Lösungsweg, weil ______________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

______________________________________________________________

★★★ **4. Der Punkt (3|–2) ist der Scheitelpunkt einer nach oben und einer nach unten geöffneten Normalparabel.**

Ergänze die Berechnungen. Zeichne dann die beiden Normalparabeln in ein Koordinatensystem ein.

Nach oben geöffnete Normalparabel, Scheitelpunkt bei (3|–2):

$y = (x - 3)^2 - 2$

____________________

____________________

Nach unten geöffnete Normalparabel, Scheitelpunkt bei (3|–2):

$y = -(x - 3)^2 - 2$

____________________

____________________

____________________

→ *Lösungen zu 4*

Diese Elemente kommen vor:

$x^2$  $-6x$  $-x^2$

$-11$  $+6x$  $7$

★ **1. Gibt es zwei, eine oder keine Lösung?**

Begründe.

a) $0 = x^2 + 3$ b) $0 = (x - 4)^2$

c) $0 = (x + 3)^2 - 6$ d) $0 = (x - 4)^2 - 5$

e) $0 = x^2 - 1$ f) $0 = (x + 8)^2 + 1$

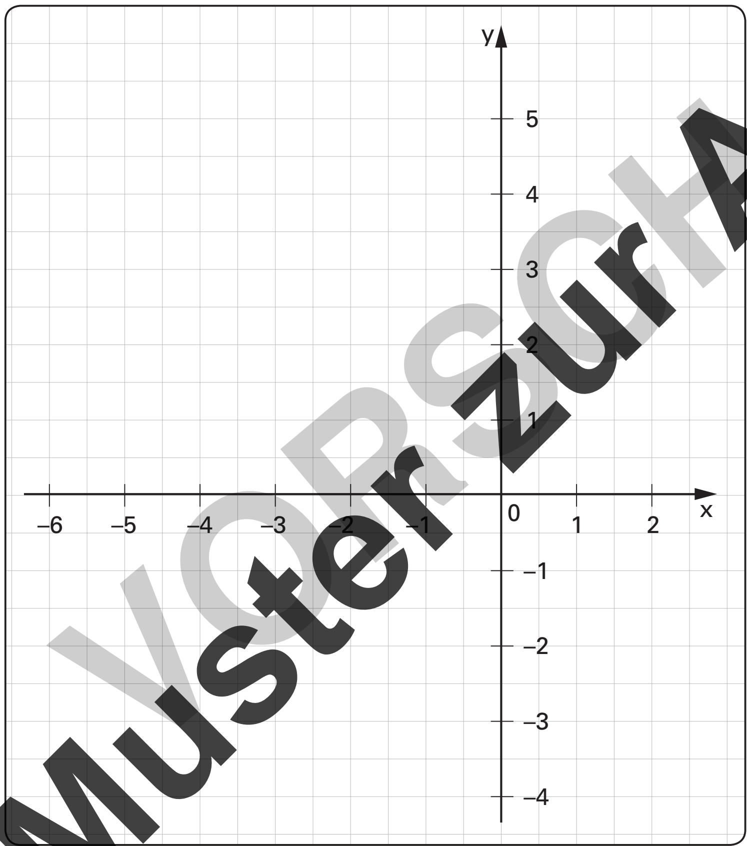
★★ **2. Bringe die folgende quadratische Gleichung in die Scheitelpunktform und löse zeichnerisch.**

Überprüfe die Richtigkeit der Berechnung durch Probe.

$x^2 + 6x - 5 = 0$ → y = ____________

y = ____________

y = ____________ → S ( | )




Einsetzen der beiden Lösungen in die quadratische Gleichung:

$x^2 + 6x + 5 = 0$

$x^2 + 6x - 5 = 0$

Lö { | }

★★★ **3. Löse die quadratischen Gleichungen, indem du jede Seite der Gleichung als Funktion betrachtest. Zeichne sie anschließend in ein Koordinatensystem ein.**

a) $2x^2 = 4x + 6$ b) $4 - 12x = -4x^2$ c) $8x^2 = 16x$

d) $(x - 2)^2 = 3$ e) $x^2 + 1{,}5 = -2x$ f) $-6 = 4x + 2x^2$

*Die x-Werte der Schnittpunkte sind die Lösung der quadratischen Gleichungen!*

★ **1. Löse die folgende Gleichung und überprüfe die Lösung.**

$(a + 5) \cdot (a - 5) = 119 \quad \rightarrow$ ______

______ ______

______ ______

______ $\rightarrow$ ______

______ $\rightarrow$ ______

______ ______

★★ **2. Löse mithilfe der binomischen Formeln.**

a) $x^2 - 16x + 64 = 0{,}49$ b) $a^2 + 6a + 9 = 81$

c) $0{,}2a^2 - 2{,}4a + 7{,}2 = 5$ d) $4y^2 + 20y + 25 = 121$

★★ **3. Löse mithilfe der quadratischen Ergänzung und überprüfe die Lösung durch Probe.**

$x^2 + 12\,x + 20 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + 12x + 20 = 0$

$\rightarrow \quad x^2 + 12x + 20 = 0$

★★ **4. Führe die quadratische Ergänzung durch und löse die Gleichungen.**

a) $0{,}5x^2 + 7x + 20 = 0$ b) $a^2 + 7a = 137{,}8125$ c) $\frac{1}{4}a^2 + 0{,}5a - 168{,}9375 = 0$

d) $0{,}25x^2 + x = 168$ e) $7y^2 - 84y + 252 = 7$ f) $-3x^2 + 18x + 21 = 0$

★★★ **5. Finde den Fehler und berichtige.**

$\left(\frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{4}x^2 + \_\_\_\right) = 4^{-2}$

$\left(\frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$

$\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$

$\left(\frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{4}x^2 + \_\_\right) = 4^{-2}$

______

______

*Lösungen zu 2 – 4*

3|–8 11|1 8,75|–15,75 6|–12 28|–24 –2|–10 7|–1 7|5 –4|–10 8,7|7,3 25,5|–26,5

★ **1. Löse die folgende quadratische Gleichung mit der Lösungsformel und überprüfe deine Rechnung durch Probe.**

