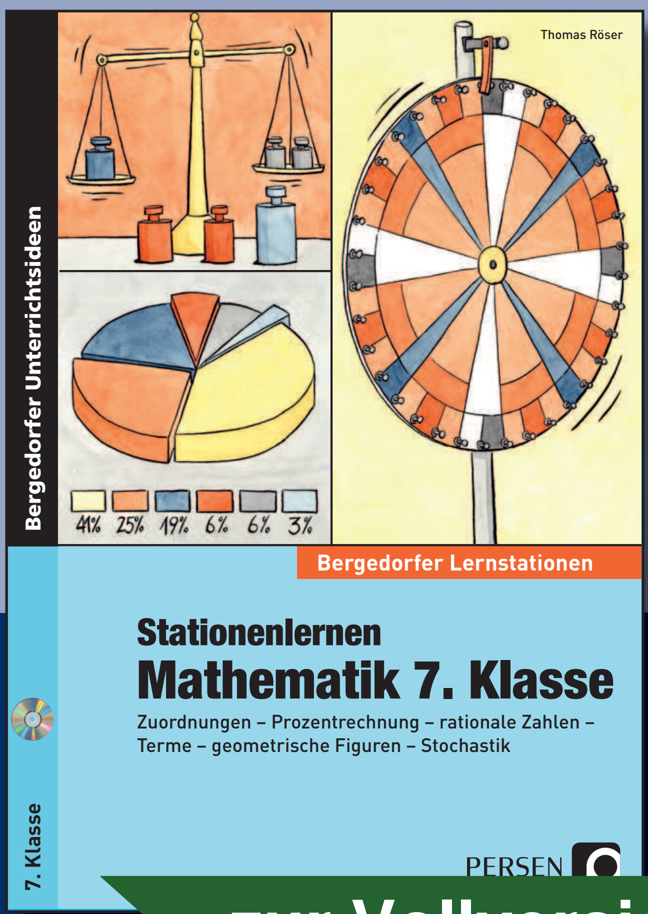
DOWNLOAD

Thomas Röser

Geometrische Figuren

Stationenlernen Mathematik 7. Klasse

Downloadauszug aus dem Originaltitel:



Vorwort

I – Theorie: Zum Stationenlernen

1. Einleitung: Stationenlernen, was ist das?

Unsere Gesellschaft wird seit geraumer Zeit durch Begriffe der Individualisierung gekennzeichnet: *Risikogesellschaft* heißt es bei Ulrich Beck[1], *Multioptionsgesellschaft* nennt sie Peter Gross[2] und für Gerhard Schulze ist es eine *Erlebnisgesellschaft*[3]. Jeder Begriff beinhaltet einen anderen inhaltlichen Schwerpunkt, doch egal, wie wir diesen Prozess bezeichnen, die Individualisierung – hier zu verstehen als Pluralisierung von Lebensstilen – schreitet voran. Damit wird die Identitäts- und Sinnfindung zu einer individuellen Leistung. Diese Veränderungen wirken sich zwangsläufig auch auf die Institution Schule aus. Damit lässt sich vor allem eine Heterogenität von Lerngruppen hinsichtlich der Lernkultur, der Leistungsfähigkeit sowie der individuellen Lernwege feststellen. Darüber hinaus legt beispielsweise das Schulgesetz Nordrhein-Westfalen im § 1 fest, dass: „*Jeder junge Mensch* […] *ohne Rücksicht auf seine wirtschaftliche Lage und Herkunft und sein Geschlecht ein Recht auf schulische Bildung, Erziehung und individuelle Förderung*“ hat. Das klingt nach einem hehren Ziel – die Frage ist nur, wie wir dieses Ziel erreichen können?

Ich möchte an dieser Stelle festhalten, dass es nach meiner Einschätzung nicht *das* pädagogische Allheilmittel gibt, welches wir nur einsetzen müssten und damit wären alle (pädagogischen) Probleme gelöst – trotz alledem möchte ich an dieser Stelle die Methode des *Stationenlernens* präsentieren, da diese der Individualisierung Rechnung tragen kann.

Merkmale des Stationenlernens

„‚Lernen an Stationen' bezeichnet die Arbeit mit einem aus verschiedenen Stationen zusammengesetzten Lernangebot, das eine übergeordnete Problematik differenziert entfaltet.“[4] Schon an dieser Stelle wird offensichtlich, dass für diese Methode unterschiedliche Begriffe verwendet werden. Jedem Terminus wohnt eine (mehr oder weniger) anders geartete organisatorische Struktur inne. In den meisten Fällen werden die Begriffe *Lernen an Stationen* und *Stationenlernen* synonym verwendet. Hiervon werden die Lernstraße oder der Lernzirkel unterschieden. Bei diesen beiden Varianten werden in der Regel eine festgelegte Reihenfolge sowie die Vollständigkeit des Durchlaufs aller Stationen verlangt. Daraus ergibt sich zwangsläufig (rein organisatorisch) auch eine festgelegte Arbeitszeit an der jeweiligen Station. Eine weitere Unterscheidung bietet die Lerntheke, an welcher sich die Schülerinnen und Schüler mit Material bedienen können, um anschließend wieder (meist eigenständig) an ihren regulären Plätzen zu arbeiten.

Von diesen Formen soll das *Lernen an Stationen* bzw. das *Stationenlernen* abgegrenzt werden. Diese Unterrichtsmethode ist hier zu verstehen als ein unterrichtliches Verfahren, bei dem der unterrichtliche Gegenstand so aufgefächert wird, dass die einzelnen Stationen unabhängig voneinander bearbeitet werden können – die Schülerinnen und Schüler können die Reihenfolge der Stationen somit eigenständig bestimmen; sie allein entscheiden, wann sie welche Station bearbeiten wollen. Damit arbeiten die Lernenden weitgehend selbstständig und eigenverantwortlich (bei meist vorgegebener Sozialform, welche sich aus der Aufgabenstellung ergeben sollte). Um der Heterogenität Rechung zu tragen, werden neben den Pflichtstationen, die von allen bearbeitet werden müssen, Zusatzstationen angeboten, die nach individuellem Interesse und Leistungsvermögen ausgewählt werden können.

Aufgrund der Auffächerung des Gegenstandes in unterschiedliche Schwerpunkte und der Unterteilung in Pflicht- und Zusatzstationen, bietet es sich an, bei der Konzeption der einzelnen Stationen unterschiedliche Lernzugänge zu verwenden. Auch hier wäre eine weitere schülerspezifischere Differenzierung denkbar. Folglich ist es möglich, einen

---

1 Vgl.: *Beck, Ulrich*: Risikogesellschaft – Auf dem Weg in eine andere Moderne. Berlin 1986.

2 Vgl.: *Pongs, Armin; Gross, Peter*: Die Multioptionsgesellschaft. In: *Pongs, Armin* (Hrsg.): In welcher Gesellschaft leben wir eigentlich? – Gesellschaftskonzepte im Vergleich, Band I. München 1999, S. 105–127.

3 Vgl.: *Schulze, Gerhard*: Die Erlebnisgesellschaft – Kultursoziologie der Gegenwart. Frankfurt/Main, New York 1992.

4 *Lange, Dirk*: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/2010, S. 4.

inhaltlichen Schwerpunkt bspw. einmal über einen rein visuellen Text, zweitens mithilfe eines Bildes/einer Karikatur und drittens über ein akustisches Material anzubieten, und die Lernenden dürfen frei wählen, welchen Materialzugang sie verwenden möchten, jedoch unter der Prämisse, einen zu bearbeiten.

Unter diesen Gesichtpunkten wird offensichtlich, dass das *Stationenlernen* eine Arbeitsform des offenen Unterrichtes ist.

Ursprung des Stationenlernens

Die Idee des Zirkulierens im Lernablauf stammt ursprünglich aus dem Sportbereich. Das „circuit training", von Morgan und Adamson 1952 in England entwickelt, stellt im Sportbereich den Sportlern unterschiedliche Übungsstationen zur Verfügung, welche sie der Reihe nach durchlaufen müssen. Der Begriff *Lernen an Stationen* wurde hingegen von Gabriele Faust-Siehl geprägt, die hierzu ihren gleichnamigen Aufsatz in der Zeitschrift „Grundschule" 1989 publizierte.[1]

Der Ablauf des Stationenlernens

Für die Gestaltung und Konzeption eines *Stationenlernens* ist es entscheidend, dass sich der unterrichtliche Gegenstand in verschiedene Teilaspekte aufschlüsseln lässt, die in ihrer zu bearbeitenden Reihenfolge unabhängig voneinander sind. Damit darf jedoch die abschließende Bündelung nicht unterschlagen werden. Es bietet sich daher an, eine übergeordnete Problematik oder Fragestellung an den Anfang zu stellen, welche zum Abschluss (dieser ist von der methodischen Reflexion zu unterscheiden) erneut aufgegriffen wird.

Der eigentliche Ablauf lässt sich in der Regel in vier Phasen unterteilen: 1. Die thematische und methodische Hinführung – hier wird den Schülerinnen und Schülern einerseits eine inhaltliche Orientierung geboten und andererseits der Ablauf des *Stationenlernens* erklärt. Sinnvoll ist es an dieser Stelle gemeinsam mit den Lernenden die Vorteile, aber auch mögliche Schwierigkeiten der Methode zu besprechen. Hierauf folgt 2. ein knapper Überblick über die eigentlichen Stationen – dieser Überblick sollte ohne Hinweise der Lehrperson auskommen. Rein organisatorisch macht es daher Sinn, den jeweiligen Stationen feste (für die Lernenden nachvollziehbare) Plätze im Raum zuzugestehen. 3. In der sich anschließenden Arbeitsphase erfolgt ein weitgehend selbstständiges Lernen an den Stationen. In dieser Phase können – je nach Zeit und Bedarf – Plenumsgespräche stattfinden. Zur weiteren Orientierung während der Arbeitsphase sollten zusätzliche Materialien, wie Laufzettel, Arbeitspässe, Fortschrittslisten o. Ä. verwendet werden. Diese erleichtern den Ablauf und geben den Lernenden eine individuelle Übersicht über die bereits bearbeiteten und noch zur Verfügung stehenden Stationen. Bei einem solchen Laufzettel sollte auch eine Spalte für weitere Kommentare, welche später die Reflexion unterstützen können, Platz finden. Darüber hinaus kann von den Schülerinnen und Schülern ein Arbeitsjournal, ein Portfolio oder auch eine Dokumentenmappe geführt werden, um Arbeitsergebnisse zu sichern und den Arbeitsprozess reflektierend zu begleiten. Ein zuvor ausgearbeitetes Hilfesystem kann den Ablauf zusätzlich unterstützen, indem Lernende an geeigneter Stelle Hilfe anbieten oder einfordern können. Am Ende schließt sich 4. eine Reflexionsphase (auf inhaltlicher und methodischer Ebene) an.

Die Rolle der Lehrkraft beim Stationenlernen

Als allererstes ist die Lehrperson – wie bei fast allen anderen Unterrichtsmethoden auch – „*Organisator und Berater von Lernprozessen*"[2]. Sie stellt ein von den Lernenden zu bearbeitendes Material- und Aufgabenangebot zusammen. Der zentrale Unterschied liegt jedoch darin, dass sie sich während des eigentlichen Arbeitsprozesses aus der frontalen Position des Darbietens zurückzieht. Die Lehrkraft regt vielmehr an, berät und unterstützt. Dies bietet dem Lehrer/der Lehrerin viel stärker die Möglichkeit, das Lerngeschehen zu beobachten und aus der Diagnose Rückschlüsse für die weitere Unterrichtsgestaltung sowie Anregungen für die individuelle Förderung zu geben. „*Insgesamt agiert die Lehrperson somit eher im Hintergrund. Als ‚invisible hand' strukturiert sie das Lerngeschehen.*"[3]

Vor- und Nachteile des Stationenlernens

Die Schülerinnen und Schüler übernehmen eine viel stärkere Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess und können somit (langfristig!) selbst-

[1] Vgl.: *Faust-Siehl, Gabriele*: Lernen an Stationen. In: Grundschule, Heft 3/1989, Braunschweig 1989, S. 22ff.

[2] *Lange, Dirk*: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/2010, S. 6.

[3] Ebenda

sicherer und eigenständiger im, aber auch außerhalb des Unterrichts agieren. Diese hohe Eigenverantwortung bei zurückgenommener Anleitung durch die Lehrperson kann jedoch zu einer Überforderung oder mangelnden Mitarbeit aufgrund der geringen Kontrolle führen. Beidem muss zielgerichtet begegnet werden, sei es durch die schon erwähnten Hilfestellungen oder durch eine (spätere) Kontrolle der Ergebnisse.

Eine Stärke des *Stationenlernens* besteht eindeutig in der Individualisierung des Unterrichtsgeschehens – die Lernenden selbst bestimmen Zeitaufwand und Abfolge der Stationen. Darüber hinaus können die unterschiedlichen Lerneingangskanäle sowie eine Differenzierung in Schwierigkeitsgrade als Ausgangspunkt des Lernprozesses genommen werden. Die Schülerinnen und Schüler können damit die ihnen gerade angemessen erscheinende Darstellungs- und Aufnahmeform erproben, erfahren und reflektieren. Damit kann eine heterogene Lerngruppe „*inhalts- und lernzielgleich unterrichtet werden, ohne dass die Lernwege vereinheitlicht werden müssen.*“[1]

Stationenlernen – Ein kurzes Fazit

Innerhalb der unterschiedlichen Fachdidaktiken herrscht seit Jahren ein Konsens darüber, dass sich das Lehr-Lern-Angebot der Schule verändern muss. Rein kognitive Wissensvermittlung im Sinne des „Nürnberger Trichters“ ist nicht gefragt und widerspricht allen aktuellen Erkenntnissen der Lernpsychologie. *Eigenverantwortliches, selbstgestaltetes und kooperatives Lernen* sind die zentralen Ziele der Pädagogik des neuen Jahrtausends. *Eine mögliche* Variante, diesen Forderungen nachzukommen, bietet das *Stationenlernen*. Warum?

