

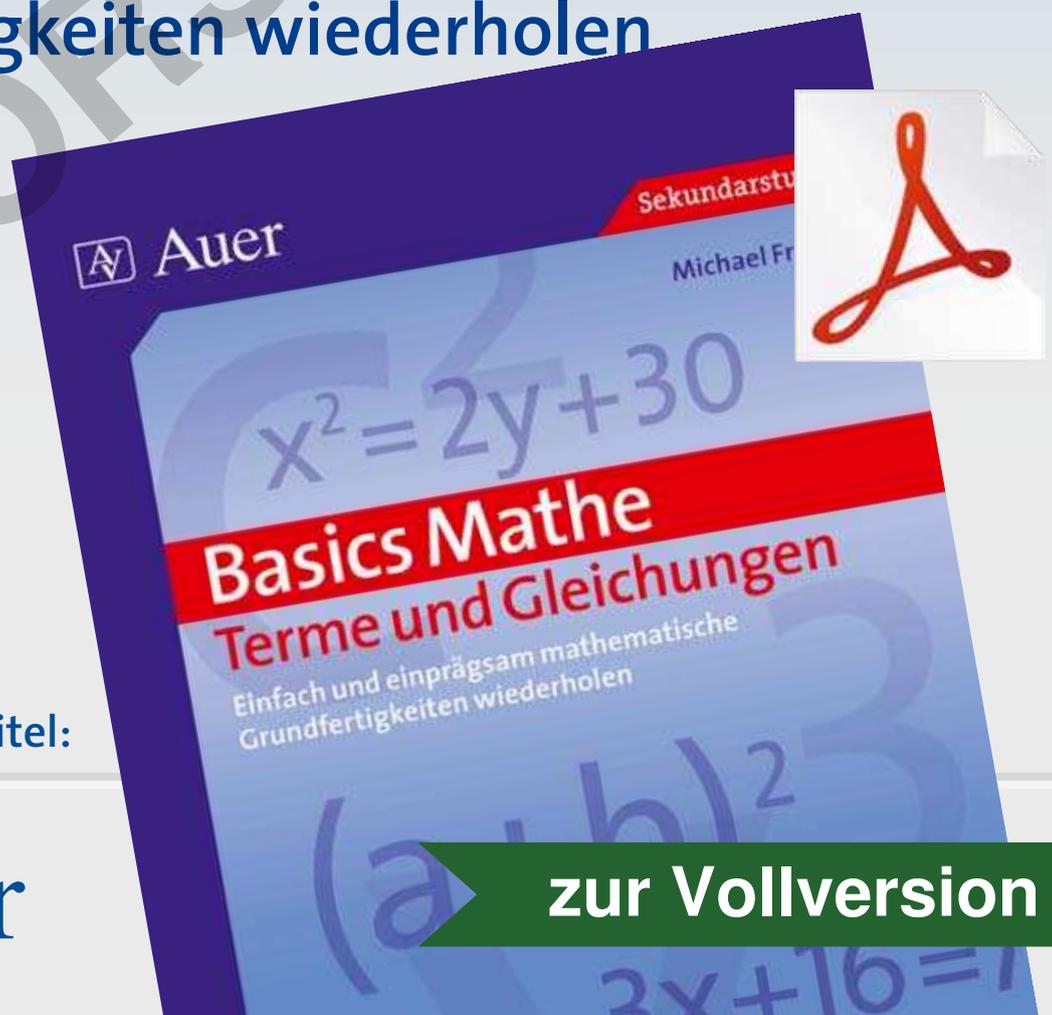
Download

Michael Franck

Basics Mathe Gleichungen mit Klammern und Binomen

Einfach und einprägsam mathematische
Grundfertigkeiten wiederholen

Downloadauszug
aus dem Originaltitel:



Basics Mathe Gleichungen

Einfach und einprägsam
mathematische Grundfertigkeiten
wiederholen

VORSCHAU

Dieser Download ist ein Auszug aus dem Originaltitel
Basics Mathe Terme und Gleichungen
Über diesen Link gelangen Sie zur entsprechenden Produktseite im Web.

<http://www.auer-verlag.de/go/dl6615>

$$2(3+4) = 8$$

Gleichungen mit Klammern I

Um eine Gleichung zu lösen, formt man sie in einfachere äquivalente Gleichungen um. Folgende Umformungen sind erlaubt:

1. Beide Seiten der Gleichungen dürfen vertauscht werden.
2. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man dieselbe Zahl addieren oder subtrahieren.
3. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man mit derselben Zahl ($\neq 0$) multiplizieren oder durch dieselbe Zahl ($\neq 0$) dividieren.
4. Auf beiden Seiten der Gleichung werden die Terme sortiert, indem man Klammern auflöst und gleichartige Glieder zusammenfasst.

Wie du mit Klammern umzugehen hast, wenn zu einem Term eine Summe oder Differenz addiert wird, weißt du. Hier noch einmal zur Wiederholung einige Beispiele:

- BEISPIEL 1**
- a) $9 + (3x - 12)$ ist äquivalent zu $9 + 3x - 12$.
 - b) $9 - (3x - 12)$ ist äquivalent zu $9 - 3x + 12$.
 - c) $24x + (25x - 14) - (-2x + 17)$ ist äquivalent zu $24x + 25x - 14 + 2x - 17$ bzw. $51x - 31$.

Wenn du die Rechenregeln

Addition einer Summe	$a + (b + c) = a + b + c$
Subtraktion einer Summe	$a - (b + c) = a - b - c$
Subtraktion einer Differenz	$a - (b - c) = a - b + c$

befolgst, dann

sind Gleichungen, bei denen solche Klammern aufgelöst werden müssen, für dich kein Problem.

BEISPIEL 2

$$7x - (28 - 2x) + (5x - 34) = 9x - 2$$

$$7x - 28 + 2x + 5x - 34 = 9x - 2$$

$$14x - 62 = 9x - 2$$

$$14x - 9x - 62 = 9x - 9x - 2$$

$$5x - 62 = -2$$

$$5x - 62 + 62 = -2 + 62$$

$$5x = 60$$

$$5x : 5 = 60 : 5$$

$$x = 12$$

$$L = \{12\}$$

- Löse die Klammern auf.
- Fasse gleichartige Glieder zusammen.
- Subtrahiere auf beiden Seiten 9x.
- Fasse gleichartige Glieder zusammen.
- Addiere auf beiden Seiten 62.
- Fasse zusammen.
- Dividiere beide Seiten durch 5.
- Kürze bzw. rechne aus.
- Notiere die Lösungsmenge.
- Mache die Probe.

$$7 \cdot 12 - (28 - 2 \cdot 12) + (5 \cdot 12 - 34) \stackrel{?}{=} 9 \cdot 12 - 2$$

$$106 = 106 \quad \checkmark$$

BEISPIEL 3 Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

a)

$$5x - (12 - 3x) = (8x - 6) - 2x$$

$$5x - 12 + 3x = 8x - 6 - 2x$$

$$8x - 12 = 6x - 6$$

$$8x - 6x - 12 = 6x - 6x - 6$$

$$2x - 12 = -6$$

$$2x - 12 + 12 = -6 + 12$$

$$2x = 6$$

$$2x : 2 = 6 : 2$$

$$x = 3$$

$$L = \{3\}$$

b)

$$2x - 6 = -(-8x - 2) - (6x - 4)$$

$$2x - 6 = 8x + 2 - 6x + 4$$

$$2x - 6 = 2x + 6$$

$$-6 = 6$$

$$L = \{ \}$$

c)

$$(18x + 19) - (12x - 11) = (21x + 5) - (15x - 25)$$

$$18x + 19 - 12x + 11 = 21x + 5 - 15x + 25$$

$$6x + 30 = 6x + 30$$

$$6x = 6x$$

$$L = \mathbb{Q}$$

Probe:

$$5 \cdot 3 - (12 - 3 \cdot 3) \stackrel{?}{=} (8 \cdot 3 - 6) - 2 \cdot 3$$

AUFGABE 1

Bestimme die Lösungsmengen für folgende Gleichungen im Kopf.