$x^2 - 16x - 57 = 0$ → $x^2 - 16x - 57 = 0$

______ ______

______ ______

______ ______

______ ______

______

______ → $x^2 - 16x - 57 = 0$

______ ______

______ ______

______ ______

______ ______

★★ **2. Löse die folgenden Gleichungen mit der Lösungsformel.**

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$ b) $x^2 + 8x = 9$

c) $4x^2 - 24x + 40 = 0$ d) $6{,}5x^2 - 13x = -6{,}5$

e) $-2{,}5 = 1{,}75x + 0{,}5x^2$ f) $3x^2 - 3x = 2{,}25$

*Es gibt drei Besonderheiten.*

★★★ **3. „Gib den Definitionsbereich folgender Bruchgleichung an und bestimme deren Lösungsmenge rechnerisch."**

Das war die Aufgabe. Es hat sich ein Fehler eingeschlichen.

$$\frac{4x}{x-25} - \frac{3(x-25)}{x} = \frac{3(50x-625)}{x(x-25)} + 2 \quad | \cdot x \cdot (x-25) \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{D = \mathbb{R} \,/\, \{0; 25\}}}$$

$$4x \cdot x - (3x - 75)(x - 25) = 150x - 1\,875 + 2 \cdot x \cdot (x - 25)$$

$$4x^2 - 3x^2 + 75x + 75x - 1\,875 = 150x - 1\,875 + 2x^2 - 50x$$

$$\underline{\underline{x^2 - 50x = 0}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-50}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{50}{2}\right)^2}$$

$$x_{1/2} = 25 \pm \sqrt{(-25)^2}$$

$$x_{1/2} = 25 \pm \sqrt{625}$$

$$x_{1/2} = 25 \pm 25$$

$$\underline{\underline{x_1 = 50}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 0}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{L = \{50; 0\}}}$$

→ *Lösungen zu 1 und 2*

19|–3 1|–5 1|–9

1,5|–0,5 1

# Funktionsgleichungen von Parabeln ermitteln

★ **1. Die Punkte A (4|3) und B (1|6) liegen auf einer nach oben geöffneten Normalparabel.**

Ermittle die Funktionsgleichung.

Normalform einer Funktionsgleichung: $y = x^2 + p \cdot x + q$

Werte von Punkt A einsetzen: 3 = ____________________

Gleichung nach q umstellen: ____________________

____________________

Den Wert von q berechnen: ____________________

Zweite Gleichung mit den Koordinaten des Punktes B aufstellen: $y = x^2 + p \cdot x + q$

____________________

Den Wert von q einsetzen: ____________________

Den Wert p berechnen: ____________________

____________________

p = ____________

Den Wert q berechnen: q = ____________________

q = ____________________

q = ____________________

q = ____________

Funktionsgleichung angeben: y = ____________________

★★ **2. Die Punkte E (–0,5|3) und F (2,5|0) liegen auf einer nach unten geöffneten Normalparabel.**

Ermittle die Funktionsgleichung, indem du die Berechnung ergänzt.

$y = -x^2 + px + q$

3 = ____________________

3 = ____________________

____________________

____________________ = q

$y = -x^2 + px + q$

____________________

____________________

____________________

____________________

____________________ = p

q = ____________________

q = ____________________

q = ____________________

q = ____________________

$-x^2 = -(x^2)$, nicht $(-x)^2$!

→ y = ____________________

★ **1. Berechne den Schnittpunkt der quadratischen Funktion $y = x^2 - 4x + 3$ und der linearen Funktion $y = x - 1$.**

Überprüfe anschließend das Ergebnis durch Zeichnung.

*Bestimme den Scheitelpunkt.*

______________________

______________________

______________________

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{1/2} =$ ______________________

$x_{1/2} =$ ______________________

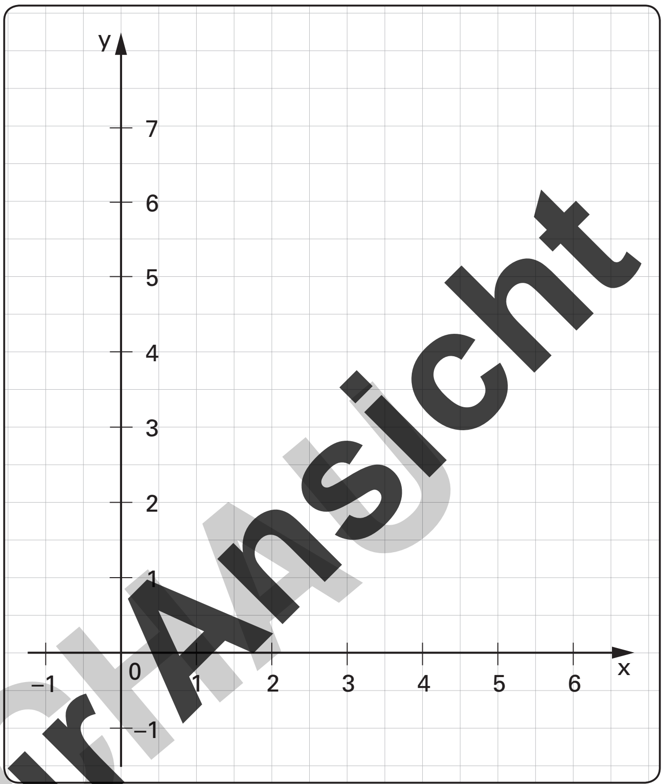
$x_{1/2} =$ ______________________

$x_{1/2} =$ ______________________

$x_{1/2} =$ ______________________

$x_1 =$

$x_2 =$




$x_1$: $y = x - 1$

$x_1$: $y =$ ______________________

$x_1$: $y =$ ______________________

$\rightarrow S_1$ (   |   ); $S_2$ (   |   )

$x_2$: $y = x - 1$

$x_2$: $y =$ ______________________

$x_2$: $y =$ ______________________

$y =$ ______________________

$y =$ ______________________

$y =$ ______________________

$\rightarrow S$ (   |   )

★★ **2. Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S_1$ (1|–4).**

a) Gib die Funktionsgleichung von $p_1$ in der Normalform an.
b) Ermittle rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte $N_1$ und $N_2$ von $p_1$ mit der x–Achse (Nullstellen).
c) Die Punkte A (–2|–3) und B (1|0) liegen auf einer nach unten geöffneten Normalparabel $p_2$. Stelle die Funktionsgleichung von $p_2$ in der Normalform auf.
d) Ermittle die Koordinaten des Scheitelpunkts $S_2$ von $p_2$.
e) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q der beiden Normalparabeln $p_1$ und $p_2$.
f) Zeichne die Graphen von $p_1$ und $p_2$ in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm ein.