Stationenlernen ermöglicht u. a.:

1. *Binnendifferenzierung* und *individuelle Förderung*, indem unterschiedliche Schwierigkeitsgrade angesetzt werden. Gleichzeitig können die Schülerinnen und Schüler auch ihre Kompetenzen im Bereich der *Arbeitsorganisation* ausbauen.
2. einen *Methoden- und Sozialformenwechsel*, sodass neben *Fachkompetenzen* auch *Sozial-, Methoden- und Handlungskompetenzen* gefördert werden können.

Grundsätzlich – so behaupte ich – lässt sich *Stationenlernen* in allen Unterrichtsfächern durchführen. Grundsätzlich eignen sich auch alle Klassenstufen für *Stationenlernen*. Trotz alledem sollten – wie bei jeder Unterrichtskonzeption – immer die zu erwartenden Vorteile überwiegen; diese Aussage soll hingegen kein Plädoyer für eine Nichtdurchführung eines *Stationenlernens* sein! D. h. jedoch, dass – wie bei jeder Unterrichtsvorbereitung – eine Bedingungsanalyse unerlässlich ist!

Stationenlernen benötigt – rein organisatorisch – als allererstes Platz: Es muss möglich sein, jeder Station einen festen (Arbeits-) Platz zuzuweisen. Die Lehrkraft benötigt darüber hinaus für die Vorbereitung im ersten Moment mehr Zeit – sie muss alle notwendigen Materialien in ausreichender Anzahl zur Verfügung stellen und das heißt vor allem: Sie benötigt Zeit für das Kopieren! Für den weiteren Ablauf ist es sinnvoll, Funktionsaufgaben an die Lernenden zu verteilen – so kann bspw. je eine Schülerin oder je ein Schüler für eine Station die Verantwortung übernehmen: Sie/er muss dafür Sorge tragen, dass immer ausreichend Materialien bereit liegen.

Wichtiger jedoch ist die Grundeinstellung der Schülerinnen und Schüler selbst: Viele Lernende wurden regelmäßig mit lehrerzentriertem Frontalunterricht „unterhalten“ – die Reaktionen der Schülerinnen und Schüler werden sehr unterschiedlich sein. Eine Lerngruppe wird sich über mehr Eigenverantwortung freuen, eine andere wird damit maßlos überfordert sein, eine dritte wird sich verweigern. Daher ist es unerlässlich, die Lernenden (schrittweise) an offenere Unterrichtsformen heranzuführen. Sinnvoll ist es daher, mit kleineren Formen des offenen Unterrichts zu beginnen; dies muss nicht zwingend ausschließlich in einem bestimmten Fachunterricht erfolgen – der Lernprozess einer Klasse sollte auch hier ganzheitlich verstanden werden! Absprachen zwischen den Kolleginnen und Kollegen sind somit auch hier unerlässlich – letztendlich kann im Gegenzug auch wieder das gesamte Kollegium davon profitieren.

2. Besonderheiten des *Stationenlernens* im Fach Mathematik in der Klassenstufe 7

Ein *Stationenlernen im Mathematikunterricht* muss sich an den Inhalten und dem Aufbau der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss orientieren. Das Einschlagen von i

[1] *Lange, Dirk*: Lernen an Stationen. In: Praxis Politik, Heft 3/ 2010, S. 6.

von Lernergebnissen, das zielgerichtete Anwenden von Formeln, Rechengesetzen und Rechenregeln soll stets unter der Prämisse der Nutzbarkeit für das weitere Lernen und dem Einbezug in möglichst unterschiedliche kontextbezogene Situationen gesehen werden. Der Schüler soll „auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben“[1].

Dabei sind folgende *sechs allgemeine mathematische Kompetenzen* Grundlage jeder Planung und unterrichtlichen Aufbereitung. Im Einzelnen handeln es sich um:

- mathematisch argumentieren
- Probleme mathematisch lösen
- mathematisch modellieren
- mathematische Darstellungen verwenden
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- kommunizieren

Diese allgemeinmathematischen Kompetenzen gilt es inhaltsbezogen zu konkretisieren und mit einer der fünf folgenden *mathematischen Leitideen* in Einklang zu bringen:

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall

Bezogen auf die Adressaten dieses Buches zum Stationenlernen – die Schüler der 7. Klasse – müssen folgende *inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen* Berücksichtigung finden:

- Die Vorstellung von rationalen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit
- Die sichere Anwendung der Grundrechenarten im Zahlbereich der rationalen Zahlen
- Die Umformungsübungen zu Termen und Gleichungen (Term- und Äquivalenzumformungen)
- Das Nutzen von Rechengesetzen auch zum vorteilhaften Rechnen
- Das sachgerechte Verwenden von Prozent- und einfacher Zinsrechnung
- Das mathematische Lösen von Sachaufgaben und deren Kontrolle
- Das Beschreiben von Lösungswegen und deren Begründung
- Die Selbstformulierung mathematischer Probleme und deren sachgerechte Lösung
- Das Erfahren und Anwenden des Grundprinzips Messen, insbesondere der Winkelsummen
- Das Umrechnen von Größen und deren situationsgemäße Anwendung
- Die Konstruktion von Dreiecken
- Das Berechnen von Flächeninhalt und Umfang von Dreieck, Parallelogramm und Trapez
- Das Beschreiben und Begründen von Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte
- Das Zeichnen und Konstruieren geometrischer Figuren mit entsprechenden Hilfsmitteln, insbesondere Netze und Schrägbilder
- Das Untersuchen der Lösbarkeit von Konstruktionsaufgaben
- Das Auswerten von Darstellungen, statistischer Erhebungen
- Das Arbeiten mit dem Koordinatensystem
- Das Erfassen von Daten und deren grafische Darstellung
- Das Interpretieren von Daten unter der Verwendung von Kerngrößen
- Das Bestimmen von einstufigen Zufallsexperimenten/Wahrscheinlichkeiten

Dabei muss sich der unterrichtliche Gegenstand jeweils in mehrere voneinander unabhängige Teilaspekte aufgliedern lassen. Dies ist auch im Fach Mathematik möglich, obwohl häufig Themen auf den vorherigen aufbauen bzw. ohne Kenntnis der erarbeiteten Rechenregeln nicht lösbar sind. Innerhalb eines Themengebietes ist die Reihenfolge der strukturellen Erarbeitung in vielen Fragestellungen austauschbar und von daher effektiv mithilfe des Stationenlernens umzusetzen.

[1] Bildungsstandards Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss, Carl Link Verlag, S. 6.

II – Praxis: Materialbeiträge

In diesem Band werden sechs ausgearbeitete Stationenlernen präsentiert. All diese *Stationenlernen* ergeben sich i. d. R. aus den Unterrichtsvorgaben für die Klassenstufe 7. Alle *Stationenlernen* sind so konzipiert, dass diese ohne weitere Vorbereitung im Unterricht der weiterführenden Schulen eingesetzt werden können – trotz alledem sollte eine adäquate Bedingungsanalyse niemals ausbleiben, denn letztendlich gleicht keine Lerngruppe einer anderen!

Die hier präsentierten *Stationenlernen* sind immer in Pflichtstationen (Station 1, 2, 3 …) und fakultative Zusatzstationen (Zusatzstation A, B …) unterteilt – die zu bearbeitende Reihenfolge ist durch die Schülerinnen und Schüler (!) frei wählbar. Die Sozialformen sind bewusst offen gehalten worden, d. h. i. d. R. finden sich auf den Aufgabenblättern keine konkreten Hinweise zur geforderten Gruppengröße.

Somit können die Lernenden auch hier frei wählen, ob sie die Aufgaben alleine, mit einem Partner oder innerhalb einer Gruppe bearbeiten wollen – davon abgesehen sollte jedoch keine Gruppe größer als vier Personen sein, da eine größere Mitgliederzahl den Arbeitsprozess i. d. R. eher behindert. Einige wenige Stationen sind jedoch auch so konzipiert worden, dass mindestens eine Partnerarbeit sinnvoll ist.

Zur Bearbeitung sollte für jede Schülerin bzw. jeden Schüler ein Materialblatt bereitliegen – die Aufgabenblätter hingegen sind nur vor Ort (am Stationenarbeitsplatz) auszulegen. Die Laufzettel dienen als Übersicht für die Schülerinnen und Schüler – hier können diese abhaken, welche Stationen sie wann bearbeitet haben und welche ihnen somit noch fehlen, gleichzeitig erhalten sie hierbei einen kleinen inhaltlichen Überblick über alle Stationen – andererseits kann die Lehrkraft diese als erste Hinweise zur Arbeitsleistung der Lernenden nutzen. Darüber hinaus können die Schülerinnen und Schüler auf ihrem Laufzettel auch weiterführende Hinweise und Kommentare zum Stationenlernen an sich, zur Arbeitsgestaltung o. Ä. vermerken – nach meiner Erfahrung wird diese Möglichkeit eher selten genutzt, kann dann jedoch sehr aufschlussreich sein! Unverzichtbar für jedes *Stationenlernen* ist eine abschließende Bündelung zum Wiederholen und Bündeln der zentralen Lerninhalte – auch hierfür wird jeweils eine Idee, welche sich aus den einzelnen Stationen ergibt, präsentiert. Mithilfe dieser Bündelung sollen noch einmal einzelne Ergebnisse rekapituliert, angewendet und überprüft werden. In diesem Band werden die folgenden *Stationenlernen* präsentiert:

1. Zuordnung und Prozentrechnen
2. Rationale Zahlen
3. Terme und Gleichungen
4. Geometrische Figuren
5. Flächen und Körper
6. Einführung in die Stochastik

Jedes dieser *Stationenlernen* beginnt mit einem Laufzettel.

Anschließend werden die jeweiligen Stationen (Pflichtstationen und Zusatzstationen) mit jeweils einem Aufgabenblatt sowie einem Materialblatt präsentiert. Zu guter Letzt wird das *Stationenlernen* mit einem Aufgaben- und Materialblatt für die Bündelungsaufgabe abgerundet.

Sinnvoll ist es, wenn jede Station einen festen Platz im Raum erhält. Dies erleichtert es vor allem den Schülerinnen und Schülern, sich zu orientieren. Um dies noch mehr zu vereinfachen, haben sich Stationsschilder bewährt. Auf diesen sollte mindestens die Stationsnummer vermerkt werden.

Fakultativ könnte auch der Stationsname vermerkt werden.

Laufzettel

zum Stationenlernen *Geometrische Figuren (Dreieckskonstruktion)*

Station 1
Dreiecke unterscheiden

Station 2
Winkelsumme in Dreiecken

Station 3
Dreiecke konstruieren

Station 4
Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken

Station 5
Besondere Linien im Dreieck

Station 6
Kongruente Dreiecke

Zusatzstation A
Sachaufgaben

Zusatzstation B
Umkreis und Inkreis

Zusatzstation C
Flächeninhalt von Vierecken

Zusatzstation D
Satz des Thales

Kommentare:

Station 1

Aufgabe

Dreiecke unterscheiden

Aufgabe:
Übe das Zeichnen von unterschiedlichen Dreiecken.

1. Welche sechs Dreiecksformen erkennst du? Schreibe die Lösung unter die Nummer auf das Materialblatt, miss Seiten und Winkel ggf. nach.
   Abkürzung: R = rechtwinklig, ST = stumpfwinklig, SP = spitzwinklig,
   GSEI = gleichseitig, GSCH = gleichschenklig, ALG = allgemein.

2. Welche zwölf Dreiecksformen erkennst du? Schreibe die Lösung auf das Materialblatt, miss Seiten und Winkel ggf. nach.

3. Zeichne die folgenden Dreiecke in ein Koordinatensystem in dein Heft, bestimme die Dreiecksform und trage Seiten und Winkel ein.

Station 2

Aufgabe

Winkelsumme in Dreiecken

Aufgabe:
Übe die Berechnung der Winkelsumme in Dreiecken.

1. Suche dir einen Partner. Schneidet die Dreiecke auf dem Materialblatt aus, messt die Winkel nach und vergleicht eure Ergebnisse.

2. Übernimm die Tabelle in dein Heft und fülle sie aus.

3. Zeichne die Dreiecke in ein Koordinatensystem in deinem Heft, trage Seiten, Längen und Winkel ein und überprüfe die Winkelsumme.

Station 3

Aufgabe

Dreiecke konstruieren

Aufgabe:
Übe das Konstruieren von Dreiecken.

1. Konstruiere das Dreieck ABC mit den drei gegebenen Seiten (SSS) in deinem Heft. Gehe nach den Schritten im Beispiel vor.
2. Konstruiere das Dreieck ABC aus zwei Seiten und einem eingeschlossenen Winkel (SWS) bzw. dem Gegenwinkel der längeren Seite (SSW) in deinem Heft. Überlege dir eine Vorgehensweise und gehe wie im Beispiel vor.
3. Konstruiere das Dreieck ABC aus einer Seite und zwei anliegenden Winkel (WSW) in deinem Heft. Überlege dir eine Vorgehensweise und gehe wie im Beispiel vor.
4. Bildet ein Schülerpaar. Jeder gibt seinem Partner ein Dreieck zur selbstständigen Konstruktion. Gib dafür nötige Seiten/Winkel an.