- a) $-(x - 6) = 12$ b) $12 - (x + 4) = 13$ c) $18x - (3x + 5) = 10$
 d) $35 + (8x - 27) = 24$ e) $32 - (3x + 7) = -2$ f) $15 + (-4x - 18) = 9$
 g) $x - (3 - 3x) = 33$ h) $-9x - (86 + x) = 4$ i) $12x - (7 + 8x) = -3$

AUFGABE 2

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $6x - (8x - 10) = 87 - (21 + 10x)$ b) $(4x - 5x) + (10 + 6x) = 8$
 c) $17 - (4 - 12x) = 19x - (13x - 19)$ d) $7 - (10 - 8x) = 23 - (4 + 14x)$
 e) $85x - (28x - 104) + (43x + 214) = 218$ f) $24 - (13x - 2) = 28 - (15x - 34)$

AUFGABE 3

Die Aufgaben sind falsch gelöst worden. Korrigiere die falschen Umformungen und notiere die richtigen Lösungsmengen.

- a) $2x - (x + 9) = -2 - (3x - 25)$ b) $(2y - 9) - (3y + 13) = (5y + 14) - (8y + 6)$
 $2x - x + 9 = -2 - 3x + 25$ $2y - 9 + 3y - 13 = 5y + 14 - 8y + 6$
 $x + 9 = -3x + 23$ $5y - 22 = -3y + 20$
 $4x + 9 = 23$ $8y = -2$
 $4x = 14$ $y = -0,25$
 $x = 3,5$ $L = \{-0,25\}$
 $L = \{3,5\}$

AUFGABE 4

Wie heißt die Zahl, die gesucht wird? Stelle eine Gleichung auf und löse.

- a) Vermindert man 18 um die Summe der Zahl und 12, so erhält man 53.
 b) Vermindert man 75 um die Differenz des Doppelten der Zahl und 12, erhält man 13.
 c) Addiert man 23 zur Differenz aus dem Dreifachen der Zahl und 6, so erhält man 56.

AUFGABE 5

Löse die elf Gleichungen. Nur einer der acht Vorschläge auf der rechten Seite ist richtig. Die Lösungsbuchstaben ergeben aneinandergereiht einen englischen Spruch.

Wie lautet die Lösung?	E	I	M	N	O	S	T	Y
$3 - (x + 5) + (7 - 2x) - 5x = -x - (4x - 8)$	Q	{1}	{6}	{}	{3}	{-5}	{-1}	{-2}
$4x - (2x + 3) - (x + 9) = 0$	{15}	{12}	{7}	{-7}	{-2}	{0,5}	{-5}	{6}
$9,5x - (-5 - 6x) = -5 + 15,5x$	{-5}	{3}	{}	{12}	{1,5}	{22}	{17}	Q
$7x - (28 - 2x) + (5x - 34) = 9x - 2$	{12}	{1}	{6}	{-2}	Q	{-3}	{5}	{4}
$(2x + 1) + (4x + 6) = (3x + 18) - (1 - 5x)$	{4}	{-5}	{12}	{-3}	{}	{7}	Q	{0,5}
$3 - (x + 5) - (2x - 7) - 5x = -x - (4x - 8)$	{2}	{-3}	{0,7}	{3,5}	{7}	{-1}	{1}	{}
$11x + (39 - 5x) - (4x + 3) = (24x - 7) - (32 - 3x)$	{-5}	{17}	{3}	{10}	{4}	{15}	{-3}	{11}
$135 + (3x + 83) = -(5x - 132) - (x + 139)$	{-15}	{12}	{-11}	{6}	{-25}	{1}	{}	Q
$(18x + 19) - (12x - 11) = (21x + 5) - (15x - 25)$	{}	{1}	{3}	Q	{12}	{-2}	{-5}	{6}
$(15x + 9,7) + 12,9 - 23x = 18x - (3x - 18,7) - 3$	{0,3}	{}	{0,5}	{3,5}	{-5}	{-1}	{3}	{1}
$(8x + 1) - (4x + 65)$	{21}	{-2}	{}	{}	{}	{}	{}	{}

Um eine Gleichung zu lösen, formt man sie in einfachere äquivalente Gleichungen um. Folgende Umformungen sind erlaubt:

1. Beide Seiten der Gleichungen dürfen vertauscht werden.
2. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man dieselbe Zahl addieren oder subtrahieren.
3. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man mit derselben Zahl ($\neq 0$) multiplizieren oder durch dieselbe Zahl ($\neq 0$) dividieren.
4. Auf beiden Seiten der Gleichung werden die Terme sortiert, indem man Klammern auflöst und gleichartige Glieder zusammenfasst.

Wie du mit Klammern umzugehen hast, wenn du eine Summe oder eine Differenz mit einer Zahl oder einer Variablen multiplizierst oder durch eine Zahl dividierst, hast du bereits kennengelernt.

- BEISPIEL 1**
- a) $9 \cdot (3x - 4)$ ist äquivalent zu $27x - 36$.
 - b) $(-5) \cdot (2a + 3)$ ist äquivalent zu $-10a - 15$.
 - c) $3(5x + 2) - 4(-2x + 3)$ ist äquivalent zu $15x + 6 + 8x - 12$ bzw. $23x - 6$.

Wenn du die Rechenregeln

Multiplikation einer Summe	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
Division einer Summe	$(a + b) : c = a : c + b : c$

befolgst, dann

sind Gleichungen, bei denen solche Klammern aufgelöst werden müssen, für dich kein Problem.

- BEISPIEL 2**
- $$8 \cdot (x - 2) = 6 \cdot (x + 1) - 4 \cdot (8 - x)$$
- $$8x - 16 = 6x + 6 - 32 + 4x$$
- $$8x - 16 = 10x - 26$$
- $$8x - 10x - 16 = 10x - 10x - 26$$
- $$-2x - 16 = -26$$
- $$-2x - 16 + 16 = -26 + 16$$
- $$-2x = -10$$
- $$(-2x) : (-2) = (-10) : (-2)$$
- $$x = 5$$
- $$L = \{5\}$$
-
- $$8 \cdot (5 - 2) \stackrel{?}{=} 6 \cdot (5 + 1) - 4 \cdot (8 - 5)$$
- $$24 = 24 \quad \checkmark$$
-
- Löse die Klammern auf.
 - Fasse gleichartige Glieder zusammen.
 - Subtrahiere auf beiden Seiten 10x.
 - Fasse gleichartige Glieder zusammen.
 - Addiere auf beiden Seiten 16.
 - Fasse zusammen.
 - Dividiere beide Seiten durch (-2).
 - Kürze bzw. rechne aus.

 - Notiere die Lösungsmenge.

 - Mache die Probe.

BEISPIEL 3 Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $15 \cdot (5x - 4) - (3x + 1) = 47$
 $75x - 60 - 3x - 1 = 47$
 $72x - 61 = 47$
 $72x - 61 + 61 = 47 + 61$
 $72x = 108$
 $72x : 72 = 108 : 72$
 $x = 1,5$
 $L = \{1,5\}$
- b) $4 \cdot (x + 5) = 2 \cdot (2x + 11) - 2$
 $4x + 20 = 4x + 22 - 2$
 $4x + 20 = 4x + 20$
 $4x = 4x$
 $L = \mathbb{Q}$
- c) $6 \cdot (x - 2) = 3 \cdot (2x - 2) + 6$
 $6x - 12 = 6x - 6 + 6$
 $6x - 12 = 6x$
 $-12 = 0$
 $L = \{\}$

Probe:

$$15 \cdot (5 \cdot 1,5 - 4) - (3 \cdot 1,5 + 1) \stackrel{?}{=} 47$$

$$47 = 47 \quad \checkmark$$

AUFGABE 1

Bestimme die Lösungsmengen für folgende Gleichungen im Kopf.

- a) $4 \cdot (x + 6) = 36$ b) $15 \cdot (x - 4) = 75$ c) $6 \cdot (15 - 2x) = 30$
 d) $(x - 9) \cdot 7 = -77$ e) $(15 - x) \cdot 3 = 12$ f) $(-5 - x) \cdot 2 = -34$
 g) $8 \cdot (x - 2) = 72$ h) $13 \cdot (x + 3) = 195$ i) $(-4) \cdot (6 - 3x) = 24$

AUFGABE 2

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $4(2x + 5) = 3(3x + 9)$ b) $(4x - 8) \cdot 5 = (12x - 4) \cdot 3$
 c) $(-4) \cdot (-2x + 8) = 480$ d) $2(3x - 255) = -78$
 e) $7(x + 1) = 3(2x + 5)$ f) $4(2x + 5) = (x - 11) \cdot 3$

AUFGABE 3

Die Aufgaben sind falsch gelöst worden. Korrigiere die falschen Umformungen und notiere die richtigen Lösungsmengen.