→ *Lösungen zu 1 und 2*

| | | |
|---|---|---|
| 4\|3 | 2\|–1 | 0\|1 |
| | –1\|0 | –1\|0 |
| 1\|0 | 3\|0 | 2\|–3 |

# Der Satz des Vieta

**1. Ergänze den Text und nenne den Satz des Vieta.**

Vieta hat erkannt, dass zwischen den Lösungen ____ und ____ einer quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ und den beiden Größen ____ und ____ ein Zusammenhang besteht. Dieser Zusammenhang lässt sich in folgenden Gleichungen darstellen:

__________________ __________________

Mit diesen beiden Sätzen kann man also …

a) überprüfen, ob die Lösungen $x_1$ und $x_2$ ________________________________ stimmen können,

b) aufgrund der beiden Lösungen $x_1$ und $x_2$ __________________________, wenn sie nicht vorliegt.

**2. Ergänze die Tabelle.**

| Gleichung | $x_1$ | $x_2$ | $p = -(x_1 + x_2)$ | $q = x_1 \cdot x_2$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^2 - 4x + 3 = 0$ | 3 | 1 | | |
| $x^2 + x - 12 = 0$ | –4 | 3 | | |
| $x^2 - 14x + 45 = 0$ | 9 | 5 | | |
| $x^2 + 4x + 3 = 0$ | –1 | –3 | | |

**3. Finde mithilfe der Sätze von Vieta die zweite Lösung.**

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$ $x_1 = 5$ $x_2 =$ ____

b) $x^2 - 3x - 28 = 0$ $x_1 = -4$ $x_2 =$ ____

c) $x^2 - 2{,}5x - 1{,}5 = 0$ $x_1 = 3$ $x_2 =$ ____

d) $x^2 + 6{,}5x - 12 = 0$ $x_1 = 1{,}5$ $x_2 =$ ____

**4. Bestimme die unbekannte Zahl p oder q so, dass die quadratische Gleichung die angegebene Lösung hat.**

Bestimme auch die zweite Lösung der Gleichung. Gib dann die vollständige Gleichung an.

a) $x^2 - 10x + q = 0$ $x_1 = 4$; $x_2 =$ ____________ ______________

b) $x^2 + px + 15 = 0$ $x_1 = -5$; $x_2 =$ ____________ ______________

c) $x^2 - 6x - q = 0$ $x_1 = 7$; $x_2 =$ ____________ ______________

d) $x^2 - px + 35 = 0$ $x_1 = 5$; $x_2 =$ ____________ ______________

**5. Ermittle die Lösungen der Gleichungen aus p und q durch Probieren.**

a) $x^2 + 12x + 32 = 0$ b) $x^2 + 3x - 6{,}75$ c) $x^2 + 2x + 2 = 0$

*Lösungen zu 3 und 4*

–8 –3 7 –0,5 –1 7 3 6

## Binomische Formeln

**1.** a) $(x + 4)^2$ b) $36 + 12c + c^2$ c) $(a + 3)^2$
d) $(b - 1)^2$ e) $y^2 - 14y + 49$ f) $(5 - f)^2$
g) $a^2 - b^2$ h) $(x + y)(x - y)$ i) $4 - c^2$

**2.** a) $(a + 6)^2 = a^2 + \underline{\underline{12a}} + 36$ b) $(7 + x)^2 = \underline{\underline{49}} + 14x + x^2$
c) $(x + y)\underline{\underline{(x - y)}} = x^2 - y^2$ d) $(\underline{\underline{b}} + 4)(\underline{\underline{b}} - 4) = b^2 - 16$
e) $\underline{\underline{(c - 3)^2}} = c^2 - 6c + 9$ f) $(\underline{\underline{13}} - m)^2 = \underline{\underline{169}} - 26\,m + \underline{\underline{m^2}}$

**3.** a) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ b) $\left(4a + \frac{1}{2}b\right)^2$ c) $(1{,}5x - 2)^2$
d) $(e + f)(e - f)$ e) $\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right)$ f) $(1{,}2x - 5\,r)^2$

**4.** a) Richtig! ✓
b) $a^2 - f^2$
c) $49a^2 - 28ab + 4b^2$
d) $\frac{1}{4}a^4 + 4a^2y + 16y^2$
e) Richtig! ✓
f) Richtig! ✓

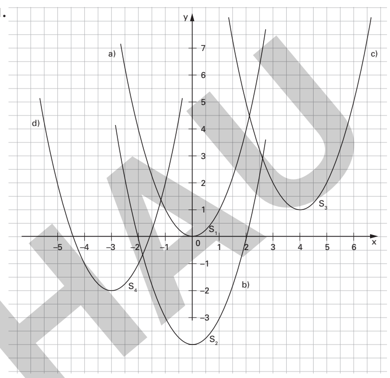
**5.** a)
$$\begin{aligned} (x + 2)^2 &= x^2 + 124 \\ x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 124 \\ x^2 - x^2 + 4x &= 124 - 4 \\ 4x &= 120 \qquad | : 4 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 30}} \qquad \rightarrow \quad \underline{\underline{x^2 = 900\ m^2}} \end{aligned}$$
Das ursprüngliche Grundstück war 900 m².

b) $120\ €/m^2 \cdot 1\,024\ m^2 = \underline{\underline{122\,880\ €}}$
Herr Wenzel muss 122 880 € für das Grundstück bezahlen.