Station 4

Aufgabe

Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken

Aufgabe:
Übe die Berechnung von Flächeninhalt und Umfang eines Dreiecks.

1. Miss die Seitenlängen und Winkel der folgenden Dreiecke und zeichne sie in dein Heft. Berechne dann Flächeninhalt und Umfang.
2. Berechne den Umfang anhand der folgenden Werte in deinem Heft.
3. Berechne den Flächeninhalt anhand der folgenden Werte in deinem Heft. Fertige dafür zunächst eine Zeichnung an und benutze die Maße.

Station 5

Aufgabe

Besondere Linien im Dreieck

Aufgabe:
Übe das Zeichnen von besonderen Dreieckslinien.

1. Trage die folgenden Dreiecke in ein Koordinatensystem in deinem Heft ein, zeichne die Höhen und Seitenhalbierenden (wegen besserer Übersicht in zwei verschiedene Koordinatensysteme) und miss deren Längen (innerhalb des Dreiecks).

2. Trage die folgenden Dreiecke in ein Koordinatensystem in deinem Heft ein, zeichne die Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden (wegen besserer Übersicht in zwei verschiedene Koordinatensysteme) und miss deren Längen (innerhalb des Dreiecks).

3. Überlege dir in deinem Heft Antworten auf die Aussagen und begründe.

Thomas Röser: Geometrische Figuren

Station 6

Aufgabe

Kongruente Dreiecke

Aufgabe:
Übe den Umgang mit kongruenten Dreiecken.

1. Zeichne die folgenden Dreiecke in dein Heft, gib die fehlenden Seitenlängen/Winkel an und bestimme ebenso den passenden Kongruenzsatz.

2. Je zwei Dreiecke sind zueinander kongruent, welche? Schreibe in dein Heft und begründe mithilfe der Kongruenzsätze.

Thomas Röser: Geometrische Figuren

Zusatzstation A

Aufgabe

Sachaufgaben

Aufgabe:
Übe das Lösen von Sachaufgaben.

Bearbeite die Aufgaben 1.–4. nach dem folgenden Schema:

Gegeben ist ein Sachverhalt mit einer Frage, ggf. eine Zeichnung.
Löse die Aufgabe rechnerisch und/oder zeichnerisch und formuliere einen passenden Antwortsatz. Wähle zur Zeichnung einen geeigneten Maßstab.

Zusatzstation B

Aufgabe

Umkreis und Inkreis

Aufgabe:
Übe das Konstruieren von Umkreis und Inkreis im Dreieck.

1. Zeichne die Dreiecke in dein Heft und konstruiere den Umkreis.

2. Zeichne die Dreiecke in dein Heft und konstruiere den Inkreis.

3. Müssen M (Schnittpunkt der Mittelsenkrechten) und W (Schnittpunkt der Winkelhalbierenden) im Inneren des Dreiecks liegen? Überlege und begründe deine Entscheidung in deinem Heft.
   Hinweis: Du kannst spitz-, stumpf,- und rechtwinklige Dreiecke als Planskizze zeichnen.

Zusatzstation C

Aufgabe

Flächeninhalt von Vierecken

Aufgabe:
Übe das Berechnen des Flächeninhaltes von Vierecken.

1. Berechne in deinem Heft den Flächeninhalt der folgenden Figuren. Zerlege die Vierecke zunächst in Dreiecke.

2. Berechne in deinem Heft den Flächeninhalt der folgenden Figuren, indem du sie in ein Koordinatensystem zeichnest und die Längen misst. Zerlege zunächst in Dreiecke.

3. Übernimm die beiden Vielecke in dein Heft und berechne den Flächeninhalt.

Zusatzstation D

Aufgabe

Satz des Thales

Aufgabe:
Übe die Anwendung des „Satz des Thales“.

1. Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit rechtem Winkel bei C und den folgenden Angaben in deinem Heft. Schreibe zusätzlich eine kurze Konstruktionsidee auf. Es können auch mehrere Lösungen existieren.

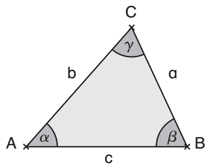
2. Zeichne einen Kreis mit Radius r in dein Heft. Konstruiere anschließend ein Dreieck, dessen Ecken alle auf dem Kreis liegen mit folgenden Angaben, miss die Winkel und Seitenlängen und trage diese ein. Es können auch mehrere Lösungen existieren.

3. Was passiert, wenn der Winkel γ bei C außerhalb bzw. innerhalb des Halbkreises liegt? Überlege und schreibe in dein Heft. Zur Hilfe kannst du auch eine Zeichnung anlegen.

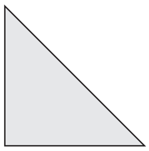
Station 1

Dreiecke unterscheiden

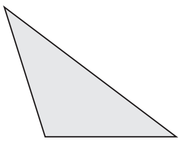
Ein **Dreieck** wird nach seinen **Winkeln** (spitz-, recht-, stumpfwinklig) und Seiten (gleichschenklig, gleichseitig, allgemein) benannt. Die Seiten liegen immer gegenüber Eckpunkt und zugehörigem Winkel. Es gibt folgende sechs Dreiecksformen:



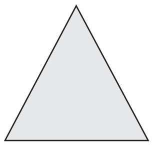
spitzwinklig
Alle drei Winkel sind < 90°.



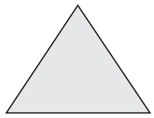
rechtwinklig
Das Dreieck hat einen rechten Winkel (90°).



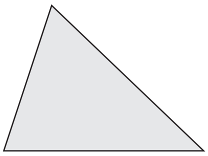
stumpfwinklig
Ein Winkel ist > 90°.



gleichschenklig
Das Dreieck hat zwei gleich lange Seiten/ zwei gleich große Winkel.

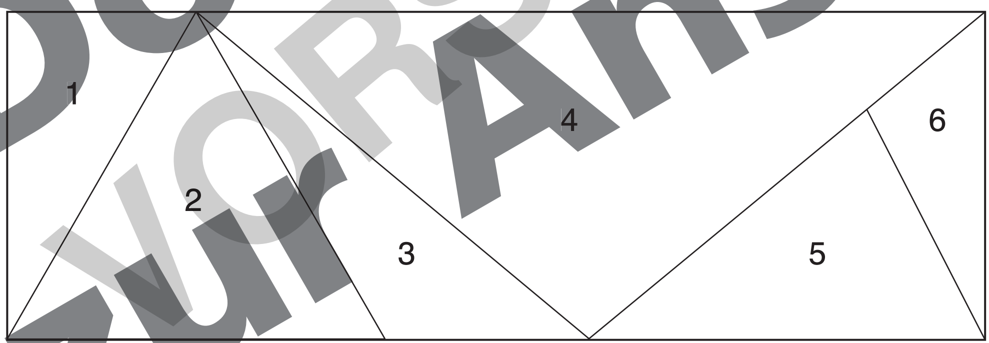


gleichseitig
Alle Seiten sind gleich lang, jeder Winkel ist 60° groß.

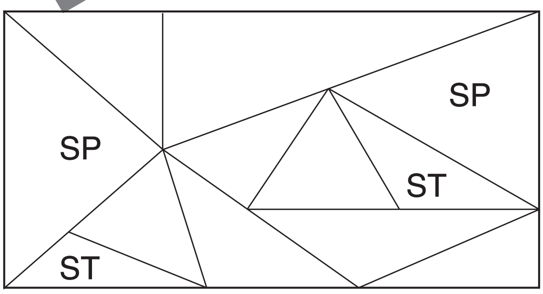


allgemein
ein Dreieck ohne besondere Eigenschaften

1.



2.

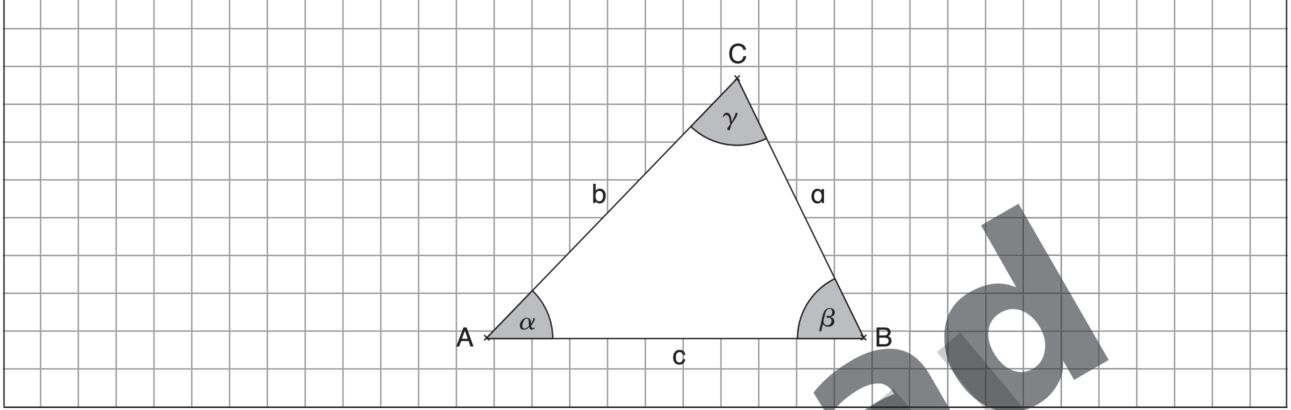


3. a) A (2|1), B (7|1), C (1|4) b) A (3|3), B (8|1), C (8|5) c) A (5|1), B (9|5), C (2|4)

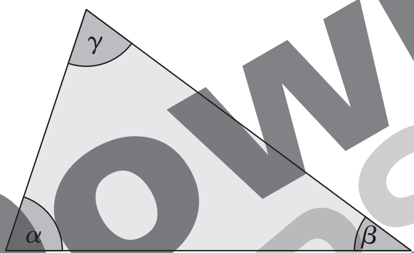
Station 2

Winkelsumme in Dreiecken

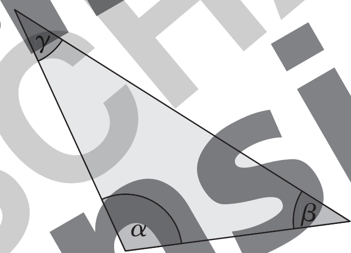
Die **Winkelsumme** in jedem Dreieck beträgt $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.



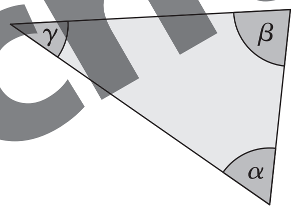
1. a)



b)



c)



2.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
α	50°	32°		77°	116°	
β	60°		90°	65°		5°
γ		46°	30°		25°	5°

3. a) A (3|1), B (7|1), C (5|6) b) A (2|5), B (6|1), C (6|6) c) A (4|1), B (8|2), C (1|3)

Station 3

Dreiecke konstruieren

Um Dreiecke zu **konstruieren** werden **Geodreieck** und **Zirkel** verwendet. Mindestens drei Stücke des Dreiecks müssen bekannt sein, z. B.: drei Seiten sind gegeben, zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel sind bekannt …

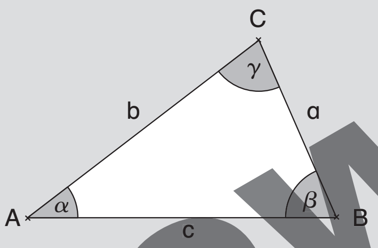
Zur Konstruktion wird gegliedert:

- Planskizze: Beliebiges Dreieck zeichnen und die drei Angaben kennzeichnen.
- Konstruktionsidee: Idee zur Konstruktion wird beschrieben.
- Konstruktionslösung: Dreieck mit gegebenen Maßen konstruieren.

Z. B.: Konstruiere das Dreieck ABC mit Seitenlängen a = 3 cm, b = 4 cm, c = 5 cm.

Planskizze:

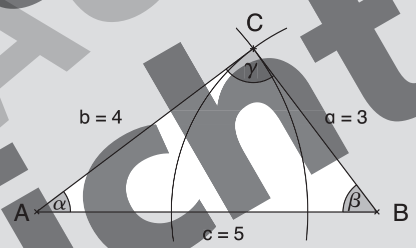
Gegeben die Seiten a, b, c



Konstruktionsidee:

1. Zeichne die Seite c.
2. Zeichne einen Kreis um A mit Radius b.
3. Zeichne einen Kreis um B mit Radius a.
4. Der Schnittpunkt der Kreise ist Punkt C.
5. Verbinde A und C sowie B und C.