- a) $6(7 - 2x) + 2 = 5(6 - 4x) + 46$ b) $7(x + 5) = 21(5 - 2x)$
 $42 - 12x + 2 = 30 + 20x + 46$ $7x + 35 = 105 - 2x$
 $44 - 12x = 20x + 76$ $5x + 35 = 105$
 $44 - 32x = 76$ $5x = 70$
 $32x = 32$ $x = 14$
 $x = 1$ $L = \{14\}$
 $L = \{1\}$

AUFGABE 4

Wie heißt die Zahl, die gesucht wird? Stelle eine Gleichung auf und löse.

- a) Das Vierfache aus der Summe dieser Zahl und 3 beträgt 24.
 b) Das Sechsfache aus der Differenz dieser Zahl und 2 beträgt 12.
 c) Subtrahiert man die Zahl von 3 und multipliziert die Differenz mit 5, so erhält man -5 .

AUFGABE 5

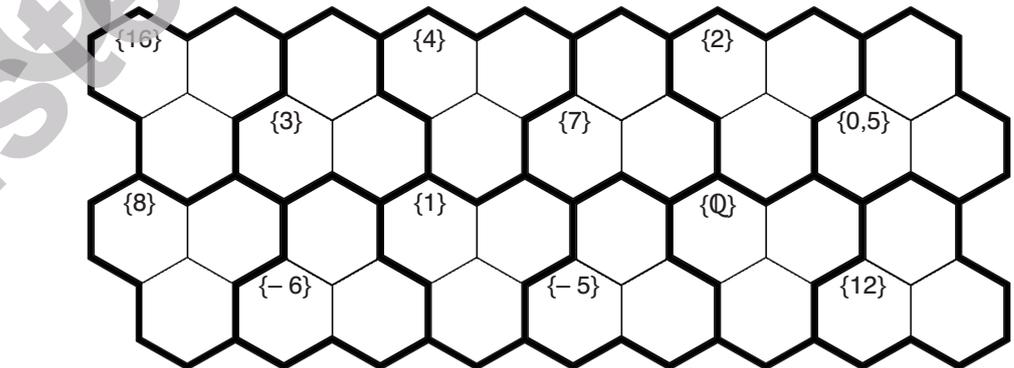
Berechne bei den Gleichungen unten jeweils den Wert für x. Suche ihn im Silbenschema wieder. Trage dort die gesamte Bienenwabe ein. Wenn du alles richtig machst, ergibt sich ein englischer Spruch, der aussagt, dass „geteiltes Leid nur halbes Leid ist.“


 $2(x + 3) = 8x - 12$


 $4(x + 3) = 5(6 - x)$


 $(-3 - x) \cdot 4 = 6x + 38$

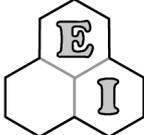

 $2(x - 3) + 3(2x - 4) = 14$




 $(4x - 7) \cdot 5 = (12x - 49) \cdot 3$


 $(3 + 2x) \cdot 4 = 6x + 36$


 $3(x - 2) + 34 = 10$


 $22x + 4(9 - 3x) = 41$


 $5x - 4(5x - 6) = -96$


 $4(x + 3) = 2(6 + 2x)$



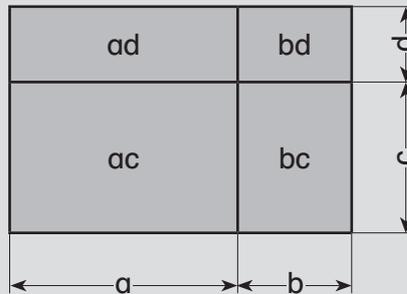




Du multiplizierst zwei Summen miteinander, indem du **jeden Summanden** der ersten Summe mit **jedem Summanden** der zweiten Summe multiplizierst.

Für beliebige rationale Zahlen a, b, c, d gilt: $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Geometrische Veranschaulichung:



Du solltest bei der Multiplikation von Summen immer eine ganz bestimmte Reihenfolge beibehalten, z. B. immer den 1. Summanden der 1. Klammer mit jedem Summanden der 2. Klammer und dann den 2. Summanden der 1. Klammer mit jedem Summanden der 2. Klammer multiplizieren:

$$(3a + 7b)(6 + 2a) = 18a + 6a^2 + 42b + 14ab$$

Beim Multiplizieren musst du unbedingt auf die Vorzeichen achten:

$$(2x - 7)(3 - 4x) = 6x - 8x^2 - 21 + 28x$$

$$(p - q)(-r - s) = -pr - ps + qr + qs$$

BEISPIEL 1

- a) $(2a + 6b)(4b + 5a) = 8ab + 10a^2 + 24b^2 + 30ab = 10a^2 + 38ab + 24b^2$
- b) $(8 - 5a)(a + 3) = 8a + 24 - 5a^2 - 15a = -7a - 5a^2 + 24$
- c) $(-x + 5y)(-7x - y) = 7x^2 + xy - 35xy - 5y^2 = 7x^2 - 34xy - 5y^2$
- d) $(5x + 3y)(2a - 4b - c) = 10ax - 20bx - 5cx + 6ay - 12by - 3cy$

BEISPIEL 2

Vereinfache den Term, indem du die Klammern auflöst, ordnest und zusammenfasst. Prüfe, ob beide Terme äquivalent sind, indem du für die Variable x die Zahl 4 einsetzt.

$$\begin{aligned}
 3(2x - 6) + (x + 4)(x - 3) & \quad 3(2x - 6) + (x + 4)(x - 3) = 6x - 18 + x^2 - 3x + 4x - 12 \\
 & \quad = 7x + x^2 - 30 \\
 3(2 \cdot 4 - 6) + (4 + 4)(4 - 3) & \quad 7 \cdot 4 + 4^2 - 30 \\
 = 3(8 - 6) + 8 \cdot 1 & \quad = 28 + 16 - 30 \\
 = 3 \cdot 2 + 8 & \quad = 14 \\
 = 14 &
 \end{aligned}$$

BEISPIEL 3

Vereinfache den Term, indem du die Klammern auflöst, ordnest und zusammenfasst.

$$\begin{aligned}
 (7 - a)(2 - a) - (2a + 9)(6 - a) - 3a^2 \\
 = 14 - 7a - 2a + a^2 - (12a - 2a^2 + 54 - 9a) - 3a^2 \\
 = 14 - 7a - 2a + a^2 - 12a + 2a^2 - 54 + 9a - 3a^2 \\
 = -40 - 12a
 \end{aligned}$$

BEISPIEL 4

Setze die richtigen Zahlen ein.

$$a) (\quad 3a \quad + \quad 7 \quad)(6 + 4a) = 18a + 12a^2 + 42 + 28a$$

$$b) (\quad 3x \quad - \quad 7 \quad)(2x + \quad 12 \quad) = 6x^2 + 36x - 14x - 84$$



AUFGABE 1

Multipliziere aus und fasse zusammen. Prüfe, ob der ursprüngliche und der ausmultiplizierte Term äquivalent sind, indem du zur Kontrolle die angegebene Zahl für die Variable einsetzt.

a) $(x - 3)(x + 7)$

Setze für x die Zahl 5 ein.

b) $(z + 4)(z + 8)$

Setze für z die Zahl 3 ein.

c) $(2a + 7)(3a - 5)$

Setze für a die Zahl 4 ein.

d) $(9 - 2y)(y - 4)$

Setze für y die Zahl 7 ein.