**6.** a) $\left(\sqrt{2}x^2 + \frac{1}{4}\right)^2 + 7x^4 + 0{,}9375 = 2x^4 + \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 + 0{,}0625 + 7x^4 + 0{,}9375 = 9x^4 + \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 + 1$
b) $\left[\left(\frac{1}{2}x - 0{,}5y\right)^2\right] \cdot 4 + 2xy - 0{,}5y^2 = \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}xy + 0{,}25y^2\right) \cdot 4 + 2xy - 0{,}5y^2$
$= x^2 - 2xy + y^2 + 2xy - 0{,}5y^2 = x^2 + 0{,}5y^2$
c) $\left[\left(\sqrt{25} + 0{,}5x\right)\left(\sqrt{25} - 0{,}5x\right)\right] \cdot 2^{-3} = (25 - 0{,}25x^2) \cdot \frac{1}{8} = 3{,}125 - 0{,}03125x^2$
d) $\left[\left(\sqrt[3]{8} - 8a\right)^2\right] : 2^{-2} = (4 - 32a + 64a^2) : \frac{1}{4} = 16 - 128a + 256a^2$

## Normalparabel

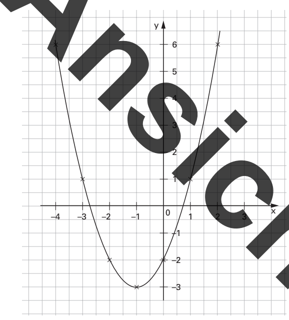
**1.**




a) $y = x^2 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{S_1\ (0|0)}}$ b) $y = x^2 - 4 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{S_2\ (0|-4)}}$
c) $y = (x - 4)^2 + 1 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{S_3\ (4|1)}}$ d) $y = (x + 3)^2 - 2 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{S_4\ (-3|-2)}}$

**2.**
$y = (x + 1)^2 - 3$

| x | –4 | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 6 | 1 | –2 | –3 | –2 | 1 | 6 |

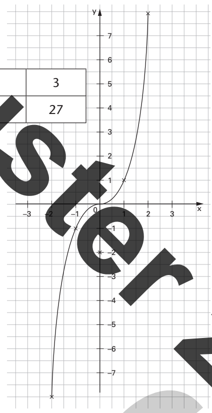


## Normalparabel

**3.** a) $y = x^2 + 5$ b) $y = (x-4)^2 + 3$
c) $y = (x-7)^2$ d) $y = (x+1)^2 - 4$
e) $y = x^2 - 3$ f) $y = (x+5)^2 - 2$
g) $y = (x-2)^2 - 3,5$ h) $y = (x+4,5)^2$

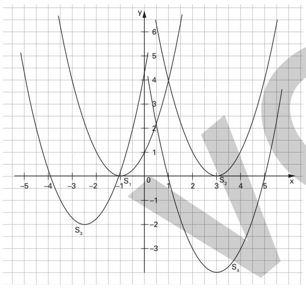
**4.**

| x | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | –27 | –8 | –1 | 0 | 1 | 8 | 27 |



## Scheitelpunktform bei Normalparabeln

**1.** a) $y = x^2 + 2x + 1$ $y = (x+1)^2$ $S_1\,(-1|0)$
b) $y = x^2 - 6x + 9$ $y = (x-3)^2$ $S_2\,(3|0)$
c) $y = x^2 + 5x + 6,25 - 2$ $y = (x+2,5)^2 - 2$ $S_3\,(-2,5|-2)$
d) $y = x^2 - 6x + 9 - 4$ $y = (x-3)^2 - 4$ $S_4\,(3|-4)$




**2.** a) $y = (x-0,5)^2$
$y = x^2 - x + 0,25$
b) $y = (x-1)^2 + 0,5$
$y = x^2 - 2x + 1,5$
c) $y = (x+1)^2 - 1,5$
$y = x^2 + 2x - 0,5$

## Scheitelpunkte von Normalparabeln bestimmen

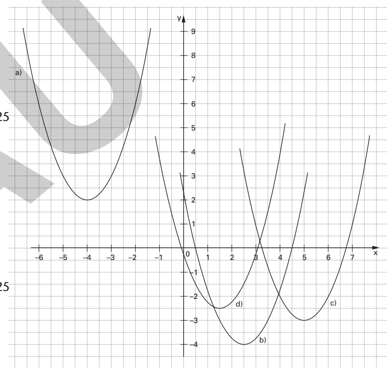
**1.** a) $x^2 + 2x + \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{(x+1)^2}}$ b) $x^2 - 3x + \underline{\underline{2,25}} = \underline{\underline{(x-1,5)^2}}$
c) $x^2 + 6x + \underline{\underline{9}} = \underline{\underline{(x+3)^2}}$ d) $x^2 - 8x + \underline{\underline{16}} = \underline{\underline{(x-4)^2}}$

**2.** a) $y = x^2 + 8x + 18$
$y = (x^2 + 8x + 16) - 16 + 18$
$\underline{\underline{y = (x+4)^2 + 2}}$
$\underline{\underline{\rightarrow\ S\,(-4|2)}}$

b) $y = x^2 - 5x + 2,25$
$y = (x^2 - 5x + 6,25) - 6,25 + 2,25$
$\underline{\underline{y = (x-2,5)^2 - 4}}$
$\underline{\underline{\rightarrow\ S\,(2,5|-4)}}$

c) $y = x^2 - 10x + 22$
$y = (x^2 - 10x + 25) - 25 + 22$
$\underline{\underline{y = (x-5)^2 - 3}}$
$\underline{\underline{\rightarrow\ S\,(5|-3)}}$

d) $y = x^2 + 3x - 0,25$
$y = (x^2 + 3x + 2,25) - 2,25 - 0,25$
$\underline{\underline{y = (x-1,5)^2 - 2,5}}$
$\underline{\underline{\rightarrow\ S\,(1,5|-2,5)}}$




**3.** $y = -x^2 + 4x - 1$
$y = -[x^2 - 4x + 1]$
$y = -[x^2 - 4x + 4 - 4 + 1]$
$y = -[(x^2 - 4x + 4) - 3]$
$y = -[(x-2)^2 - 3]$
$\underline{\underline{y = -(x-2)^2 + 3}}$
$\underline{\underline{\rightarrow\ S\,(2|3)}}$

$y = -x^2 + 4x - 1 \quad | \cdot (-1)$
$-y = x^2 - 4x + 1$
$-y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 1$
$-y = (x^2 - 4x + 4) - 3$
$-y = (x-2)^2 - 3 \quad | \cdot (-1)$
$\underline{\underline{y = -(x-2)^2 + 3}}$
$\underline{\underline{\rightarrow\ S\,(2|3)}}$

**4.** $y = (x-3)^2 - 2$
$y = x^2 - 6x + 9 - 2$
$\underline{\underline{y = x^2 - 6x + 7}}$

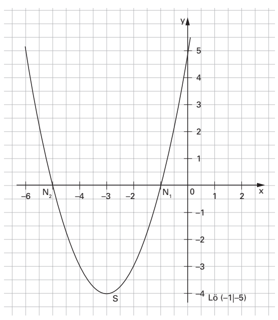
$y = -(x-3)^2 - 2$
$y = -(x^2 - 6x + 9) - 2$
$y = -x^2 + 6x - 9 - 2$
$\underline{\underline{y = -x^2 + 6x - 11}}$