Konstruktionslösung:



1. a) a = 5 cm, b = 2,5 cm, c = 4 cm
   b) a = 3,5 cm, b = 4,8 cm, c = 4 cm
   c) a = 5,8 cm, b = 3 cm, c = 5 cm
   d) a = 5 cm, b = 5 cm, c = 5 cm

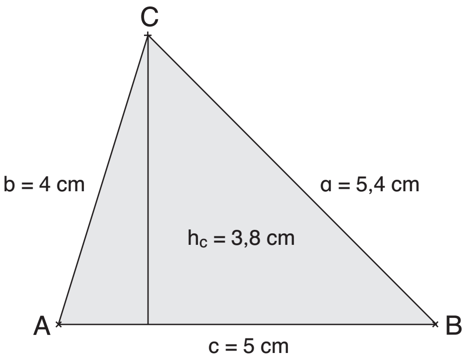
2. a) b = 4 cm, c = 5,4 cm, $\alpha = 70°$
   b) a = 8 cm, c = 6,5 cm, $\beta = 21°$
   c) b = 8 cm, c = 7 cm, $\beta = 50°$
   d) c = 7 cm, a = 7 cm, $\gamma = 60°$

3. a) $\alpha = 45°$, $\beta = 47°$, c = 6,6 cm
   b) $\alpha = 20°$, $\gamma = 85°$, b = 6,4 cm

Station 4

Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken

Der **Umfang U** eines Dreiecks ist die Summe der Seitenlängen, U = a + b + c. Für den **Flächeninhalt A** muss eine Seitenlänge (Grundseite) und die dazu gehörige Höhe bekannt sein, z. B.:



Umfang:

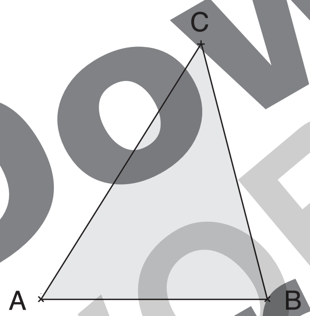
U = 5,4 cm + 4 cm + 5 cm = 14,4 cm

$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{5 \cdot 3{,}8}{2} = 9{,}5 \text{ cm}^2$

Hinweis: Für die Berechnung der Fläche ist es egal, welche Seite die Grundseite ist. Entscheidend ist die dazugehörige Höhe.

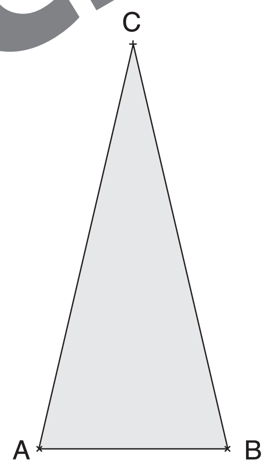
	Umfang	Flächeninhalt
Dreieck	a + b + c	$\frac{c \cdot h_c}{2}$

1. a)



b)

c)



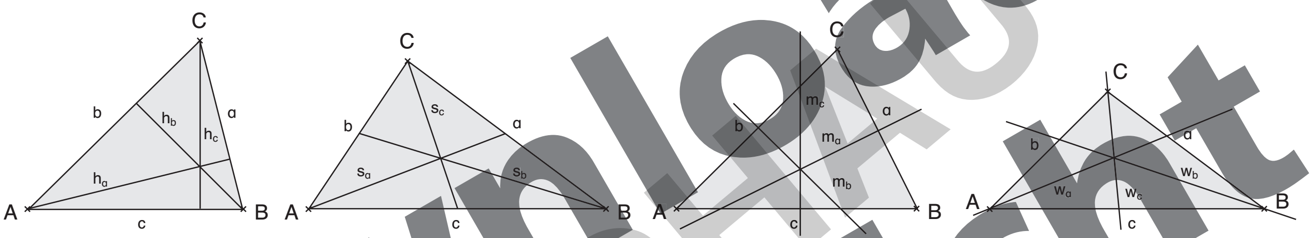
2. a) gleichseitiges Dreieck mit a = 6,5 cm
   b) a = 4 cm, b = 5 cm, c = 12 cm
   c) a = 2,2 cm, b = 3,4 cm, c = 4,9 cm
   d) a = 490 cm, b = 31 dm, c = 0,005 km

3. a) b = 6,5 cm, c = 7 cm, β = 65°
   b) α = 60°, b = 7 cm, c = 10 cm
   c) α = 40°, β = 50°, c = 9 cm
   d) a = 3 cm, b = 4 cm, γ = 80°

Station 5

Besondere Linien im Dreieck

Folgende **besondere Linien** gibt es in einem Dreieck:
Höhe: Steht senkrecht auf einer Seite und geht durch den gegenüberliegenden Eckpunkt. Bezeichnung: h_a, h_b, h_c
Seitenhalbierende: Halbiert eine Seite und verläuft zum gegenüberliegenden Eckpunkt. Bezeichnung: s_a, s_b, s_c
Mittelsenkrechte: Halbiert eine Seite und steht senkrecht auf dieser. Bezeichnung: m_a, m_b, m_c
Winkelhalbierende: Teilt den Winkel in zwei gleich große Teile und verläuft zur gegenüberliegenden Seite. Bezeichnung: w_a, w_b, w_c



1. a) A (3|1), B (9|1), C (7|5) b) A (4|4), B (8|0), C (10|3) c) A (1|1), B (8|2), C (1|4)

2. a) A (2|1), B (8|1), C (4|3) b) A (2|1), B (9|1), C (1|4) c) A (3|1), B (7|1), C (3|5)

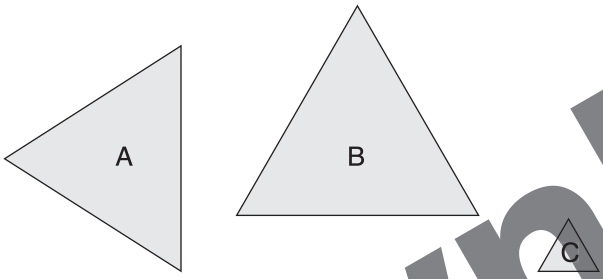
3. a) Höhengeraden werden in einem Punkt geschnitten. Der Schnittpunkt kann innerhalb, außerhalb oder in einem rechtwinkligen Dreieck auch auf einem Eckpunkt liegen.
   b) Die Seitenhalbierenden liegen immer im Inneren des Dreiecks und haben daher auch einen Schnittpunkt im Inneren des Dreiecks.
   c) Mittelsenkrechten schneiden sich in einem Punkt. Dieser Schnittpunkt kann nur innerhalb des Dreiecks liegen.
   d) Winkelhalbierende schneiden sich in einem Punkt, der innerhalb oder außerhalb des Dreiecks liegen kann.

Station 6

Kongruente Dreiecke

Dreiecke, die die gleiche Größe und Form haben sind deckungsgleich (**kongruent**). Um Kongruenz festzustellen gibt es vier Kriterien die übereinstimmen müssen (Kongruenzsätze):

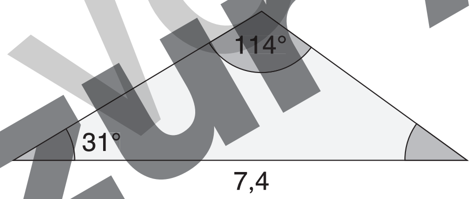
1. Dreiecke stimmen in allen drei Seitenlängen überein (SSS).
2. Dreiecke stimmen in zwei Seitenlängen und dem eingeschlossenen Winkel überein (SWS).
3. Dreiecke stimmen in einer Seitelänge und zwei gleich liegenden Winkeln überein (WSW bzw. SWW).
4. Dreiecke stimmen in zwei Seitenlängen und dem Gegenwinkel der größeren Seite überein (SSW).



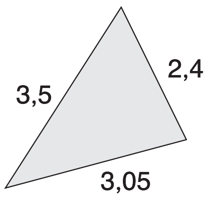
Die Dreiecke A und B sind kongruent. Das Dreieck C ist nicht kongruent (ist kleiner) hat aber dieselbe Form und ist daher ähnlich.

1. a) $a = 2{,}8$ cm, $\gamma = 50°$, $b = 7{,}2$ cm
   b) $c = 5{,}3$ cm, $\alpha = 26°$, $\beta = 74°$
   c) $b = 9{,}6$ cm, $c = 6{,}7$ cm, $\alpha = 23°$
   d) $a = 4{,}2$ cm, $c = 4{,}2$ cm, $\beta = 80°$
   e) $a = 6$ cm, $b = 3{,}6$ cm, $c = 4{,}8$ cm
   f) $a = 4{,}7$ cm, $c = 6{,}3$ cm, $\gamma = 135°$

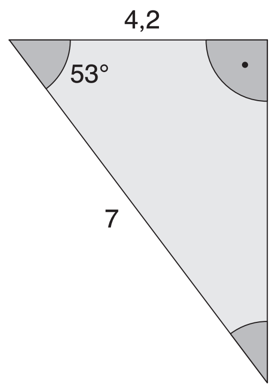
2. a)



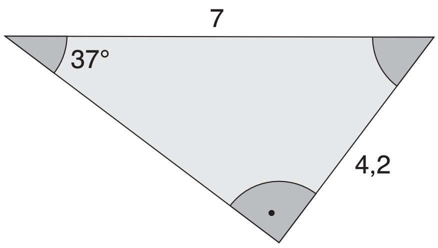
b)



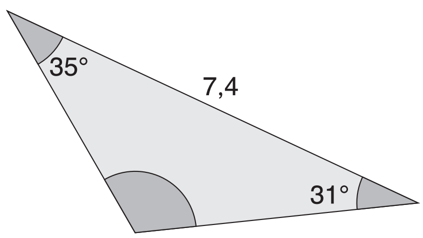
c)



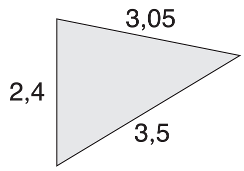
d)



e)



f)



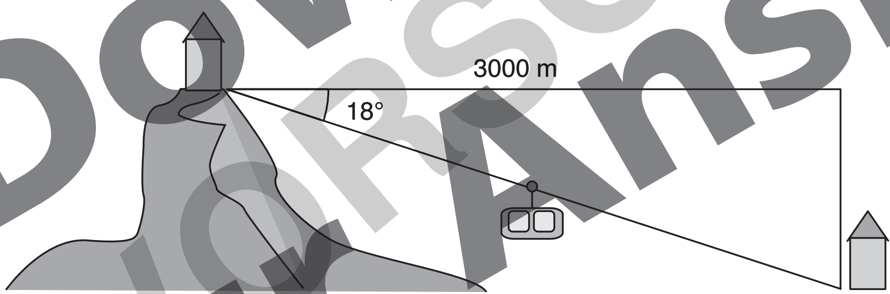
Zusatzstation A

Sachaufgaben

1. Paul möchte die Höhe eines Turms wissen. Er steht 90 Meter entfernt und schaut aus 1,60 m Augenhöhe in einem Winkel von 25° auf die Spitze des Turms. Fertige eine Skizze an und bestimme die Höhe des Turms (vom Boden bis zur Spitze).

2. Herr Sommer möchte auf einer dreieckigen Zimmerfläche Teppichboden legen. Das Zimmer hat eine Grundseite von 40 dm, der Winkel α ist 60° und die Höhe der Grundseite beträgt 300 cm. Wie viel Quadratmeter Teppichboden muss er kaufen?

3. Für eine Seilbahn wurden folgende Daten gemessen. Fertige eine Skizze an und miss den Höhenunterschied zwischen Tal und Bergstation ab (Zeichnung: 500 m = 1 cm).



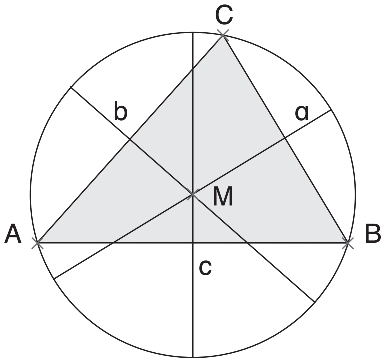
4. Aus einer dreieckigen Holzplatte mit den Seitenlängen $a = 1{,}20$ m, $b = 80$ cm und $c = 180$ cm soll im Werkunterricht ein Kreis ausgeschnitten werden, der als Sitzfläche dienen soll. Wie groß kann dieser Kreis maximal werden (Durchmesser)? Fertige eine Zeichnung an (1 m = 10 cm) und miss ab.

Zusatzstation B

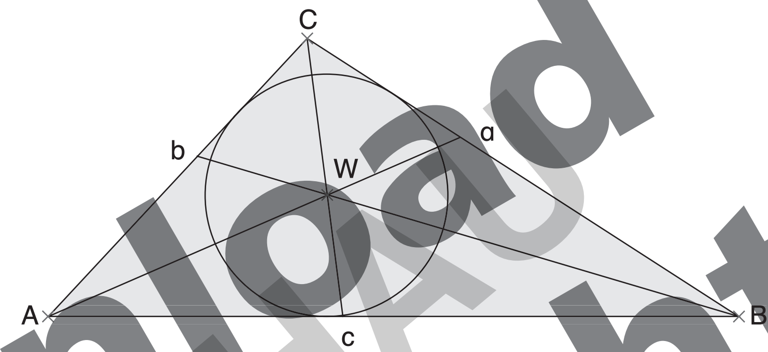
Umkreis und Inkreis

Umkreis und **Inkreis** eines Dreiecks: Der Schnittpunkt **M** der Mittelsenkrechten hat von allen drei Eckpunkten eines Dreiecks dieselbe Entfernung und ist daher der **Mittelpunkt des Umkreises** eines Dreiecks. Der Schnittpunkt **W** der Winkelhalbierenden ist der **Mittelpunkt des Inkreises**.