AUFGABE 2

Welcher Fehler wurde beim Auflösen der Klammern gemacht? Korrigiere.

a) $(7x + 3)(3b - 5)$
 $= 21bx - 35x + 9b + 15$

b) $(4m - 2n)(x - 5 + n)$
 $= 4mx - 20m - 2nx + 10n - 2n^2$

c) $(5x - 3y)(5x + 6y)$
 $= 5x^2 + 30xy - 15xy - 18y^2$
 $= 5x^2 - 15xy - 18y^2$

d) $(-a + 5b)(-7a - b)$
 $= -8a + ab - 35ab + 4b$
 $= -8a - 34ab + 4b$

AUFGABE 3

Setze die richtigen Zahlen ein.

a) $(\square + \square)(6 + 3y) = 54 + 27y + 12x + 6xy$

b) $(\square - \square)(4 + \square) = 8a + 6a^2 - 28 - 21a$

c) $(\square - \square)(\square - 4) = 6x^2 - 8x - 3xy + 4y$

d) $(\square + \square)(6a + \square) = 18ax + 6bx + 6ay + 2by$

AUFGABE 4

Schreibe die Produkte als Summen, indem du ausmultiplizierst und – wenn möglich – zusammenfasst.

a) $(9a - 3)(3b - 5)$

b) $(2m + 3n)(4m + 7n)$

c) $(x - 5y)(6x + y)$

d) $(7x - 9y)(25x - 6y)$

e) $(5x + 3y)(a - b)$

f) $(4a - 2b)(x - 3y)$

AUFGABE 5

Multipliziere aus und fasse zusammen.

a) $(2a + 3b)(4a - 3b) + (3b - 2a)(4b + 3a)$

b) $(7x - 3y)(-2y + 2x) + (6x - 8y)(5x + 4y)$

c) $(2x + 3)(1 - 3x) + (6x - 17)(4 + x)$

AUFGABE 6

Multipliziere aus und fasse zusammen. Achte besonders auf das Minuszeichen vor den Klammern.

Beispiel: $8a - (6b + 2)(4a - 5)$
 $= 8a - (24ab - 30b + 8a - 10)$
 $= 8a - 24ab + 30b - 8a + 10$
 $= -24ab + 30b + 10$

a) $4xy + 3x^2 - (2x - 4y)(5x - 3y)$

b) $(2x - 3y)(2x - 4y) - (4x + 2y)(3x - 2y)$

c) $(a + 4)(5 - a) - (a - 1)(a + 8)$

AUFGABE 7

Multipliziere aus und fasse – wenn möglich – zusammen.

a) $(3x - 5)(2x + 4y - 7)$

b) $(6a + 8)(5a - 12 + 3b)$

c) $(-5x - 2y)(3a - 4b + 5c)$



Sonderfälle der Multiplikation zweigliedriger Summen sind die binomischen Formeln.

Diese drei Terme bezeichnet man in der Mathematik als binomische Formeln:

$$(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

1. binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Merke:

1. Glied zum Quadrat **plus** beide Glieder multiplizieren und mal 2 nehmen **plus** 2. Glied zum Quadrat.

BEISPIEL 1

$$(3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$$

plus plus
1. Glied quadrieren Glieder multiplizieren und mal 2 nehmen 2. Glied quadrieren

2. binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



Merke:

1. Glied zum Quadrat **minus** beide Glieder multiplizieren und mal 2 nehmen **plus** 2. Glied zum Quadrat.

BEISPIEL 2

$$(2a - 4b)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 4b + (4b)^2 = 4a^2 - 16ab + 16b^2$$

minus plus
1. Glied quadrieren Glieder multiplizieren und mal 2 nehmen 2. Glied quadrieren

3. binomische Formel: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$



Merke:

1. Glied zum Quadrat **minus** 2. Glied zum Quadrat.

BEISPIEL 3

$$(3v + 2w)(3v - 2w) = (3v)^2 - (2w)^2 = 9v^2 - 4w^2$$

minus
1. Glied quadrieren 2. Glied quadrieren

BEISPIEL 4

Setze richtig ein.

a) $(4a + 7)^2 = 16a^2 + 56a + 49$

b) $(6x - 2)^2 = 36x^2 - 24x + 4$

c) $(3a + 5b)(3a - 5b) = 9a^2 - 25b^2$

BEISPIEL 5

Löse die Klammern auf.

a) $(r + s)(r - s) = r^2 - s^2$

b) $(3a + 4)^2 = 9a^2 + 24a + 16$

c) $(8 - 3x)^2 = 64 - 48x + 9x^2$

d) $a^2 + 25 - (a - 5)^2 = a^2 + 25 - a^2 + 10a - 25 = 10a$

BEISPIEL 6

Wandle in ein Produkt um.

a) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2$

b) $121x^2 - 225y^2 = (11x + 15y)(11x - 15y)$

1. binomische Formel: $(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. binomische Formel: $(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. binomische Formel: $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

AUFGABE 1

Setze richtig ein.

- a) $(3x - \square)^2 = \square - \square + 144$
- b) $(\square + \square)^2 = 64y^2 + 64y + \square$
- c) $(\square + \square)(\square - \square) = 49a^2 - 4b^2$
- d) $(3x + \square)(\square - \square) = \square - 25$
- e) $(\square + \square)^2 = \square + 32x + 64$

AUFGABE 2

Wende die binomischen Formeln an.

- a) $(x + y)^2$
- b) $(6a - 5b)^2$
- c) $(2,5 - 6z)^2$
- d) $(\frac{2}{3}a + 6b)^2$
- e) $(0,5c + 7,2d)^2$
- f) $(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}b)^2$

AUFGABE 3

Schreibe – wenn möglich – als Produktterm.

- a) $9 - 30y + 25y^2$
- b) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{4}y^2$
- c) $4x^2 - 81y^2$
- d) $144b^2 - 72b + 9$
- e) $-49y^2 + 121x^2$
- f) $x^2 + 3xy + y^2$

AUFGABE 4

Löse die Klammern auf und fasse – wenn möglich – zusammen.

- a) $(x + 4)^2 + (x + 3)^2$
- b) $(a - 6)^2 + (a + 8)^2$
- c) $(2y + 3)(2y - 3) + (2y - 4)^2$
- d) $(4x + 9y)^2 + (5x + 3y)(5x - 3y)$

AUFGABE 5

Beachte beim Auflösen der Klammern das Minuszeichen vor der 2. Klammer. Fasse so weit wie möglich zusammen.

- a) $(x - 3)^2 - (2x + 6)^2$
- b) $(a - 7)^2 - (5a - 4)(5a + 4)$
- c) $(2a - 3b)^2 - (3a - 2b)^2$

AUFGABE 6

Löse die Klammern auf und fasse – wenn möglich – zusammen.

- a) $(12a - 4b)(12a + 4b) - (12a + 4b)^2$
- b) $(3x - 13y)(3x + 13y) - (8x - 7y)^2$
- c) $2(4a - 3b)^2 - 3(b - 2a)(b + 2a) - 4(a + 2b)^2$

AUFGABE 7

Faktorisiere mithilfe einer binomischen Formel. Klammere aber zunächst den angegebenen Faktor aus.

- a) $14a^2 + 28ab + 14b^2$ 14 ausklammern
- b) $50a^2 - 120a + 72$ 2 ausklammern
- c) $x^3 - xy^2$ x ausklammern

AUFGABE 8

Mithilfe der binomischen Formeln lassen sich Quadratzahlen schnell berechnen.

Beispiele: $31^2 = (30 + 1)^2 = 900 + 60 + 1 = 961$; $89^2 = (90 - 1)^2 = 8100 - 180 + 1 = 7921$
Schreibe als Summe oder Differenz und berechne im Kopf.

- a) 41^2
- b) 62^2
- c) 69^2
- d) 199^2
- e) 67^2
- f) 102^2

Um eine Gleichung zu lösen, formt man sie in einfachere äquivalente Gleichungen um. Folgende Umformungen sind erlaubt:

1. Beide Seiten der Gleichungen dürfen vertauscht werden.
2. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man dieselbe Zahl addieren oder subtrahieren.
3. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man mit derselben Zahl ($\neq 0$) multiplizieren oder durch dieselbe Zahl ($\neq 0$) dividieren.
4. Auf beiden Seiten der Gleichung werden die Terme sortiert, indem man Klammern auflöst und gleichartige Glieder zusammenfasst.

Für beliebige rationale Zahlen a, b, c, d gilt:
 $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$

Wenn du die Rechenregel befolgst, dann ist die folgende Gleichung für dich kein allzu großes Problem.