## Quadratische Gleichungen zeichnerisch lösen

**1.** a) $0 = x^2 + 3$ — Keine Lösung: Kein Schnittpunkt mit der x-Achse.
b) $0 = (x - 4)^2$ — Eine Lösung: Ein Schnittpunkt mit der x-Achse.
c) $0 = (x + 3)^2 - 6$ — Zwei Lösungen: Zwei Schnittpunkte mit der x-Achse.
d) $0 = (x - 4)^2 - 5$ — Zwei Lösungen: Zwei Schnittpunkte mit der x-Achse.
e) $0 = x^2 - 1$ — Zwei Lösungen: Zwei Schnittpunkte mit der x-Achse.
f) $0 = (x + 8)^2 + 1$ — Keine Lösung: Kein Schnittpunkt mit der x-Achse.

**2.** $x^2 + 6x - 5 = 0 \rightarrow$

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6\,x + 5 \\ y &= (x^2 + 6x + 9) - 9 + 5 \\ \underline{\underline{y}} &\underline{\underline{= (x + 3)^2 - 4}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{S\,(-3|-4)}} \end{aligned}$$




Einsetzen der beiden Lösungen in die quadratische Gleichung:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 5 &= 0 \\ (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 5 &= 0 \\ 1 - 6 + 5 &= 0 \\ \underline{\underline{0}} &\underline{\underline{= 0}} \\ x^2 + 6x - 5 &= 0 \\ (-5)^2 + 6 \cdot (-5) + 5 &= 0 \\ 25 - 30 + 5 &= 0 \\ \underline{\underline{0}} &\underline{\underline{= 0}} \end{aligned}$$

$\underline{\underline{\text{Lö } \{-1|-5\}}}$

**3.** a)
$$\begin{aligned} 2x^2 &= 4x + 6 && |:2 \\ \underline{\underline{x^2}} &\underline{\underline{= 2x + 3}} && \rightarrow y = x^2;\ y = 2x + 3 \qquad \underline{\underline{\text{Lö } \{-1; 3\}}} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 4 - 12x &= -4x^2 \\ 4x^2 &= 12x - 4 && |:4 \\ \underline{\underline{x^2}} &\underline{\underline{= 3x - 1}} && \rightarrow y = x^2;\ y = 3x - 1 \end{aligned}$$
Lösung nicht eindeutig abzulesen: $\{\approx 2{,}6;\ \approx 0{,}4\}$

c)
$$\begin{aligned} 8x^2 &= 16x && |:8 \\ \underline{\underline{x^2}} &\underline{\underline{= 2x}} && \rightarrow y = x^2;\ y = 2x \qquad \underline{\underline{\text{Lö } \{0; 2\}}} \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} (x - 2)^2 &= 3 \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \\ x^2 &= 4x - 4 + 3 \\ \underline{\underline{x^2}} &\underline{\underline{= 4x - 1}} && \rightarrow y = x^2;\ y = 4x - 1 \end{aligned}$$
Lösung nicht eindeutig abzulesen: $\{\approx 3{,}7;\ \approx 0{,}3\}$

e)
$$\begin{aligned} x^2 + 1{,}5 &= -2x \\ \underline{\underline{x^2}} &\underline{\underline{= -2x - 1{,}5}} && \rightarrow y = x^2;\ y = -2x - 1{,}5 \end{aligned}$$
Keine Lösung!

f)
$$\begin{aligned} -6 &= 4x + 2x^2 \\ -2x^2 &= 4x + 6 && |:(-2) \\ \underline{\underline{x^2}} &\underline{\underline{= -2x - 3}} && \rightarrow y = x^2;\ y = -2x - 3 \end{aligned}$$
Keine Lösung!

## Quadratische Gleichungen rechnerisch lösen – quadratische Ergänzung

**1.**
$$\begin{aligned} (a + 5) \cdot (a - 5) &= 119 \\ a^2 - 25 &= 119 \\ a^2 &= 119 + 25 \\ a^2 &= 144 && |\sqrt{\ } \\ \underline{\underline{a_1}} &\underline{\underline{= 12}} \\ \underline{\underline{a_2}} &\underline{\underline{= -12}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad (12 + 5) \cdot (12 - 5) &= 119 \\ 17 \cdot 7 &= 119 \\ \underline{\underline{119}} &\underline{\underline{= 119}} \\ \rightarrow \quad (-12 + 5)(-12 - 5) &= 119 \\ \rightarrow \quad -7(-17) &= 119 \\ \underline{\underline{119}} &\underline{\underline{= 119}} \end{aligned}$$

**2.** a)
$$\begin{aligned} x^2 - 16x + 64 &= 0{,}49 \\ (x - 8)^2 &= 0{,}49 && |\sqrt{\ } \\ x - 8 &= \pm 0{,}7 \\ x_1 &= 0{,}7 + 8 \\ \underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 8{,}7}} \\ x_2 &= -0{,}7 + 8 \\ \underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= 7{,}3}} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} a^2 + 6a + 9 &= 81 \\ (a + 3)^2 &= 81 && |\sqrt{\ } \\ a + 3 &= \pm 9 \\ a_1 &= 9 - 3 \\ \underline{\underline{a_1}} &\underline{\underline{= 6}} \\ a_2 &= -9 - 3 \\ \underline{\underline{a_2}} &\underline{\underline{= -12}} \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 0{,}2a^2 - 2{,}4a + 7{,}2 &= 5 && |:0{,}2 \\ a^2 - 12a + 36 &= 25 \\ (a - 6)^2 &= 25 && |\sqrt{\ } \\ a - 6 &= \pm 5 \\ a_1 &= 5 + 6 \\ \underline{\underline{a_1}} &\underline{\underline{= 11}} \\ a_2 &= -5 + 6 \\ \underline{\underline{a_2}} &\underline{\underline{= 1}} \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 4y^2 + 20y + 25 &= 121 && |:4 \\ y^2 + 5y + 6{,}25 &= 30{,}25 \\ (y + 2{,}5)^2 &= 30{,}25 && |\sqrt{\ } \\ y + 2{,}5 &= \pm 5{,}5 \\ y_1 &= 5{,}5 - 2{,}5 \\ \underline{\underline{y_1}} &\underline{\underline{= 3}} \\ y_2 &= -5{,}5 - 2{,}5 \\ \underline{\underline{y_2}} &\underline{\underline{= -8}} \end{aligned}$$