Umkreis:



Inkreis:



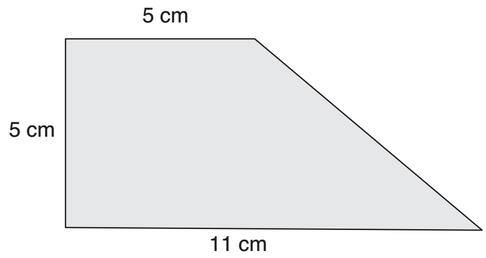
1. a) a = 3 cm, b = 6 cm, c = 6 cm
   b) a = 2,8 cm, b = 4 cm, c = 5,7 cm
   c) im Koordinatensystem: A (1|1), B (6|0), C (5|3)

2. a) a = 4 cm, b = 3 cm, c = 5 cm
   b) a = 5,8 cm, b = 2,5 cm, c = 6,5 cm
   c) im Koordinatensystem: A (2|2), B (6|3), C (1|4)

Zusatzstation C

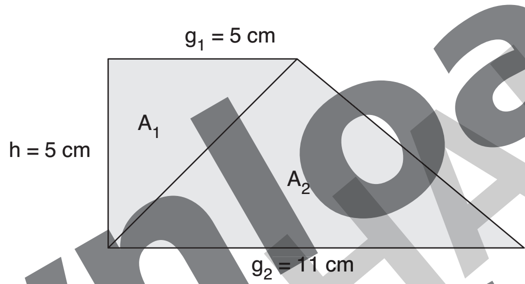
Flächeninhalt von Vierecken

Um den Flächeninhalt zu bestimmen, können Vierecke in Dreiecke zerlegt werden.



Beispiel:
Bestimme den Flächeninhalt des folgenden Vierecks:

1. Zerlege das Viereck in zwei Dreiecke.
2. Berechne den Flächeninhalt der beiden Dreiecke.
3. Addiere die Flächeninhalte zusammen.

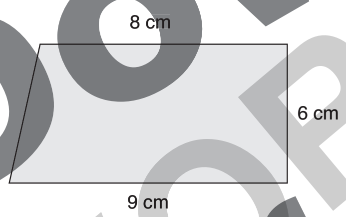


$$A_1 = \frac{g_1 \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12{,}5\ cm^2$$

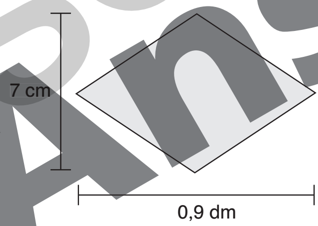
$$A_2 = \frac{g_2 \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5}{2} = 27{,}5\ cm^2$$

$$A = 12{,}5\ cm^2 + 27{,}5\ cm^2$$
$$= 40\ cm^2$$

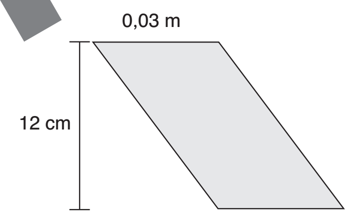
1. a)



b)



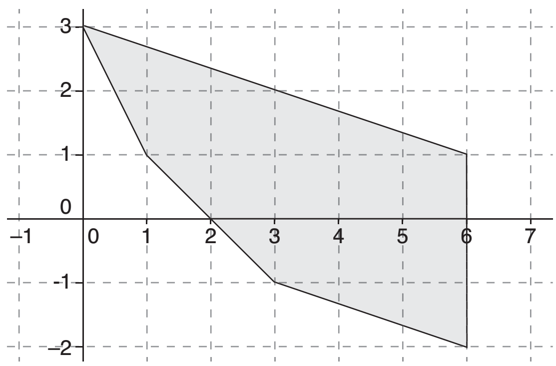
c)



2. a) A (2|1), B (9|1), C (5|3), D (2|3)
   b) A (3|3), B (5|0), C (7|3), D (5|6)

3. a) A (4|1), B (6|2), C (6|4), D (4|5), E (2|4), F (2|2)

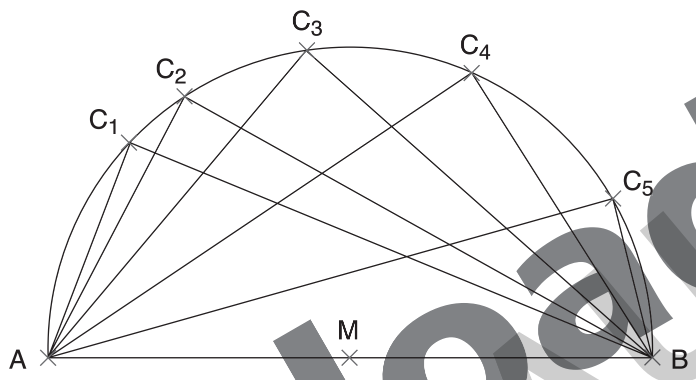
   b)



Zusatzstation D

Satz des Thales

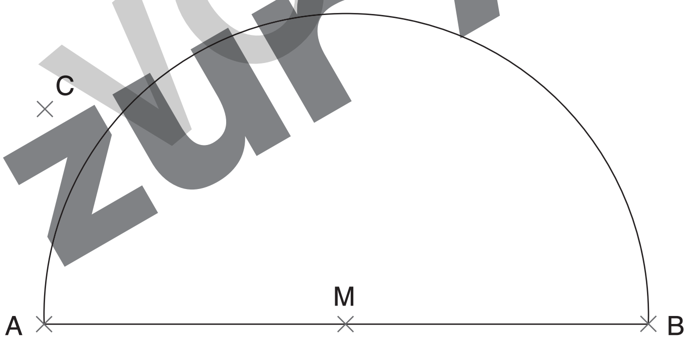
Liegt der Eckpunkt C eines Dreiecks ABC auf dem Halbkreis der Strecke $\overline{AB}$, so hat das Dreieck in C einen **rechten Winkel**. Dieser Halbkreis wird **Thaleskreis** genannt. Im Beispiel haben die Punkte C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 einen rechten Winkel.



1. a) $c = 8$ cm, $h_c = 3$ cm
   b) $c = 6$ cm, $h_c = 2$ cm
   c) $c = 10$ cm, $\alpha = 55°$, $\beta = 35°$

2. a) $r = 3$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm
   b) $r = 3{,}5$ cm, $c = 7$ cm, $\alpha = 30°$
   c) $r = 4{,}8$ cm, $\beta = 50°$

3.



Abschließende Bündelung des Stationenlernens

Aufgaben zur Wiederholung

Wiederholung der Stationen 1–6 sowie der Zusatzstationen A–D

1. Zeichne die folgenden Dreiecke in ein Koordinatensystem, bestimme die Dreiecksform, trage Seiten und Winkel ein und überprüfe die Winkelsumme.

   a) A (2|1), B (8|1), C (2|5)
   b) A (4|2), B (10|3), C (5|6)
   c) A (4|1), B (10|3), C (6|5)
   d) A (4|1), B (9|1), C (11|4)

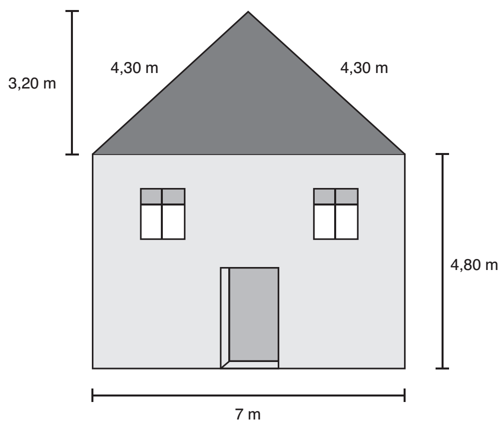
2. Konstruiere die Dreiecke (Planskizze, Konstruktionsidee, Konstruktionslösung) und berechne den Flächeninhalt.

   a) $a = 3{,}5$ cm, $b = 3{,}8$ cm, $c = 5$ cm, $h_c = 2{,}7$ cm
   b) $c = 4{,}5$ cm, $b = 7{,}5$ cm, $\beta = 115°$, $h_b = 2{,}3$ cm

3. Zeichne zu dem Dreieck aus 2 a) die Höhen, Seitenhalbierenden, Mittelsenkrechten (mit Umkreis) und Winkelhalbierenden (mit Inkreis) in vier verschiedene Zeichnungen ein.

4. Herr Geyer möchte die Vorderseite seines Hauses mit Farbe bestreichen.

   a) Wie groß ist die Farbfläche, wenn die beiden Fenster jeweils 2 m breit und 1,30 m hoch und die Tür 1,20 m breit und 2,50 m hoch ist?
   b) Wie groß ist der Umfang der Vorderseite, wie groß der Umfang des Dachgiebels?
   c) Welche Dreiecksform hat der Dachgiebel?



5. Richtig oder Falsch? Korrigiere die falschen Aussagen.

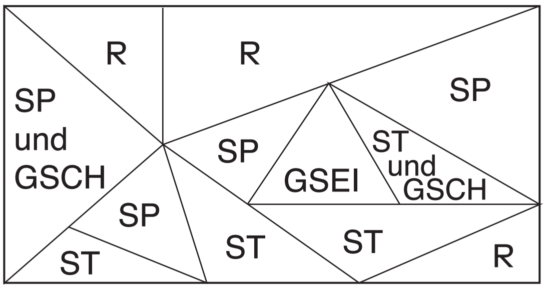
   a) Ist in einem gleichschenkligen Dreieck die Winkelhalbierende zwischen den gleich langen Seiten gleichzeitig Höhe, Mittelsenkrechte und Seitenhalbierende?
   b) Der Satz des Thales kann bei stumpf- und spitzwinkligen Dreiecken angewendet werden.

Geometrische Figuren – Lösungen

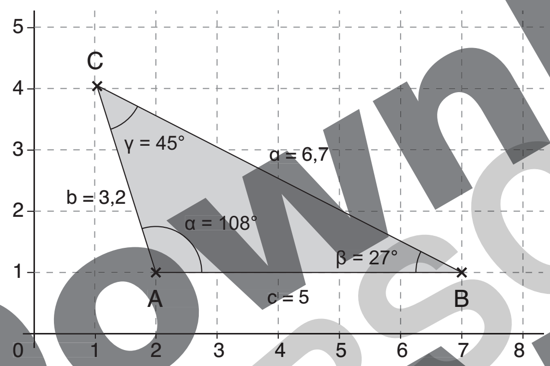
Station 1: Dreiecke unterscheiden

1. 1 R 2 GSEI 3 ST 4 GSCH 5 SP 6 ST

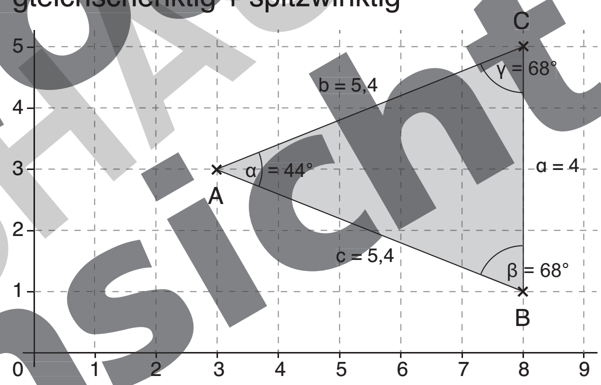
2.



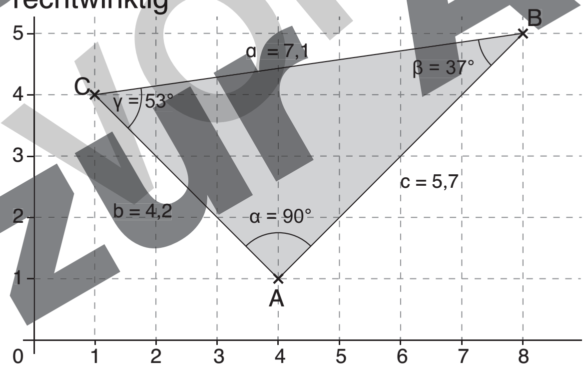
3. a) stumpfwinklig



b) gleichschenklig + spitzwinklig



c) rechtwinklig



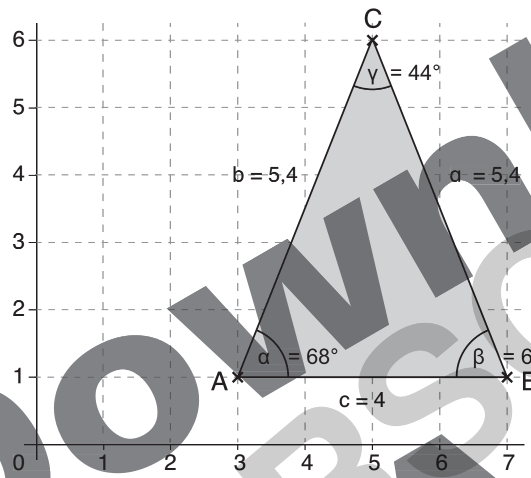
Station 2: Winkelsumme in Dreiecken

1. a) $\alpha = 72°$, $\beta = 37°$, $\gamma = 71°$
   b) $\alpha = 107°$, $\beta = 40°$, $\gamma = 33°$
   c) $\alpha = 61°$, $\beta = 81°$, $\gamma = 38°$

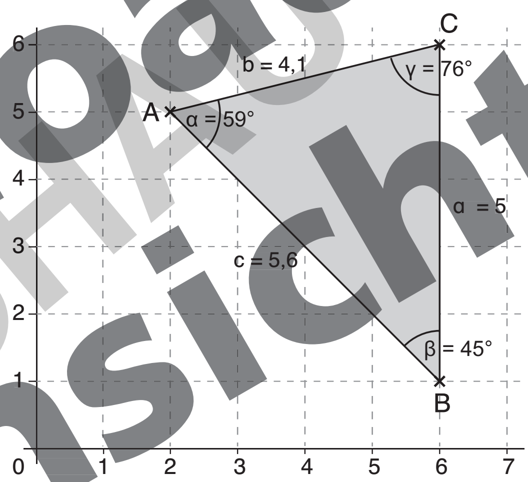
2.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
α	50°	32°	60°	77°	116°	170°
β	60°	102°	90°	65°	39°	5°
γ	70°	46°	30°	38°	25°	5°