BEISPIEL 1

$$\begin{aligned} (x + 3)(x - 4) &= (x - 1)(x - 2) \\ x^2 - 4x + 3x - 12 &= x^2 - 2x - 1x + 2 \\ x^2 - x - 12 &= x^2 - 3x + 2 \\ x^2 - x^2 - x - 12 &= x^2 - x^2 - 3x + 2 \\ -x - 12 &= -3x + 2 \\ -x - 12 + 12 &= -3x + 2 + 12 \\ -x &= -3x + 14 \\ -x + 3x &= -3x + 3x + 14 \\ 2x &= 14 \\ 2x : 2 &= 14 : 2 \\ x &= 7 \\ L &= \{7\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7 + 3)(7 - 4) &\stackrel{?}{=} (7 - 1)(7 - 2) \\ 30 &= 30 \quad \checkmark \end{aligned}$$

-  Löse die Klammern auf.
-  Fasse gleichartige Glieder zusammen.
-  Subtrahiere auf beiden Seiten x^2 .
-  Fasse zusammen.
-  Addiere auf beiden Seiten 12.
-  Rechne aus.
-  Addiere auf beiden Seiten $3x$.
-  Fasse zusammen.
-  Dividiere beide Seiten durch 2.
-  Kürze bzw. rechne aus.
-  Notiere die Lösungsmenge.
-  Mache die Probe.

BEISPIEL 2

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

$$\begin{aligned} -10x^2 - 5(3 - x)(2x + 11) &= -30x \\ -10x^2 - 5(6x + 33 - 2x^2 - 11x) &= -30x \\ -10x^2 - 30x - 165 + 10x^2 + 55x &= -30x \\ 25x - 165 &= -30x \\ 25x - 165 + 165 &= -30x + 165 \\ 25x &= -30x + 165 \\ 25x + 30x &= -30x + 30x + 165 \\ 55x &= 165 \\ 55x : 55 &= 165 : 55 \\ x &= 3 \\ L &= \{3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -10 \cdot 3^2 - 5(3 - 3)(23 + 11) &\stackrel{?}{=} -30 \cdot 3 \\ -90 &= -90 \quad \checkmark \end{aligned}$$

AUFGABE 1 Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

a) $(2+x)(x+3) = x^2 - 4$
 c) $(x+4)(3-x) = 6 - x^2$

b) $(x-4)(x-2) = -(-x^2 - 3)$
 d) $(-x+5)(x+9) = 17 - x^2$

AUFGABE 2 Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

a) $(x-3)(x+4) = x(x+5)$
 c) $(3x+5)(8x-2) = (4x+6)(6x-1)$

b) $(3x+4)(4x+3) = (2x+6)(6x+2)$
 d) $(x+2)(x+1) = (x-2)(x+9)$

AUFGABE 3 Hier haben sich Fehler bei den Äquivalenzumformungen eingeschlichen. Korrigiere.

a) $(a-6)(a+4) = (a-4)(a+3)$
 $a^2 + 4a - 6a + 24 = a^2 + 3a + 4a - 12$
 $4a - 6a + 24 = 3a + 4a - 12$
 $10a + 24 = 7a - 12$
 $3a + 24 = -12$
 $3a = -36$
 $a = -12$
 $L = \{-12\}$

b) $(3x+2)(8x-4) = (4x-2)(6x-3)$
 $24x^2 - 12x + 16x - 8 = 24x^2 - 12x - 12x + 6$
 $-12x + 16x - 8 = -12x - 12x + 6$
 $28x - 8 = -24x + 6$
 $4x - 8 = 6$
 $4x = 14$
 $x = 3,5$
 $L = \{3,5\}$

AUFGABE 4 Bestimme die Lösungsmenge der 12 Gleichungen. Links oder rechts des Weges findest du jeweils Buchstaben, die du aneinanderreihen musst, um den englischen Lösungsspruch zu finden, der soviel besagt wie „Kommt Zeit, kommt Rat“.

START

$x(x-2) = (x+2)(x-1)$

$(x-2)(x-5) = x^2 + 31$

$(x-1)(x+6) = x^2 + 4x + 4$

$(2x+1)(3x-1) = 6x^2$

$(3x-4)(2x+1) - (6x^2-9) = 15$

$(2x+3)(5-x) = x - 2x^2 - 9$

$(x+3)(2x+5) = 2x(x+6)$

$(x+2)(x+3) = x^2 + 8$

$(3x+1)(3+x) = 3(x^2+3)$

$(3x+5)(8x-2) = (4x+6)(6x-1)$

$x(x+5) = (x+3)(x+1)$

$(4x+6)(6x-5) = 24x^2 + 50$

AUFGABE 5 Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

a) $(3x+8)(2x+4) - (x+1,2)(6x-5) = 244,4$
 b) $4(x+3)(x-1) + 20 = (2x-1)(5x+1) - (3x-5)(2x+1)$
 c) $(x+1)(6x+1) - 3(3-x)(2x-1) = (4x-5)(3x+1)$

AUFGABE 6 Wandle den Text in eine Gleichung um und bestimme die Lösungsmenge. Vergrößert man in dem Produkt $13 \cdot 32$ jeden Faktor um dieselbe Zahl x und subtrahiert zusätzlich die Zahl 821, so erhält man das Quadrat von x .



Um eine Gleichung zu lösen, formt man sie in einfachere äquivalente Gleichungen um. Folgende Umformungen sind erlaubt:

1. Beide Seiten der Gleichungen dürfen vertauscht werden.
2. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man dieselbe Zahl addieren oder subtrahieren.
3. Auf beiden Seiten der Gleichung darf man mit derselben Zahl ($\neq 0$) multiplizieren oder durch dieselbe Zahl ($\neq 0$) dividieren.
4. Auf beiden Seiten der Gleichung werden die Terme sortiert, indem man Klammern auflöst und gleichartige Glieder zusammenfasst.

Die binomischen Formeln im Überblick:

$$(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Wenn du die Binomischen Formeln richtig anwendest, dann sind Gleichungen, bei denen Binome auftauchen, kein Problem für dich.

BEISPIEL 1

$$(x + 6)^2 - (x + 3)(x - 3) = 3x$$

$$x^2 + 12x + 36 - (x^2 - 9) = 3x$$

$$x^2 + 12x + 36 - x^2 + 9 = 3x$$

$$12x + 45 = 3x$$

$$12x - 12x + 45 = 3x - 12x$$

$$45 = -9x$$

$$45 : (-9) = -9x : (-9)$$

$$-5 = x$$

$$L = \{-5\}$$

$$(-5 + 6)^2 - (-5 + 3)(-5 - 3) \stackrel{?}{=} 3 \cdot (-5)$$

$$1^2 - (-2) \cdot (-8) = -15$$

$$-15 = -15 \quad \checkmark$$

Wende die binomischen Formeln an.

Löse die Minusklammer auf.

Fasse zusammen.

Subtrahiere auf beiden Seiten 12x.

Fasse zusammen.

Dividiere beide Seiten durch (-9).

Rechne aus bzw. kürze.

Notiere die Lösungsmenge.

Mache die Probe.

BEISPIEL 2

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

$$(x + 4)^2 - (x - 3)(x + 6) = (x - 3)^2 + 11x - (x + 5)^2$$

$$x^2 + 8x + 16 - (x^2 + 6x - 3x - 18) = x^2 - 6x + 9 + 11x - (x^2 + 10x + 25)$$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 - 6x + 3x + 18 = x^2 - 6x + 9 + 11x - x^2 - 10x - 25$$

$$5x + 34 = -5x - 16$$

$$5x + 5x + 34 = -5x + 5x - 16$$

$$10x + 34 = -16$$

$$10x + 34 - 34 = -16 - 34$$

$$10x = -50$$

$$x = -5$$

$$L = \{-5\}$$

$$(-5 + 4)^2 - (-5 - 3)(-5 + 6) \stackrel{?}{=} (-5 - 3)^2 + 11 \cdot (-5) - (-5 + 5)^2$$

$$(-1)^2 - (-8) \cdot 1 = (-8)^2 - 55 - 0^2$$

$$9 = 9 \quad \checkmark$$



AUFGABE 1

Hier haben sich Fehler bei den Äquivalenzumformungen eingeschlichen. Korrigiere.