**3.**
$$\begin{aligned} x^2 + 12x + 20 &= 0 \\ x^2 + 12x + 36 - 36 + 20 &= 0 \\ (x + 6)^2 - 16 &= 0 \\ (x + 6)^2 &= 16 && |\sqrt{\ } \\ x + 6 &= \pm 4 \\ x_1 &= 4 - 6 \\ \underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= -2}} \\ x_2 &= -4 - 6 \\ \underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad x^2 + 12x + 20 &= 0 \\ (-2)^2 + 12 \cdot (-2) + 20 &= 0 \\ 4 - 24 + 20 &= 0 \\ \underline{\underline{0}} &\underline{\underline{= 0}} \\ \rightarrow \quad x^2 + 12x + 20 &= 0 \\ (-10)^2 + 12 \cdot (-10) + 20 &= 0 \\ 100 - 120 + 20 &= 0 \\ \underline{\underline{0}} &\underline{\underline{= 0}} \end{aligned}$$

**4.** a)
$$\begin{aligned} 0{,}5x^2 + 7x + 20 &= 0 && |\cdot 2 \\ x^2 + 14x + 40 &= 0 \\ (x^2 + 14x + 49) - 49 + 40 &= 0 \\ (x^2 + 14x + 49) &= 49 - 40 \\ (x^2 + 14x + 49) &= 9 \\ (x + 7)^2 &= 9 && |\sqrt{\ } \\ x + 7 &= \pm 3 \\ x_1 &= 3 - 7 \\ \underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= -4}} \\ x_2 &= -3 - 7 \\ \underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -10}} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} a^2 + 7a &= 137{,}8125 \\ (a^2 + 7a + 12{,}25) - 12{,}25 &= 137{,}8125 \\ (a + 3{,}5)^2 &= 137{,}8125 + 12{,}25 \\ (a + 3{,}5)^2 &= 150{,}0625 && |\sqrt{\ } \\ a + 3{,}5 &= \pm 12{,}25 \\ a_1 &= 12{,}25 - 3{,}5 \\ \underline{\underline{a_1}} &\underline{\underline{= 8{,}75}} \\ a_2 &= -12{,}25 - 3{,}5 \\ \underline{\underline{a_2}} &\underline{\underline{= -15{,}75}} \end{aligned}$$

## Quadratische Gleichungen rechnerisch lösen – quadratische Ergänzung

c)
$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{4}a^2 + 0{,}25a - 168{,}9375 &= 0 \\
\left(\tfrac{1}{4}a^2 + \tfrac{1}{4}a + \tfrac{1}{16}\right) - \tfrac{1}{16} &= 168{,}9375 \\
\left(\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{4}\right)^2 &= 168{,}9375 + 0{,}0625 \\
\left(\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{4}\right)^2 &= 169 && |\sqrt{\ } \\
\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{4} &= \pm 13 && |\cdot 2 \\
a + 0{,}5 &= \pm 26 \\
a_1 &= 26 - 0{,}5 \\
\underline{\underline{a_1}} &\underline{\underline{= 25{,}5}} \\
a_2 &= -26 - 0{,}5 \\
\underline{\underline{a_2}} &\underline{\underline{= -26{,}5}}
\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}
0{,}25x^2 - x &= 168 && |\cdot 4 \\
x^2 - 4x &= 672 \\
(x^2 - 4x + 4) - 4 &= 672 \\
(x^2 - 4x + 4) &= 672 + 4 \\
(x - 2)^2 &= 676 && |\sqrt{\ } \\
x - 2 &= \pm 26 \\
x_1 &= 26 + 2 \\
\underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 28}} \\
x_2 &= -26 + 2 \\
\underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -24}}
\end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned}
7y^2 - 84y + 252 &= 7 && |:7 \\
y^2 - 12y + 36 &= 1 \\
(y - 6)^2 &= 1 && |\sqrt{\ } \\
y - 6 &= \pm 1 \\
y_1 &= 1 + 6 \\
\underline{\underline{y_1}} &\underline{\underline{= 7}} \\
y_2 &= -1 + 6 \\
\underline{\underline{y_2}} &\underline{\underline{= 5}}
\end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned}
-3x^2 + 18x + 21 &= 0 && |:(-3) \\
x^2 - 6x - 7 &= 0 \\
(x^2 - 6x + 9) - 9 - 7 &= 0 \\
(x^2 - 6x + 9) - 16 &= 0 \\
(x - 3)^2 &= 16 && |\sqrt{\ } \\
x - 3 &= \pm 4 \\
x_1 &= 4 + 3 \\
\underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 7}} \\
x_2 &= -4 + 3 \\
\underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -1}}
\end{aligned}$$

**5.**
$$\begin{aligned}
\left(\tfrac{1}{16}x^4 - \tfrac{1}{4}x^2 + \underline{\quad\quad}\right) &= 4^{-2} \\
\left(\tfrac{1}{16}x^4 - \tfrac{1}{4}x^2 + \tfrac{1}{16}\right) - \tfrac{1}{16} &= \tfrac{1}{16} \\
\underline{\underline{\left(\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{4}\right)^2 = \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{16}}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\tfrac{1}{16}x^4 - \tfrac{1}{4}x^2 + \underline{\quad\quad}\right) &= 4^{-2} \\
\left(\tfrac{1}{16}x^4 - \tfrac{1}{4}x^2 + \tfrac{1}{4}\right) - \tfrac{1}{4} &= \tfrac{1}{16} \\
\underline{\underline{\left(\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{2}\right)^2 = \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{4}}}
\end{aligned}$$