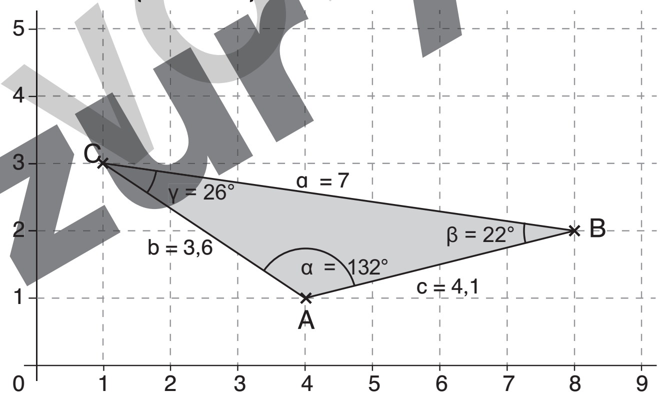
3. a) $\alpha = 68°$, $\beta = 68°$, $\gamma = 44°$



b) $\alpha = 59°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 76°$



c) $\alpha = 132°$, $\beta = 22°$, $\gamma = 26°$



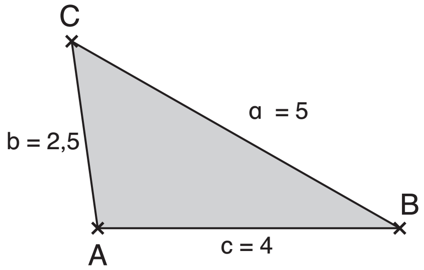
Station 3: Dreiecke konstruieren

1. Markiere für die Planskizze die gegebenen Seiten/Winkel.

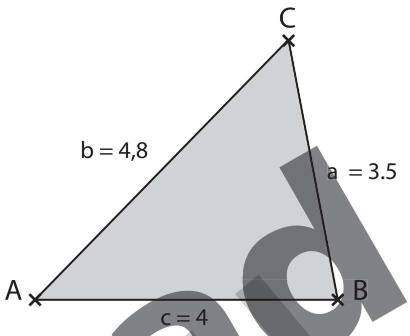
   Konstruktionsidee:

   Zeichne Seite c und bezeichne die Endpunkte mit A und B. Zeichne einen Kreis um A mit dem Radius b. Zeichne einen Kreis um B mit dem Radius a. Der Schnittpunkt der Kreise ist Punkt C. Benenne ihn.

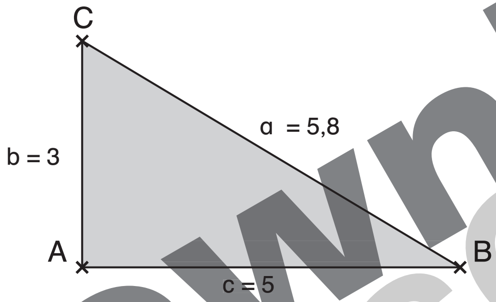
a)



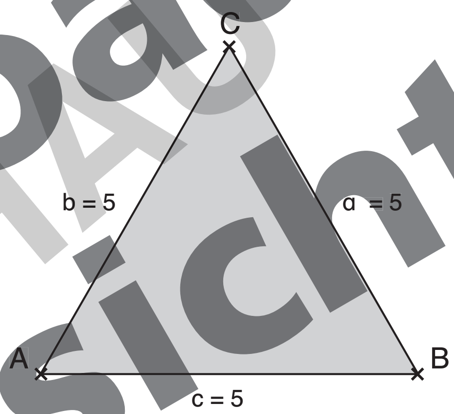
b)



c)



d)

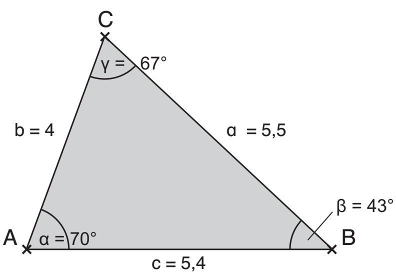


2. Markiere für die Planskizze die gegebenen Seiten/Winkel.

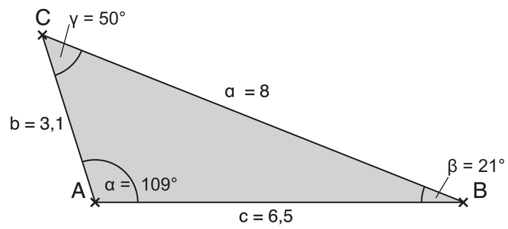
   Konstruktionsidee:

   a) Zeichne Seite c und benenne Eckpunkte A und B. Miss Winkel α ab und zeichne Seite b. Benenne Eckpunkt C und verbinde diesen mit B.
   b) Zeichne Seite c und benenne Eckpunkte A und B. Miss Winkel β ab und zeichne Seite a. Benenne Eckpunkt C und verbinde diesen mit A.
   c) Zeichne Seite c und benenne Eckpunkte A und B. Miss Winkel β ab und zeichne eine verlängerte Linie. Miss die Länge von b vom Eckpunkt A ab und verbinde bis zur verlängerten Linie. Benenne Eckpunkt C.
   d) Zeichne Seite a und benenne Eckpunkte B und C. Miss Winkel γ ab und zeichne eine verlängerte Linie. Miss vom Punkt B die Seite c so ab, dass diese die verlängerte Linie berührt. Der Schnittpunkt ist Punkt A.

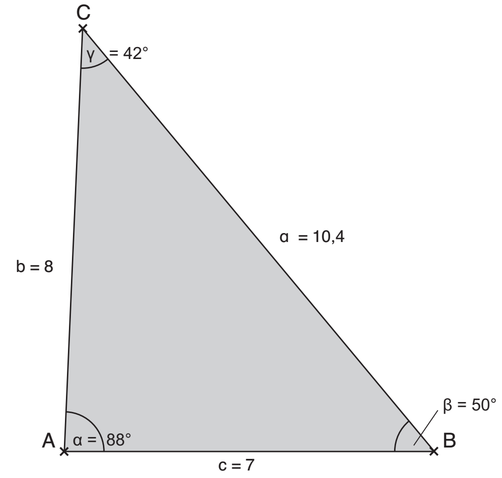
a)



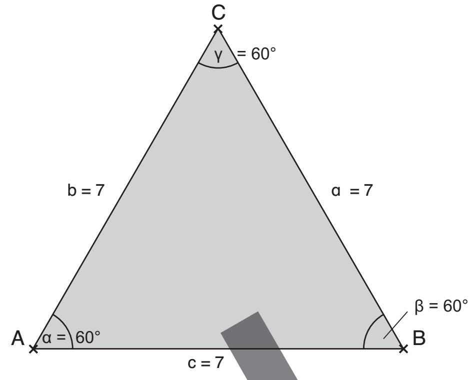
b)



c)



d)



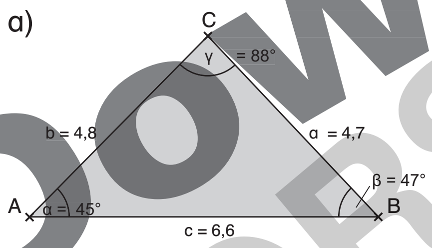
3. Markiere für die Planskizze die gegebenen Seiten/Winkel dick.

   Konstruktionsidee:

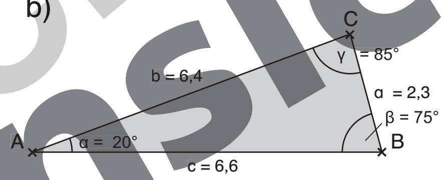
   a) Zeichne Seite c. Miss Winkel α am Eckpunkt A und Winkel β am Eckpunkt B ab und zeichne beide in verlängerten Linien. Der Schnittpunkt dieser Linien ist Punkt C.

   b) Zeichne Seite b. Miss Winkel α am Eckpunkt A und Winkel γ am Eckpunkt C ab und zeichne beide in verlängerten Linien. Der Schnittpunkt dieser Linien ist Punkt B.

a)



b)



4. *individuelle Lösung*

Station 4: Flächeninhalt und Umfang von Dreiecken

1. a) U = 3 cm + 3,5 cm + 4 cm = 10,5 cm $\quad A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{3\text{ cm} \cdot 3{,}4\text{ cm}}{2} = 5{,}1\text{ cm}^2$

   b) U = 4,5 cm + 2 cm + 4 cm = 10,5 cm $\quad A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{4{,}5\text{ cm} \cdot 1{,}7\text{ cm}}{2} = 3{,}83\text{ cm}^2$

   c) U = 2,5 cm + 5,5 cm + 5,5 cm = 13,5 cm $\quad A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{2{,}5\text{ cm} \cdot 5{,}3\text{ cm}}{2} = 6{,}63\text{ cm}^2$

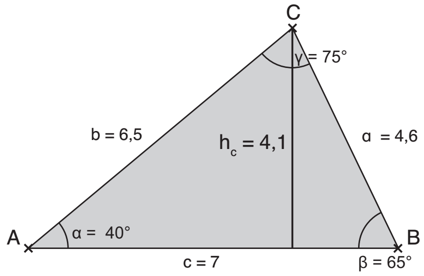
2. a) U = 6,5 cm + 6,5 cm + 6,5 cm = 19,5 cm

   b) U = 4 cm + 5 cm + 12 cm = 21 cm

   c) U = 2,2 cm + 3,4 cm + 4,9 cm = 10,5 cm

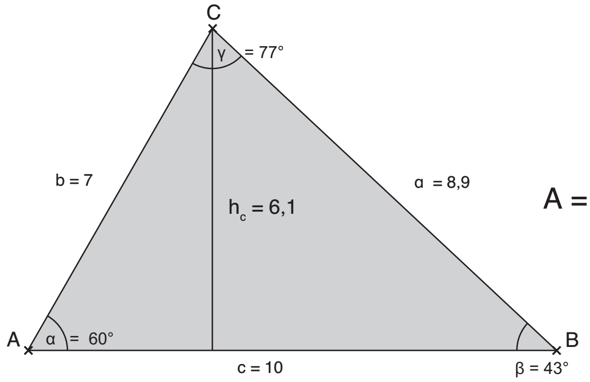
   d) U = 490 cm + 310 cm + 500 cm = 1 300 cm

3. a)



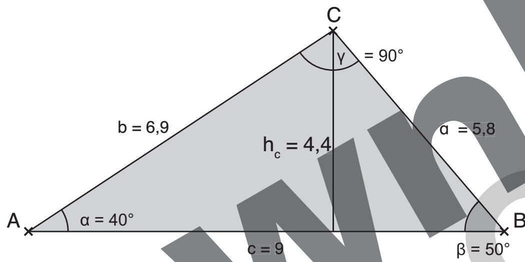
$$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{7\text{ cm} \cdot 4{,}1\text{ cm}}{2} = 14{,}35\text{ cm}^2$$

b)



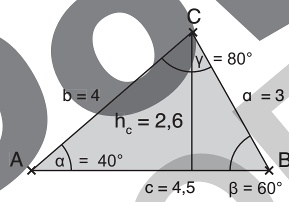
$$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{10\text{ cm} \cdot 6{,}1\text{ cm}}{2} = 30{,}5\text{ cm}^2$$

c)



$$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{9\text{ cm} \cdot 4{,}4\text{ cm}}{2} = 19{,}8\text{ cm}^2$$

d)



$$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{4{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}6\text{ cm}}{2} = 5{,}85\text{ cm}^2$$

Station 5: Besondere Linien im Dreieck

1. a) $h_a = 5{,}4$ cm, $h_b = 4{,}2$ cm, $h_c = 4$ cm — $s_a = 5{,}4$ cm, $s_b = 4{,}5$ cm, $s_c = 4{,}1$ cm
   b) $h_a = 5{,}5$ cm, $h_b = 3{,}3$ cm, $h_c = 3{,}5$ cm — $s_a = 5{,}6$ cm, $s_b = 3{,}7$ cm, $s_c = 4{,}1$ cm
   c) $h_a = 2{,}9$ cm, $h_b = 7$ cm, $h_c = 3$ cm — $s_a = 4$ cm, $s_b = 7$ cm, $s_c = 4{,}3$ cm

2. a) $m_a = 1{,}2$ cm, $m_b = 1{,}4$ cm, $m_c = 1{,}5$ cm — $w_a = 3{,}6$ cm, $w_b = 5$ cm, $w_c = 2$ cm
   b) $m_a = 1{,}6$ cm, $m_b = 2$ cm, $m_c = 1{,}3$ cm — $w_a = 2{,}6$ cm, $w_b = 7{,}6$ cm, $w_c = 4{,}1$ cm
   c) $m_a = 2{,}8$ cm, $m_b = 2$ cm, $m_c = 2$ cm — $w_a = 2{,}8$ cm, $w_b = 4{,}3$ cm, $w_c = 4{,}3$ cm

3. a) Die Aussage ist richtig.
   b) Die Aussage ist richtig.
   c) Die Aussage ist falsch; Der Schnittpunkt kann innerhalb, außerhalb des Dreiecks oder bei einem rechtwinkligen Dreieck auf dem Mittelpunkt einer Dreieckseite liegen.
   d) Die Aussage ist falsch; Winkelhalbierende schneiden sich nur im Inneren des Dreiecks.