$$\begin{aligned} (x-4)^2 - (2x+1)^2 &= -3x^2 - 9 \\ x^2 - 4x + 16 - 4x^2 - 4x + 1 &= -3x^2 - 9 \\ -3x^2 - 8x + 17 &= -3x^2 - 9 \\ -8x + 17 &= -9 \\ -8x + 17 - 17 &= -9 - 17 \\ -8x &= -26 \\ x &= 3,25 \\ L &= \{3,25\} \end{aligned}$$

AUFGABE 2

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $(x+4)^2 = x^2$
- b) $(8+x)^2 = x^2$
- c) $(a-6)^2 = a^2$
- d) $(y+10)^2 = y^2$
- e) $(x-5)^2 = x^2$

AUFGABE 3

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $(2x+5)^2 = 4x^2 - 15$
- b) $(5x+3)^2 = 25x^2 + 39$
- c) $(-4x-4)^2 = 16x^2 - 80$
- d) $(-4y+8)^2 = 16y^2 + 32$
- e) $(-2x+1)^2 = 4x^2 - 7$

AUFGABE 4

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $(x+7)^2 = (x-3)^2 + 43$
- b) $(2x+3)^2 = 4x^2 + 21$
- c) $(a-4)^2 = (a-3)^2 + 7$
- d) $(x+5)^2 = (x-4)^2$
- e) $(x-7)(x+7) = (x+8)^2 - 1$

AUFGABE 5

Bei einigen Gleichungen sieht man die Lösung sofort.

Beispiel: $(x-3)(x+3) = 0$

Du weißt, dass entweder der eine Faktor Null sein muss oder der andere.
 Wann wird $x-3=0$? Bei $x=3$. Also ist $L=\{3\}$.
 Wann wird $x+3=0$? Bei $x=-3$. Also ist $L=\{-3\}$.

Du erhältst zwei Lösungen:
 $L = \{-3; 3\}$

Löse wie im Beispiel.

- a) $(x+3)(x-5) = 0$
- b) $(5x+10)(7x-21) = 0$
- c) $(3x+6)(4x-16) = 0$

AUFGABE 6

Schreibe mithilfe der binomischen Formeln als Produkt und bestimme die Lösungsmenge.

- a) $x^2 - 81 = 0$
- b) $x^2 + 18x + 81 = 0$
- c) $x^2 - 169 = 0$

AUFGABE 7

Bestimme die Lösungsmenge und mache die Probe.

- a) $(x+5)^2 + (x-3)^2 = (x-7)^2 + (x+4)^2 - 11$
- b) $(a+14)^2 + (3a-6)(3a+6) = (46+7a)(2a-1) - (7-2a)^2$



AUFGABE 4

- | | | |
|---|-----------|---------------|
| a) $-8x - 92 = 133 + 7x$ | $x = -15$ | $L = \{-15\}$ |
| b) $24 - 9x = 7x - 40$ | $x = 4$ | $L = \{4\}$ |
| c) $7y + 9 = 5y - 19$ | $y = -14$ | $L = \{-14\}$ |
| d) $-x - 22 = -3x + 8$ | $x = 15$ | $L = \{15\}$ |
| e) $15y - 12 = 4y - 1$ | $y = 1$ | $L = \{1\}$ |
| f) $19x + 9 = 8x - 46$ | $x = -5$ | $L = \{-5\}$ |
| g) $3x + 5 = 4x + 13$ | $x = -8$ | $L = \{-8\}$ |
| h) $7\frac{7}{12} + 11\frac{11}{12}x = 4\frac{1}{3}x$ | $x = -1$ | $L = \{-1\}$ |
| i) $\frac{3}{4}x + 8 = -1\frac{1}{2}x - 5\frac{1}{2}$ | $x = -6$ | $L = \{-6\}$ |

Lösungen zu Seite 23

AUFGABE 1

- | | | | | | |
|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| a) $x = -6$ | $L = \{-6\}$ | b) $x = -5$ | $L = \{-5\}$ | c) $x = 1$ | $L = \{1\}$ |
| d) $x = 2$ | $L = \{2\}$ | e) $x = 9$ | $L = \{9\}$ | f) $x = -3$ | $L = \{-3\}$ |
| g) $x = 9$ | $L = \{9\}$ | h) $x = -9$ | $L = \{-9\}$ | i) $x = 1$ | $L = \{1\}$ |

AUFGABE 2

- | | | | | | |
|------------|-------------|---------------|----------------|-------------|--------------|
| a) $x = 7$ | $L = \{7\}$ | b) $x = -0,4$ | $L = \{-0,4\}$ | c) $x = 1$ | $L = \{1\}$ |
| d) $x = 1$ | $L = \{1\}$ | e) $x = -1$ | $L = \{-1\}$ | f) $x = 18$ | $L = \{18\}$ |

AUFGABE 3

- | | |
|------------------------------------|--|
| a) $2x - (x + 9) = -2 - (3x - 25)$ | b) $(2y - 9) - (3y + 13) = (5y + 14) - (8y + 6)$ |
| $2x - x - 9 = -2 - 3x + 25$ | $2y - 9 - 3y - 13 = 5y + 14 - 8y - 6$ |
| $x - 9 = -3x + 23$ | $-y - 22 = -3y + 8$ |
| $4x - 9 = 23$ | $2y = 30$ |
| $4x = 32$ | $y = 15$ |
| $x = 8$ | $L = \{15\}$ |
| $L = \{8\}$ | |

AUFGABE 4

- | | |
|--------------------------|---------------|
| a) $18 - (x + 12) = 53$ | $L = \{-47\}$ |
| b) $75 - (2x - 12) = 13$ | $L = \{37\}$ |
| c) $(3x - 6) + 23 = 56$ | $L = \{13\}$ |

AUFGABE 5

Wie lautet die Lösung?	E	I	M	N	O	S	T	Y
$3 - (x + 5) + (7 - 2x) - 5x = -x - (4x - 8)$							{-1}	
$4x - (2x + 3) - (x + 9) = 0$		{12}						
$9,5x - (-5 - 6x) = -5 + 15,5x$			{}					
$7x - (28 - 2x) + (5x - 34) = 9x - 2$	{12}							
$(2x + 1) + (4x + 6) = (3x + 18) - (1 - 5x)$		{-5}						
$3 - (x + 5) - (2x - 7) - 5x = -x - (4x - 8)$						{-1}		
$11x + (39 - 5x) - (4x + 3) = (24x - 7) - (32 - 3x)$			{3}					
$135 + (3x + 83) = -(5x - 132) - (x + 139)$					{-25}			
$(18x + 19) - (12x - 11) = (21x + 5) - (15x - 25)$				Q				
$(15x + 9,7) + 12,9 - 23x = 18x - (3x - 18,7) - 3$	{0,3}							
$(8x - 70) - 6x = 85 - (4x + 65)$								{15}

T
I
M
E
I
S
M
O
N
E
Y

Time is money. Zeit ist Geld.



Lösungen zu Seite 25

AUFGABE 1

a) $x = 3$	$L = \{3\}$	b) $x = 9$	$L = \{9\}$	c) $x = 5$	$L = \{5\}$
d) $x = -2$	$L = \{-2\}$	e) $x = 11$	$L = \{11\}$	f) $x = 12$	$L = \{12\}$
g) $x = 11$	$L = \{11\}$	h) $x = 12$	$L = \{12\}$	i) $x = 4$	$L = \{4\}$

AUFGABE 2

a) $x = -7$	$L = \{-7\}$	b) $x = -1,75$	$L = \{-1,75\}$	c) $x = 64$	$L = \{64\}$
d) $x = 72$	$L = \{72\}$	e) $x = 8$	$L = \{8\}$	f) $x = -10\frac{3}{5}$	$L = \{-10\frac{3}{5}\}$