## Quadratische Gleichungen rechnerisch lösen – Lösungsformel

**1.**
$$\begin{aligned}
x^2 - 16x - 57 &= 0 \\
x_{1/2} &= -\tfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{p}{2}\right)^2 - q} \\
x_{1/2} &= --\tfrac{16}{2} \pm \sqrt{\left(-\tfrac{16}{2}\right)^2 - -57} \\
x_{1/2} &= 8 \pm \sqrt{(-8)^2 + 57} \\
x_{1/2} &= 8 \pm \sqrt{64 + 57} \\
x_{1/2} &= 8 \pm \sqrt{121} \\
x_{1/2} &= 8 \pm 11 \\
x_1 &= 8 + 11 \\
\underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 19}} \\
x_2 &= 8 - 11 \\
\underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -3}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow \quad x^2 - 16x - 57 &= 0 \\
19^2 - 16 \cdot 19 - 57 &= 0 \\
361 - 304 - 57 &= 0 \\
\underline{\underline{0 = 0}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow \quad x^2 - 16\,x - 57 &= 0 \\
(-3)^2 - 16 \cdot (-3) - 57 &= 0 \\
9 + 48 - 57 &= 0 \\
\underline{\underline{0 = 0}}
\end{aligned}$$

**2.** a)
$$\begin{aligned}
x^2 + 4x - 5 &= 0 \\
x_{1/2} &= -\tfrac{4}{2} \pm \sqrt{\left(-\tfrac{4}{2}\right)^2 - -5} \\
x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{4 + 5} \\
x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{9} \\
x_{1/2} &= -2 \pm 3 \\
x_1 &= -2 + 3 \\
\underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 1}} \\
x_2 &= -2 - 3 \\
\underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -5}}
\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}
x^2 + 8x &= 9 \\
x^2 + 8x - 9 &= 0 \\
x_{1/2} &= -\tfrac{8}{2} \pm \sqrt{\left(-\tfrac{8}{2}\right)^2 - -9} \\
x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{(-4)^2 + 9} \\
x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{16 + 9} \\
x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{25} \\
x_{1/2} &= -4 \pm 5 \\
x_1 &= -4 + 5 \\
\underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 1}} \\
x_2 &= -4 - 5 \\
\underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -9}}
\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}
4x^2 - 24x + 40 &= 0 && |:4 \\
x^2 - 6x + 10 &= 0 \\
x_{1/2} &= --\tfrac{6}{2} \pm \sqrt{\left(-\tfrac{6}{2}\right)^2 - 10} \\
x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 10} \\
x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{9 - 10} \\
x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{-1}
\end{aligned}$$
$\underline{\underline{\rightarrow \quad \text{Keine Lösung!}}}$

d)
$$\begin{aligned}
6{,}5x^2 - 13x + 6{,}5 &= 0 && |:6{,}5 \\
x^2 - 2x + 1 &= 0 \\
x_{1/2} &= --\tfrac{2}{2} \pm \sqrt{\left(-\tfrac{2}{2}\right)^2 - 1} \\
x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1} \\
x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1 - 1} \\
x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{0} \\
\underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 1}}
\end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned}
-2{,}5 &= 1{,}75\,x + 0{,}5x^2 \\
-0{,}5x^2 - 1{,}75x - 2{,}5 &= 0 && |\cdot -2 \\
x^2 + 3{,}5x + 5 &= 0 \\
x_{1/2} &= -\tfrac{3{,}5}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{3{,}5}{2}\right)^2 - 5} \\
x_{1/2} &= -1{,}75 \pm \sqrt{(1{,}75)^2 - 5} \\
x_{1/2} &= -1{,}75 \pm \sqrt{3{,}0625 - 5} \\
x_{1/2} &= -1{,}75 \pm \sqrt{-1{,}9375}
\end{aligned}$$
$\underline{\underline{\rightarrow \quad \text{Keine Lösung!}}}$

f)
$$\begin{aligned}
3x^2 - 3x &= 2{,}25 \\
3x^2 - 3x - 2{,}25 &= 0 && |:3 \\
x^2 - x - 0{,}75 &= 0 \\
x_{1/2} &= --\tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\left(-\tfrac{1}{2}\right)^2 - -0{,}75} \\
x_{1/2} &= 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 0{,}75} \\
x_{1/2} &= 0{,}5 \pm \sqrt{1} \\
x_{1/2} &= 0{,}5 \pm 1 \\
x_1 &= 0{,}5 + 1 \\
\underline{\underline{x_1}} &\underline{\underline{= 1{,}5}} \\
x_2 &= 0{,}5 - 1 \\
\underline{\underline{x_2}} &\underline{\underline{= -0{,}5}}
\end{aligned}$$

**3.** Die Rechnung ist richtig; die Lösungsmenge ist allerdings falsch angegeben. Da die Zahl „0“ nicht zur Definitionsmenge gehört, kann sie nicht Lösung der Gleichung sein: L = {50}.

## Funktionsgleichungen von Parabeln ermitteln

**1.** Normalform einer Funktionsgleichung: $y = x^2 + p \cdot x + q$

Werte von Punkt A einsetzen: $3 = 4^2 + p \cdot 4 + q$

Gleichung nach q umstellen: $3 = 16 + 4p + q$

$3 - 16 - 4p = q$

Den Wert von q berechnen: $\underline{\underline{-13 - 4p = q}}$

Zweite Gleichung mit den Koordinaten des Punktes B aufstellen: $y = x^2 + p \cdot x + q$

$6 = 1^2 + p \cdot 1 + q$

Den Wert von q einsetzen: $6 = 1 + p - 13 - 4p$

Den Wert p berechnen: $-p + 4p = 1 - 13 - 6$

$3p = -18 \quad |:3$

$\underline{\underline{p = -6}}$

Den Wert q berechnen: $q = -13 - 4p$

$q = -13 - 4 \cdot (-6)$

$q = -13 + 24$

$\underline{\underline{q = 11}}$

Funktionsgleichung angeben: $\underline{\underline{y = x^2 - 6x + 11}}$

**2.**

$y = -x^2 + px + q$

$3 = -(-0{,}5^2) + p \cdot (-0{,}5) + q$

$3 = -0{,}25 - 0{,}5p + q$

$3 + 0{,}25 + 0{,}5p = q$

$\underline{\underline{3{,}25 + 0{,}5p = q}}$

$q = 3{,}25 + 0{,}5p$

$q = 3{,}25 + 0{,}5 \cdot 1$

$q = 3{,}25 + 0{,}5$

$\underline{\underline{q = 3{,}75}}$

$y = -x^2 + px + q$

$0 = -(2{,}5^2) + p \cdot 2{,}5 + q$

$0 = -6{,}25 + 2{,}5p + 3{,}25 + 0{,}5p$

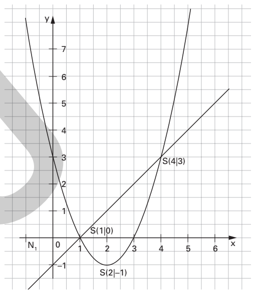
$6{,}25 - 3{,}25 = 2{,}5p + 0{,}5p$

$3 = 3p \quad |:3$

$\underline{\underline{1 = p}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{y = -x^2 + x + 3{,}75}}$