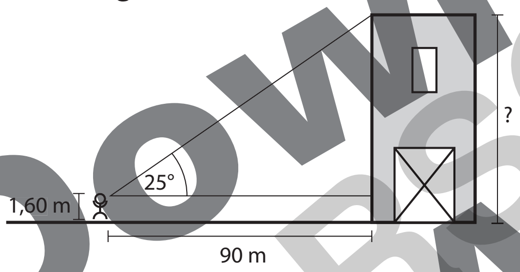
Station 6: Kongruente Dreiecke

1. Die Dreiecke haben folgende Werte:
   a) a = 2,8 cm; b = 7,2 cm; c = 5,8 cm; $\alpha = 22°$; $\beta = 108°$; $\gamma = 50°$
   b) a = 2,5 cm; b = 5,2 cm; c = 5,3 cm; $\alpha = 26°$; $\beta = 74°$; $\gamma = 80°$
   c) a = 4,3 cm; b = 9,6 cm; c = 6,7 cm; $\alpha = 23°$; $\beta = 120°$; $\gamma = 37°$
   d) a = 4,2 cm; b = 5,4 cm; c = 4,2 cm; $\alpha = 50°$; $\beta = 80°$; $\gamma = 50°$
   e) a = 6 cm; b = 3,6 cm; c = 4,8 cm; $\alpha = 90°$; $\beta = 37°$; $\gamma = 53°$
   f) a = 4,7 cm; b = 2 cm; c = 6,3 cm; $\alpha = 32°$; $\beta = 135°$; $\gamma = 135°$

2. a) und e), Satz: WSW
   b) und f), Satz: SSS
   c) und d), Satz: SSW

Zusatzstation A: Sachaufgaben

1. **Frage:** Wie hoch ist der Turm (vom Boden bis zur Spitze)?
   Rechung/Skizze:



Durch Ablesen in der Zeichnung erkennt man, dass die Seite (gegenüber vom Winkel 25°) 42 m lang ist. Bei der Konstruktion entspricht 1 m = 1 cm.

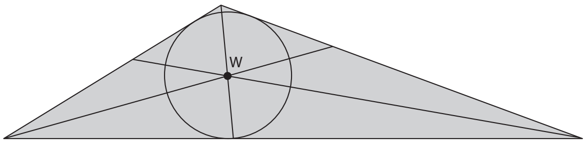
Antwort: Die Höhe des Turms beträgt 42 m + 1,60 m = 43,60 m

2. **Frage:** Wie viel Quadratmeter Teppichboden muss er kaufen?
   Rechung/Skizze:
   Die Aufgabe kann durch Anfertigen einer Zeichnung und abmessen gelöst werden oder durch Einsetzen in die Formel.
   $A = \frac{4\text{ m} \cdot 3\text{ m}}{2} = 6\text{ m}^2$.
   Antwort: Er muss 6 m^2 Teppichboden kaufen.

3. **Frage:** Wie viel m beträgt der Höhenunterschied zwischen Tal und Bergstation?
   Rechnung/Skizze:
   Durch Anfertigen der Zeichnung im Heft kann man abmessen, dass die Seite gegenüber dem Winkel 18° 2 cm lang ist. Daher ist der Höhenunterschied 2 · 500 m = 1 000 m.
   Antwort: Der Höhenunterschied zwischen Tal und Bergstation beträgt 1 000 m.

4. **Frage:** Wie groß kann dieser Kreis maximal werden (Durchmesser)?

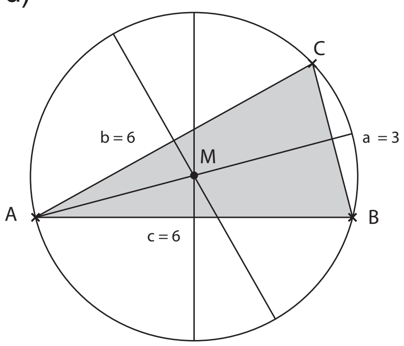
Rechnung/Skizze:



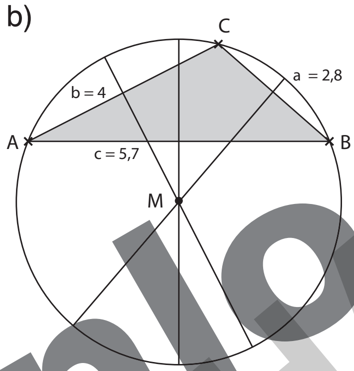
Antwort: Durch Zeichnen des Dreiecks (mit Einzeichnen der Winkelhalbierenden und des Inkreises) hat der Inkreis einen Durchmesser von maximal 40 cm.

Zusatzstation B: Umkreis und Inkreis

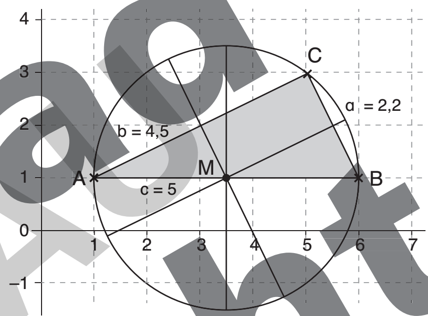
1. a)



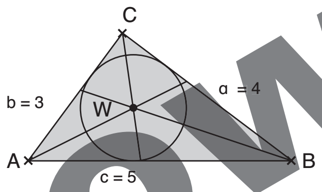
b)



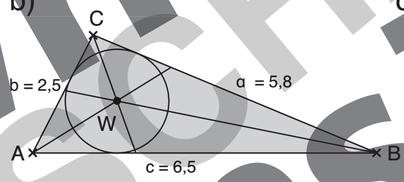
c)



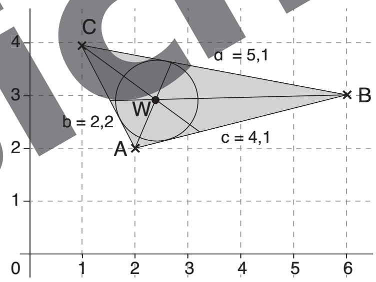
2. a)



b)



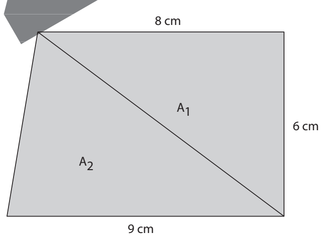
c)



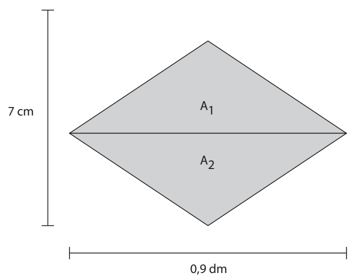
3. M kann im Inneren des Dreiecks liegen (spitzwinklige Dreiecke), kann aber auch außerhalb des Dreiecks liegen (stumpfwinklige Dreiecke);
Der Inkreis berührt alle drei Seiten im Inneren des Dreiecks, W ist der Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden. Daher liegt W innerhalb des Dreiecks.

Zusatzstation C: Flächeninhalt von Vierecken

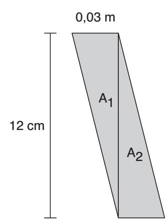
1. a)



b)



c)

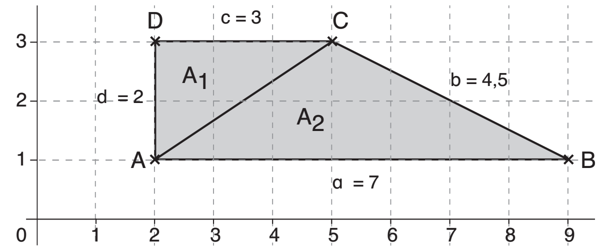


a) $A_1 = \frac{6\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}}{2} = 24\text{ cm}^2$; $A_2 = \frac{9\text{ cm} \cdot 6\text{ cm}}{2} = 27\text{ cm}^2$; $A = 51\text{ cm}^2$

b) $A_1 = A_2 = \frac{9\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm}}{2} = 15{,}75\text{ cm}^2$; $A = 31{,}5\text{ cm}^2$

c) $A_1 = A_2 = \frac{3\text{ cm} \cdot 12\text{ cm}}{2} = 18\text{ cm}^2$; $A = 36\text{ cm}^2$

2. a)

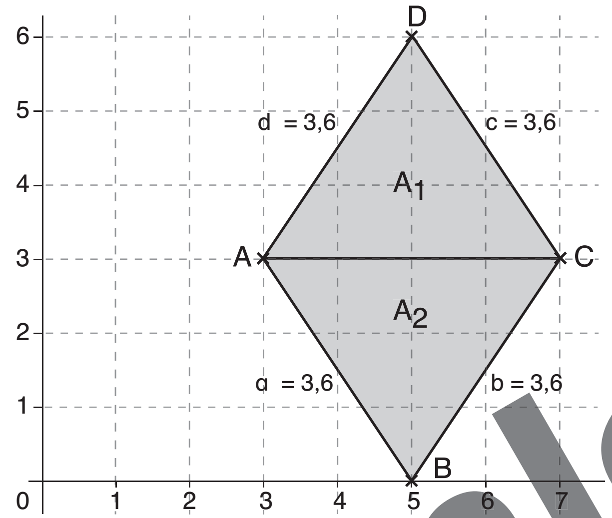


$A_1 = \frac{2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}}{2} = 3\text{ cm}^2$;

$A_2 = \frac{7\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}}{2} = 7\text{ cm}^2$;

$A = 10\text{ cm}^2$

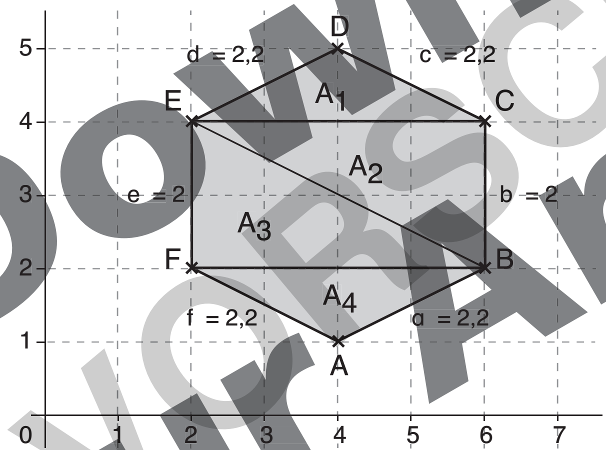
b)



$A_1 = A_2 = \frac{4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}}{2} = 6\text{ cm}^2$;

$A = 12\text{ cm}^2$

3. a)

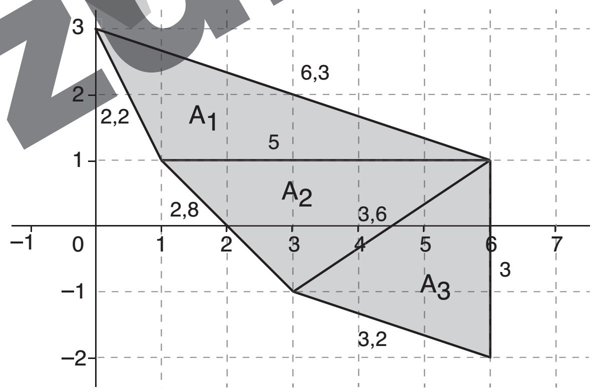


$A_1 = A_4 = \frac{4\text{ cm} \cdot 1\text{ cm}}{2} = 2\text{ cm}^2$;

$A_2 = A_3 = \frac{2\text{ cm} \cdot 4\text{ cm}}{2} = 4\text{ cm}^2$;

$A = 12\text{ cm}^2$

b)



$A_1 = \frac{5\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}}{2} = 5\text{ cm}^2$;

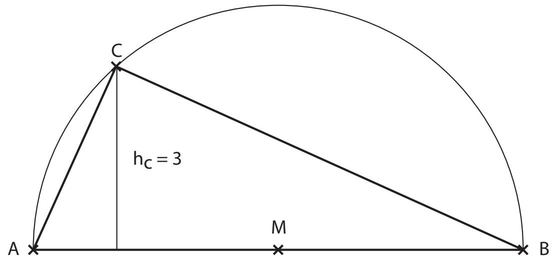
$A_2 = \frac{5\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}}{2} = 5\text{ cm}^2$;

$A_3 = \frac{3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}}{2} = 4,5\text{ cm}^2$;

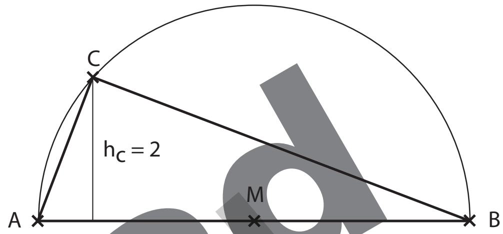
$A = 14,5\text{ cm}^2$

Zusatzstation D: Satz des Thales

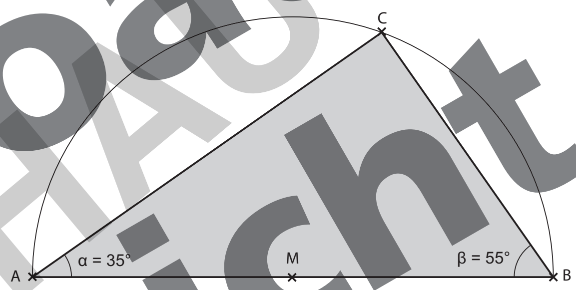
1. a) Seite c = 8 cm zeichnen; Mitte von Seite c mit M markieren; Zirkel auf M mit Radius 4 cm ansetzen und Halbkreis durch Punkte A und B ziehen; Höhe h_c = 3 cm (steht senkrecht auf c) abtrage, sodass die Halbkreislinie berührt wird.