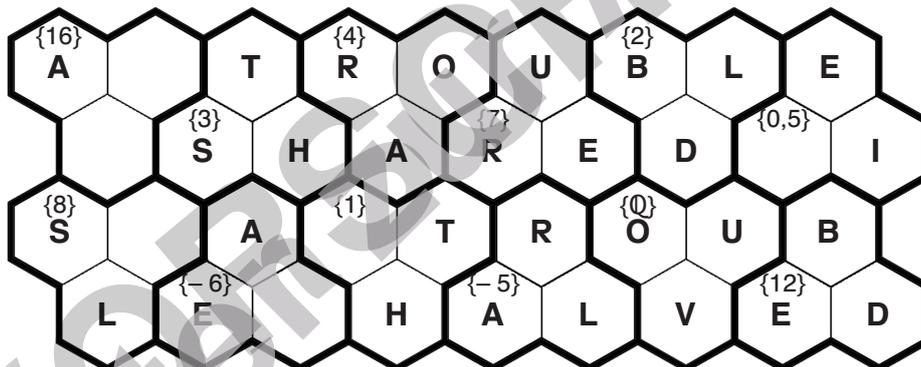
AUFGABE 3

a) $6(7 - 2x) + 2 = 5(6 - 4x) + 46$	b) $7(x + 5) = 21(5 - 2x)$
$42 - 12x + 2 = 30 - 20x + 46$	$7x + 35 = 105 - 42x$
$44 - 12x = -20x + 76$	$49x + 35 = 105$
$44 + 8x = 76$	$49x = 70$
$8x = 32$	$x = 1\frac{3}{7}$
$x = 4$	$L = \{1\frac{3}{7}\}$
$L = \{4\}$	

AUFGABE 4

a) $4(x + 3) = 24$	$x = 3$	$L = \{3\}$
a) $6(x - 2) = 12$	$x = 4$	$L = \{4\}$
a) $(3 - x) \cdot 5 = -5$	$x = 4$	$L = \{4\}$

AUFGABE 5



A trouble shared is a trouble halved. *Geteiltes Leid ist halbes Leid.*

$2(x + 3) = 8x - 12$	$4(x + 3) = 5(6 - x)$	$(-3 - x) \cdot 4 = 6x + 38$	$2(x - 3) + 3(2x - 4) = 14$
$2x + 6 = 8x - 12$	$4x + 12 = 30 - 5x$	$-12 - 4x = 6x + 38$	$2x - 6 + 6x - 12 = 14$
$18 = 6x$	$-18 = -9x$	$-10x = 50$	$8x = 32$
$3 = x$	$2 = x$	$x = -5$	$x = 4$
$L = \{3\}$	$L = \{2\}$	$L = \{-5\}$	$L = \{4\}$
$(4x - 7) \cdot 5 = (12x - 49) \cdot 3$	$5x - 4(5x - 6) = -96$	$(3 + 2x) \cdot 4 = 6x + 36$	$4(x + 3) = 2(6 + 2x)$
$20x - 35 = 36x - 14$	$5x - 20x + 24 = -96$	$12 + 8x = 6x + 36$	$4x + 12 = 12 + 4x$
$-16x = -112$	$-15x = -120$	$2x = 24$	$4x = 4x$
$x = 7$	$x = 8$	$x = 12$	$L = \mathbb{Q}$
$L = \{7\}$	$L = \{8\}$	$L = \{12\}$	
$3(x - 2) + 34 = 10$	$5(2x + 3) - 2(3x - 7) = 93$	$22x + 4(9 - 3x) = 41$	$4(9 + x) : 5 = 8$
$3x - 6 + 34 = 10$	$10x + 15 - 6x + 14 = 93$	$22x + 36 - 12x = 41$	$36 + 4x = 40$
$3x = -18$	$4x = 64$	$10x = 5$	$4x = 4$
$x = -6$	$x = 16$	$x = 0,5$	$x = 1$
$L = \{-6\}$	$L = \{16\}$	$L = \{0,5\}$	$L = \{1\}$



Lösungen zu Seite 31

AUFGABE 1

a) $(x - 3)(x + 7)$ $x^2 + 4x - 21$
 b) $(z + 4)(z + 8)$ $z^2 + 12z + 32$
 c) $(2a + 7)(3a - 5)$ $6a^2 + 11a - 35$
 d) $(9 - 2y)(y - 4)$ $17y - 36 - 2y^2$

Beide Terme liefern als Ergebnis 24.
 Beide Terme liefern als Ergebnis 77.
 Beide Terme liefern als Ergebnis 105.
 Beide Terme liefern als Ergebnis - 15.

AUFGABE 2

a) $(7x + 3)(3b - 5)$
 $= 21bx - 35x + 9b - 15$
 c) $(5x - 3y)(5x + 6y)$
 $= 25x^2 + 30xy - 15xy - 18y^2$
 $= 25x^2 + 15xy - 18y^2$

b) $(4m - 2n)(x - 5 + n)$
 $= 4mx - 20m + 4mn - 2nx + 10n - 2n^2$
 d) $(-a + 5b)(-7a - b)$
 $= 7a^2 + ab - 35ab - 5b^2$
 $= 7a^2 - 34ab - 5b^2$

AUFGABE 3

a) $(9 + 2x)(6 + 3y) = 54 + 27y + 12x + 6xy$
 b) $(2a - 7)(4 + 3a) = 8a + 6a^2 - 28 - 21a$
 c) $(2x - y)(3x - 4) = 6x^2 - 8x - 3xy + 4y$
 d) $(3x + y)(6a + 2b) = 18ax + 6bx + 6ay + 2by$

AUFGABE 4

a) $27ab - 45a - 9b + 15$ b) $8m^2 + 26mn + 21n^2$
 c) $6x^2 - 29xy - 5y^2$ d) $175x^2 - 267xy + 54y^2$
 e) $5ax - 5bx + 3ay - 3by$ f) $4ax - 12ay - 2bx + 6by$

AUFGABE 5

a) $2a^2 + 7ab + 3b^2$
 b) $44x^2 - 36xy - 26y^2$
 c) - 65

AUFGABE 6

a) $-7x^2 + 30xy - 12y^2$
 b) $-8x^2 - 12xy + 16y^2$
 c) $-2a^2 - 6a + 28$

AUFGABE 7

a) $6x^2 + 12xy - 31x - 20y + 35$
 b) $30a^2 - 32a + 18ab + 24b - 96$
 c) $-15ax + 20bx - 25cx - 6ay + 8by - 10cy$

Lösungen zu Seite 33

AUFGABE 1

a) $(3x - 12)^2 = 9x^2 - 72x + 144$
 b) $(8y + 4)^2 = 64y^2 + 64y + 16$
 c) $(7a + 2b)(7a - 2b) = 49a^2 - 4b^2$
 d) $(3x + 5)(3x - 5) = 9x^2 - 25$
 e) $(2x + 8)^2 = 4x^2 + 32x + 64$

AUFGABE 2

a) $x^2 + 2xy + y^2$ b) $36a^2 - 60ab + 25b^2$ c) $6,25 - 30z + 36z^2$
 d) $\frac{4}{9}a^2 + 8ab + 36b^2$ e) $0,25c^2 + 7,2cd + 51,84d^2$ f) $\frac{9}{16}x^2 - \frac{3}{4}xb + \frac{1}{4}b^2$

AUFGABE 3

a) $(3 - 5y)^2$ b) $(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y)^2$ c) $(2x + 9y)(2x - 9y)$
 d) $(12b - 3)^2$ e) $(11x + 7y)(11x - 7y)$ f) kein Produktterm

AUFGABE 4

a) $x^2 + 8x + 16 + x^2 + 6x + 9 = 2x^2 + 14x + 25$
 b) $a^2 - 12a + 36 + a^2 + 16a + 64 = 2a^2 + 4a + 100$
 c) $4y^2 - 9 + 4y^2 - 16y + 16 = 8y^2 - 16y + 7$
 d) $16x^2 + 72xy + 81y^2 + 25x^2 - 9y^2 = 41x^2 + 72xy + 72y^2$

AUFGABE 5

a) $x^2 - 6x + 9 - 4x^2 - 24x - 36 = -3x^2 - 30x - 27$
 b) $a^2 - 14a + 49 - 25a^2 + 16 = -24a^2 - 14a + 65$
 c) $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 9a^2 + 12ab - 4b^2 = -5a^2 + 5b^2$



AUFGABE 6

- a) $144a^2 - 16b^2 - 144a^2 - 96ab - 16b^2 = -32b^2 - 96ab$
 b) $9x^2 - 169y^2 - 64x^2 + 112xy - 49y^2 = -55x^2 + 112xy - 218y^2$
 c) $32a^2 - 48ab + 18b^2 - 3b^2 + 12a^2 - 4a^2 - 16ab - 16b^2 = 40a^2 - 64ab - b^2$