## Schnittpunkte von Funktionen berechnen

**1.**




$x^2 - 4x + 3 = x - 1$

$x^2 - 4x + 3 - x + 1 = 0$

$\underline{\underline{x^2 - 5x + 4 = 0}}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{1/2} = --\frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4}$

$x_{1/2} = 2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 4}$

$x_{1/2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$

$x_{1/2} = 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25}$

$x_{1/2} = 2{,}5 \pm 1{,}5$

$\underline{\underline{x_1 = 4}}$

$\underline{\underline{x_2 = 1}}$

$x_1: y = x - 1$ | $x_2: y = x - 1$

$x_1: y = 4 - 1$ | $x_2: y = 1 - 1$

$x_1: y = 3$ | $x_2: y = 0$

$\rightarrow \quad \underline{\underline{S_1\ (4|3);\ S_2\ (1|0)}}$

$y = x^2 - 4x + 3$

$y = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 3$

$y = (x - 2)^2 - 1$

$\rightarrow \quad \underline{\underline{S\ (2|-1)}}$

**2.** a)

$y = (x - 1)^2 - 4$

$y = x^2 - 2x + 1 - 4$

$\underline{\underline{y = x^2 - 2x - 3}}$

b) $x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{1^2 - (-3)}$

$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{4}$

$x_{1/2} = 1 \pm 2$

$\underline{\underline{x_1 = 3}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{N_1\ (3|0)}}$

$\underline{\underline{x_2 = -1}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{N_2\ (-1|0)}}$

c) $y = -x^2 + px + q$

I: $-3 = -(-2)^2 - 2p + q$

II: $\underline{0 = -(1)^2 + 1p + q}$

I: $-3 = -4 - 2p + q$

II: $\underline{0 = -1 + 1p + q}$

I: $2p = -4 + 3 + q$

II: $\underline{-1p = -1 + q}$

I: $2p = -1 + q$

II: $\underline{-1p = -1 + q} \quad | \cdot 2$

I: $2p = -1 + q$

II: $\underline{-2p = -2 + 2q}$

$0 = -3 + 3q$

$3 = 3q \quad |:3$

$\underline{\underline{1 = q}}$

$y = x^2 + px + q$

$-3 = -(-2)^2 - 2p + 1$

$-3 = -4 - 2p + 1$

$2p = 0 \quad |:2$

$\underline{\underline{p = 0}}$

$\underline{\underline{y = -x^2 + 1}}$

## Schnittpunkte von Funktionen berechnen

d)

$y = -x^2 + 1$

$y = -(x + 0)^2 + 1 \quad \rightarrow \underline{\underline{S\ (0|1)}}$

e)

$x^2 - 2x - 3 = -x^2 + 1$

$x^2 + x^2 - 2x - 3 - 1 = 0$

$2x^2 - 2x - 4 = 0 \quad |:2$

$\underline{\underline{x^2 - x - 2 = 0}}$

$x_{1/2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2}$

$x_{1/2} = 0{,}5 \pm 1{,}5$

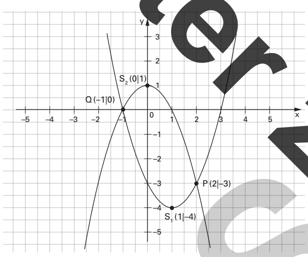
$\underline{\underline{x_1 = 2}}$

$\underline{\underline{x_2 = -1}}$

$y = -x^2 + 1$ | $y = -x^2 + 1$

$y = -4 + 1$ | $y = -1 + 1$

$\underline{\underline{y = -3}}$ $\quad \underline{\underline{P\ (2|-3)}}$ $\quad \underline{\underline{y = 0}}$ $\quad \underline{\underline{Q\ (-1|0)}}$




## Der Satz des Vieta

**1.** Vieta hat erkannt, dass zwischen den Lösungen $x_1$ und $x_2$ einer quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ und den beiden Größen p und q ein Zusammenhang besteht. Dieser Zusammenhang lässt sich in folgenden Gleichungen darstellen:

$\underline{\underline{p = -(x_1 + x_2)}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{q = x_1 \cdot x_2}}$

Mit diesen beiden Sätzen kann man also …

a) überprüfen, ob die Lösungen $x_1$ und $x_2$ zu der vorgegebenen Gleichung stimmen können,

b) aufgrund der beiden Lösungen $x_1$ und $x_2$ die Gleichung aufstellen, wenn sie nicht vorliegt.

**2.**

| Gleichung | $x_1$ | $x_2$ | $p = -(x_1 + x_2)$ | $q = x_1 \cdot x_2$ |
|---|---|---|---|---|
| $x^2 - 4x + 3 = 0$ | 3 | 1 | **$p = -(3 + 1) = -4$** | **$q = 3 \cdot 1 = 3$** |
| $x^2 + x - 12 = 0$ | –4 | 3 | **$p = -(-4 + 3) = 1$** | **$q = -4 \cdot 3 = -12$** |
| $x^2 - 14x + 45 = 0$ | 9 | 5 | **$p = -(9 + 5) = -14$** | **$q = 9 \cdot 5 = 45$** |
| $x^2 + 4x + 3 = 0$ | –1 | –3 | **$p = -(-1 - 3) = 4$** | **$q = (-1) \cdot (-3) = 3$** |

**3.** a) $x_2 = 3$ $\qquad$ b) $x_2 = 7$

c) $x_2 = -0{,}5$ $\qquad$ d) $x_2 = -8$

**4.** a) $x_2 = 6$ $\qquad$ $x^2 - 10x + 24 = 0$

b) $x_2 = -3$ $\qquad$ $x^2 + 8x + 15 = 0$

c) $x_2 = -1$ $\qquad$ $x^2 - 6x - 7 = 0$

d) $x_2 = 7$ $\qquad$ $x^2 - 12x + 35 = 0$

**5.** a) $x_1 = -4$; $x_2 = -8$ $\qquad$ b) $x_1 = 1{,}5$; $x_2 = -4{,}5$ $\qquad$ c) keine Lösung