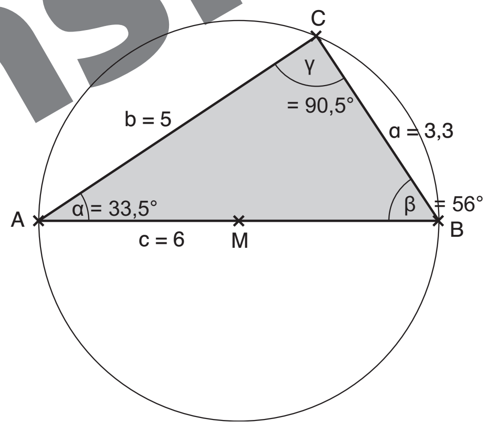
   b) Seite c = 6 cm zeichnen; Mitte von Seite c mit M markieren; Zirkel auf M mit Radius 3 cm ansetzen und Halbkreis durch Punkte A und B ziehen; Höhe h_c = 2 cm (steht senkrecht auf c) abtragen, sodass die Halbkreislinie berührt wird.



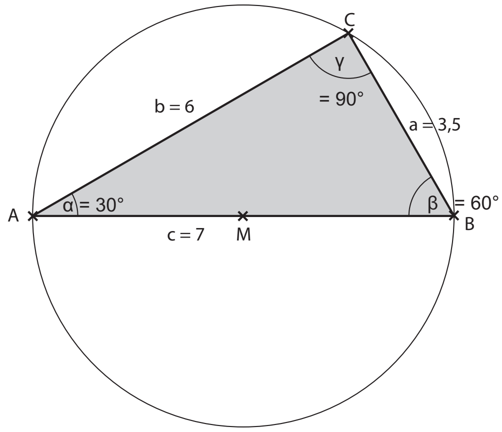
   c) Seite c = 10 cm zeichnen; Mitte von Seite c mit M markieren; Zirkel auf M mit Radius 5 cm ansetzen und Halbkreis durch Punkte A und B ziehen; Winkel α = 35° und Winkel β = 55° messen und abtragen; Schnittpunkt der Winkel ist Punkt C auf dem Halbkreis.



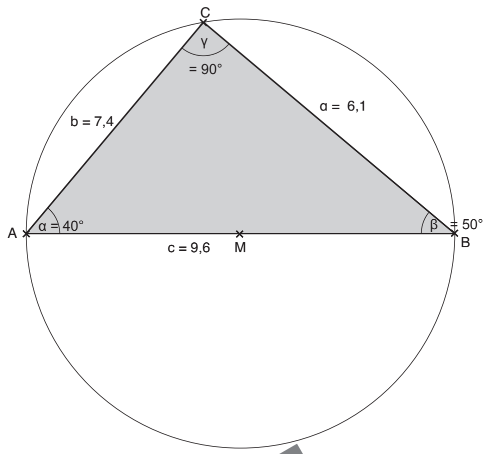
2. a) Kreisbogen zeichnen (Radius 3 cm bzw. Durchmesser 6 cm) und Seite c = 6 cm eintragen; Seite b = 5 cm zeichnen (muss den Kreisbogen berühren); Punkt C mit Punkt B verbinden.



   b) Kreisbogen zeichnen (Radius 3,5 cm bzw. Durchmesser 7 cm) und Seite c = 7 cm eintragen; Winkel α = 30° abmessen und verlängerte Linie bis zum Kreis zeichnen; Punkt C mit Punkt B verbinden.



c) Kreisbogen zeichnen (Radius 4,8 cm bzw. Durchmesser 9,6 cm) und Seite c = 9,6 cm eintragen; Winkel β = 50° abmessen und verlängerte Linie bis zum Kreis zeichnen; Punkt C mit Punkt A verbinden.

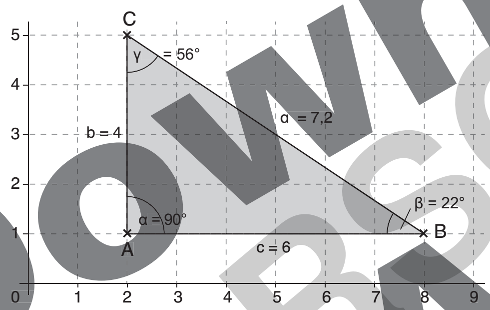


3. Liegt C nicht auf dem Kreisbogen, kann der Satz des Thales nicht angewandt werden.

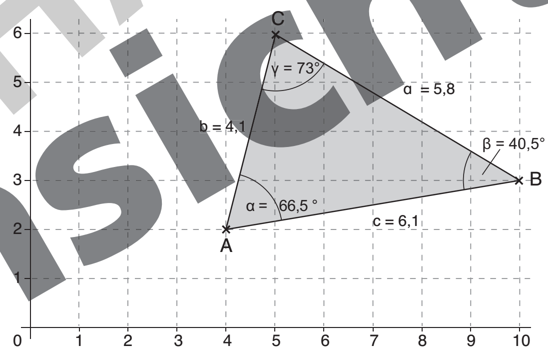
Abschließende Bündelung des Stationenlernens

1. Die Winkelsumme beträgt in allen Dreiecken $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

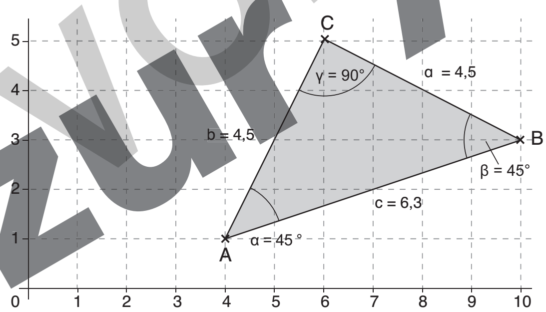
a)



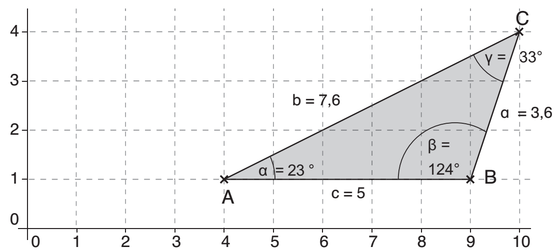
b)



c)

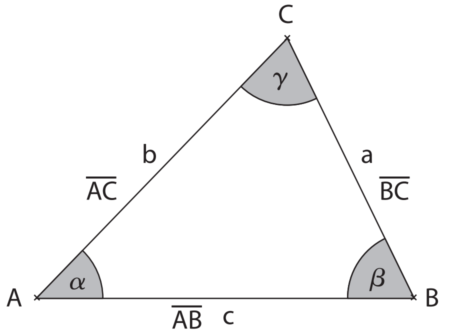


d)

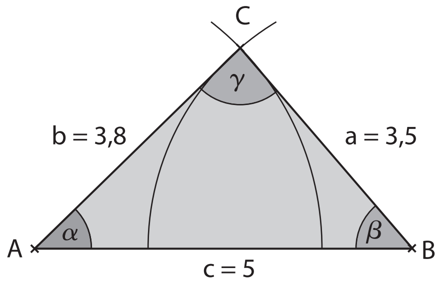


a) rechtwinklig b) spitzwinklig c) gleichschenklig, rechtwinklig d) stumpfwinklig

2. a)

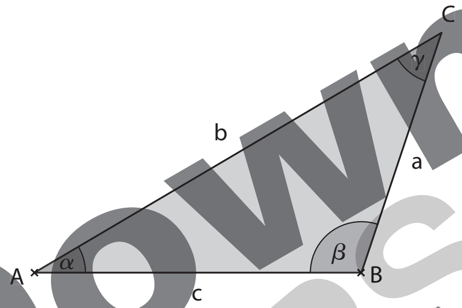


1) Zeichne Seite c = 5 cm.
2) Zeichne Kreis um A mit Radius b = 3,8 cm.
3) Zeichne Kreis um B mit Radius a = 3,5 cm.
4) Schnittpunkt der Kreise ist Punkt C.

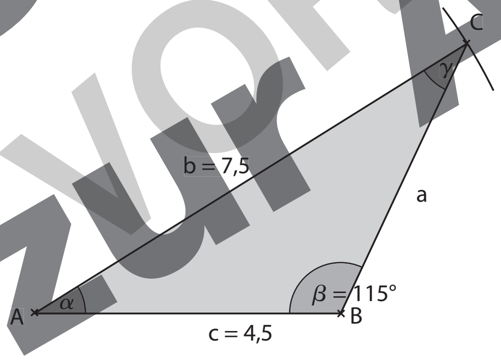


$$A = \frac{5\text{ cm} \cdot 2{,}7\text{ cm}}{2} = 6{,}75\text{ cm}^2$$

b)



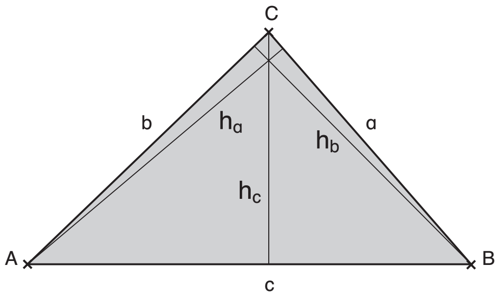
1) Zeichne Seite c = 4,5 cm.
2) Miss Winkel β = 115° und zeichne verlängerte Linie a.
3) Zeichne Kreis um A mit Radius b = 7,5 cm.
4) Schnittpunkt von Kreis und verlängerter Linie a ist Punkt C.



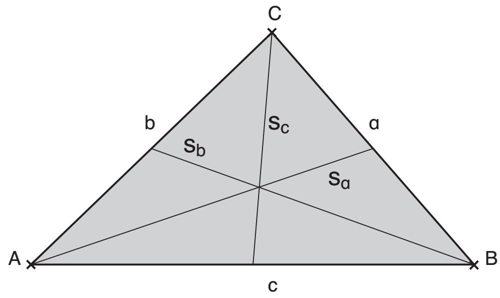
$$A = \frac{7{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}3\text{ cm}}{2} = 8{,}625\text{ cm}^2$$

3.

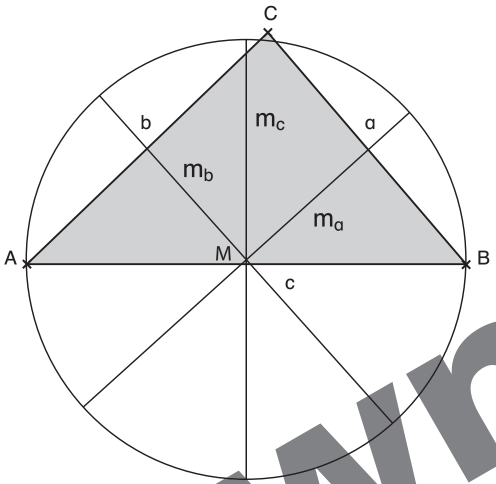
Höhen



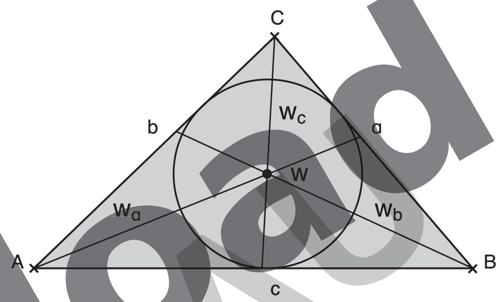
Seitenhalbierende



Mittelsenkrechte mit Umkreis



Winkelhalbierende mit Umkreis



4. a) **Frage:** Wie groß ist die Farbfläche, wenn die beiden Fenster jeweils 2 m lang und 1,30 m hoch und die Tür 1,20 m lang und 2,50 m hoch ist?

Rechnung: Fläche: $A_{Rechteck} = 7\text{ m} \cdot 4{,}80\text{ m} = 33{,}6\text{ m}^2$, $A_{Fenster} = 2 \cdot (2\text{ m} \cdot 1{,}30\text{ m}) = 5{,}2\text{ m}^2$

$A_{Tür} = 1{,}20\text{ m} \cdot 2{,}50\text{ m} = 3\text{ m}^2$, $A_{Dreieck} = \dfrac{7\text{ m} \cdot 3{,}20\text{ m}}{2} = 11{,}2\text{ m}^2$,

$A_{Gesamt} = A_{Rechteck} + A_{Dreieck} - A_{Fenster} - A_{Tür} = 36{,}6\text{ m}^2$

Antwort: Die Farbfläche beträgt $36{,}6\text{ m}^2$.

b) **Frage:** Wie groß ist der Umfang der Vorderseite, wie groß der Umfang des Dachgiebels?

Rechnung: Der Umfang beträgt:

$U_{Vorder} = 7\text{ m} + 4{,}80\text{ m} + 4{,}30\text{ m} + 4{,}30\text{ m} + 4{,}80\text{ m} = 25{,}20\text{ m}$

$U_{Dach} = 7\text{ m} + 4{,}30\text{ m} + 4{,}30\text{ m} = 15{,}60\text{ m}$

Antwort: Der Umfang der Vorderseite beträgt 25,20 m, der Umfang des Dachgiebels 15,60 m.

c) Das Dach ist ein gleichschenkliges Dreieck.

5. a) Richtig.

b) Falsch. Voraussetzung für den Satz des Thales ist ein rechtwinkliges Dreieck sowie ein Punkt C des Dreiecks, welcher auf dem Kreis mit Durchmesser $\overline{AB}$ liegt.

Coverillustration: Mele Brink
Grafik: Julia Flasche
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH

Bestellnr.: 23365DA4

www.persen.de