AUFGABE 7

- a) $14(a^2 + 2ab + b^2) = 14(a + b)^2$
 b) $2(25a^2 - 60a + 36) = 2(5a - 6)^2$
 c) $x(x^2 - y^2) = x(x + y)(x - y)$

AUFGABE 8

- a) $(40 + 1)^2 = 1681$ b) $(60 + 2)^2 = 3844$ c) $(70 - 1)^2 = 4761$
 d) $(200 - 1)^2 = 39601$ e) $(70 - 3)^2 = 4489$ f) $(100 + 2)^2 = 10404$

Lösungen zu Seite 35

AUFGABE 1

- a) $x = -2$ $L = \{-2\}$ b) $x = \frac{5}{6}$ $L = \{\frac{5}{6}\}$
 c) $x = 6$ $L = \{6\}$ d) $x = 7$ $L = \{7\}$

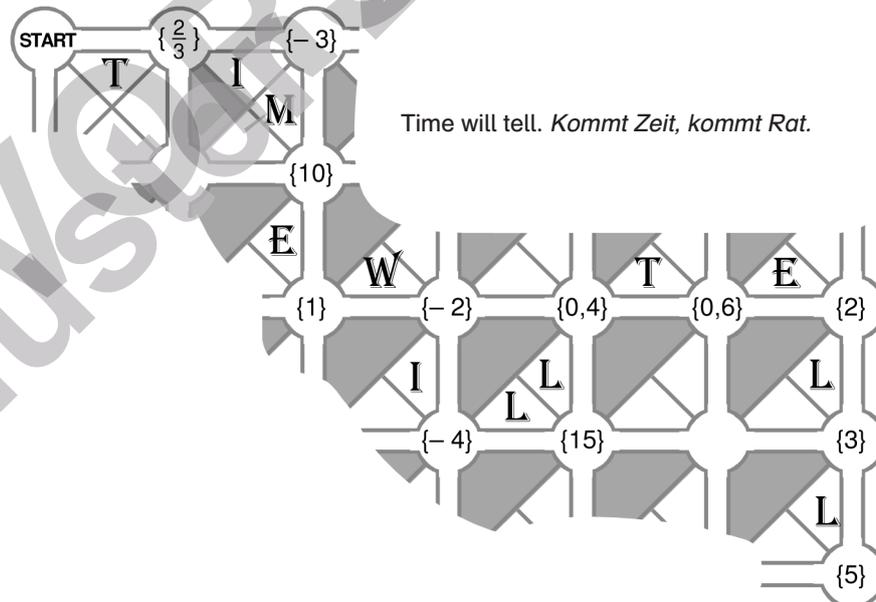
AUFGABE 2

- a) $x = -3$ $L = \{-3\}$ b) $x = 0$ $L = \{0\}$
 c) $x = 2$ $L = \{2\}$ d) $x = 5$ $L = \{5\}$

AUFGABE 3

- a) $(a - 6)(a + 4) = (a - 4)(a + 3)$
 $a^2 + 4a - 6a - 24 = a^2 + 3a - 4a - 12$
 $4a - 6a - 24 = 3a - 4a - 12$
 $-2a - 24 = -a - 12$
 $-a - 24 = -12$
 $-a = 12$
 $a = -12$
 $L = \{-12\}$
- b) $(3x + 2)(8x - 4) = (4x - 2)(6x - 3)$
 $24x^2 - 12x + 16x - 8 = 24x^2 - 12x - 12x + 6$
 $-12x + 16x - 8 = -12x - 12x + 6$
 $4x - 8 = -24x + 6$
 $28x - 8 = 6$
 $28x = 14$
 $x = 0,5$
 $L = \{0,5\}$

AUFGABE 4



AUFGABE 5

- a) $x = 8$ $L = \{8\}$
 b) $x = -1$ $L = \{-1\}$
 c) $x = 5$ $L = \{5\}$

AUFGABE 6

- $(13 + x) \cdot (32 + x) - 821 = x^2$
 $x = 9$ $L = \{9\}$



Lösungen zu Seite 37

AUFGABE 1

$$\begin{aligned} (x-4)^2 - (2x+1)^2 &= -3x^2 - 9 \\ x^2 - 8x + 16 - 4x^2 - 4x - 1 &= -3x^2 - 9 \\ -3x^2 - 12x + 15 &= -3x^2 - 9 \\ -12x + 15 &= -9 \\ -12x + 15 - 15 &= -9 - 15 \\ -12x &= -24 \\ x &= 2 \\ L &= \{2\} \end{aligned}$$

AUFGABE 2

a) $x = -2$ $L = \{-2\}$
 b) $x = -4$ $L = \{-4\}$
 c) $a = 3$ $L = \{3\}$
 d) $y = -5$ $L = \{-5\}$
 e) $x = 2,5$ $L = \{2,5\}$

AUFGABE 3

a) $x = -2$ $L = \{-2\}$
 b) $x = 1$ $L = \{1\}$
 c) $x = -3$ $L = \{-3\}$
 d) $y = 0,5$ $L = \{0,5\}$
 e) $x = 2$ $L = \{2\}$

AUFGABE 4

a) $x = 0,15$ $L = \{0,15\}$
 b) $x = 1$ $L = \{1\}$
 c) $a = 0$ $L = \{0\}$
 d) $x = -0,5$ $L = \{0,5\}$
 e) $x = -7$ $L = \{-7\}$

AUFGABE 5

a) $L = \{-3; 5\}$
 b) $L = \{-2; 3\}$
 c) $L = \{-2; 4\}$

AUFGABE 6

a) $(x+9)(x-9)$ $L = \{9; -9\}$
 b) $(x+9)^2$ $L = \{-9\}$
 c) $(x+13)(x-13)$ $L = \{-13; 13\}$

AUFGABE 7

a) $x = 2$ $L = \{2\}$
 b) $a = 3$ $L = \{3\}$

Lösungen zu Seite 39

AUFGABE 1

Slow but sure. *Langsam, aber sicher* oder *Eile mit Weile.*

	mathematische Übersetzung	richtig	falsch
Der 3. Teil einer Zahl ist um 6 größer als der 5. Teil der Zahl.	$x : 3 - x : 5 = 6$	S	
Das Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen beträgt 72.	$x \cdot x = 72$		L
Der Umfang eines Rechtecks, das doppelt so lang wie breit ist, beträgt 54m.	$a + 2a = 54$		O
Die Hälfte einer Zahl, vermindert um 17, ergibt 22.	$x : 2 - 17 = 22$	W	
Zwei Zahlen unterscheiden sich um 13, ihre Summe beträgt 47.	$x + 13 + x = 47$	B	
Dividiert man eine Zahl durch 3 und subtrahiert 9, so erhält man 4.	$x : 3 + 9 = 4$		U
Welche Zahl muss man mit 8 multiplizieren, um 72 zu erhalten?	$8 \cdot x = 72$	T	
Die Summe aus einer Zahl und 8, multipliziert mit 4, ergibt 84.	$4 \cdot x + 8 = 84$		S
Das Achtfache der Differenz einer Zahl und 7 ergibt 36.	$8 \cdot (x - 7) = 36$	U	
Die Summe der Quadrate zweier aufeinanderfolgender Zahlen beträgt 61.	$x^2 + (x + 1)^2 = 61$	R	
Die Differenz zweier Zahlen beträgt 12, die Differenz ihrer Quadrate beträgt 840.	$(x + 12)^2 + 840 = x^2$		E

AUFGABE 2

$x + x + 15 = 93$ $x = 39$ $L = \{39\}$
 Die beiden Zahlen heißen 39 und 54.

AUFGABE 3

$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 125$
 $x = 23$ $L = \{23\}$
 Die fünf Zahlen lauten 23, 24, 25, 26, 27.

AUFGABE 4

Er erhält x Scheine zu 50 £. Es bleiben noch $(35 - x)$ Scheine für die 20 £-Note.
 $50x + 20(35 - x) = 1000$ $x = 10$ $L = \{10\}$
 Er erhält 10 Scheine zu 50 £ und 25 Scheine zu 20 £.

AUFGABE 5

$2a + 2(a - 6) = 64$ $a = 19$ $L = \{19\}$
 Das Rechteck ist 13cm lang und 19cm breit und

