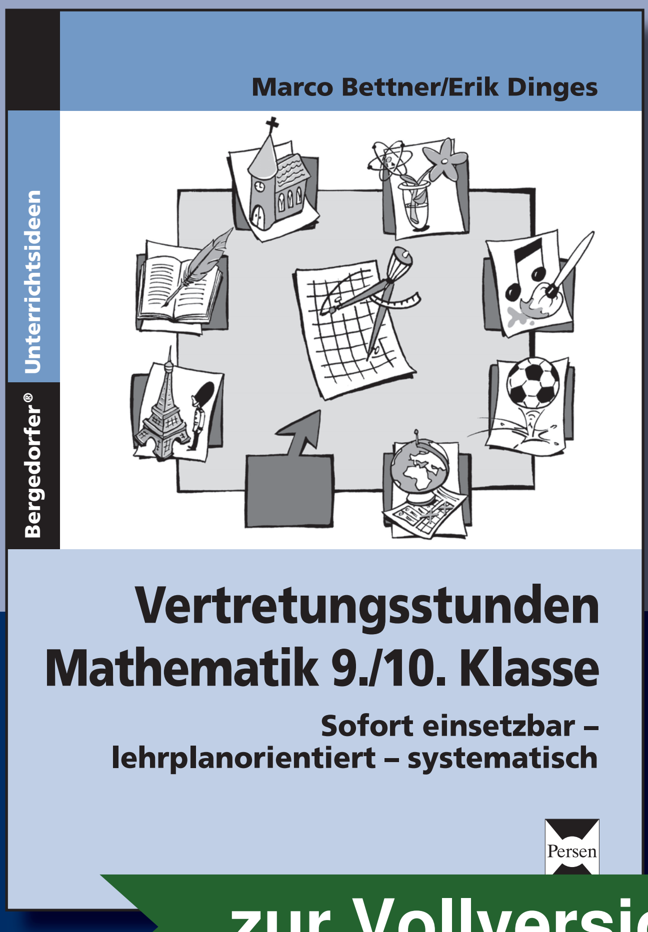
Marco Bettner/Erik Dinges

Vertretungsstunden Mathematik 26

9. Klasse: Lineare Gleichungssysteme

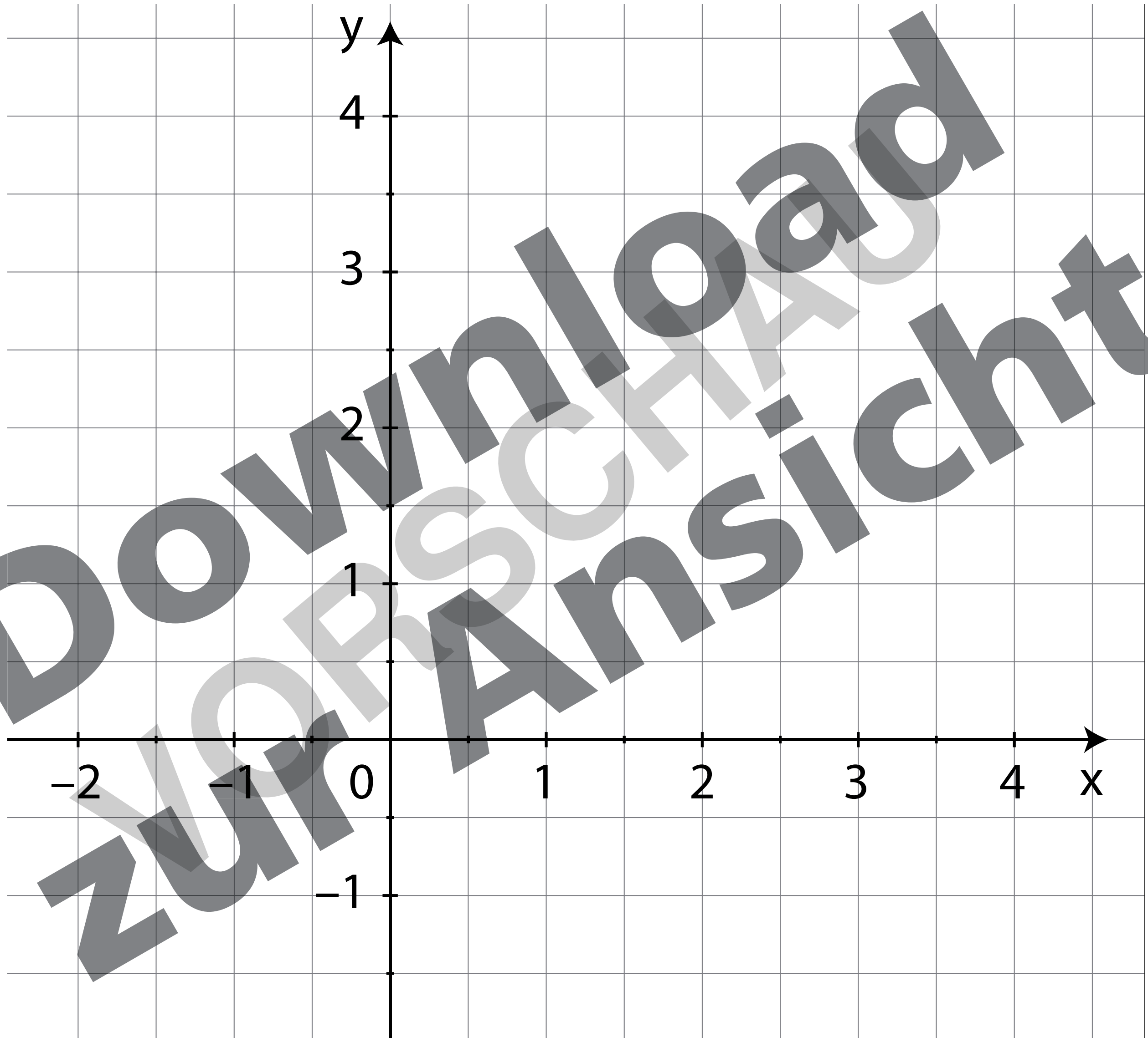


Das folgende lineare Gleichungssystem soll gelöst werden:

$$\left| \begin{array}{l} y = x \\ y = -x + 2 \end{array} \right|$$

a) Zeichne die Funktionsgerade zu $y = x$ in das Koordinatensystem.

b) Zeichne die Funktionsgerade zu $y = -x + 2$ in das gleiche Koordinatensystem.



c) Wie heißt die Lösung für das Gleichungssystem? Notiere.

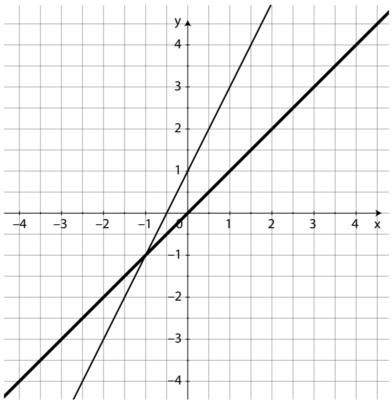
Lineare Gleichungssysteme

1. Löse die angegebenen Gleichungssysteme grafisch.

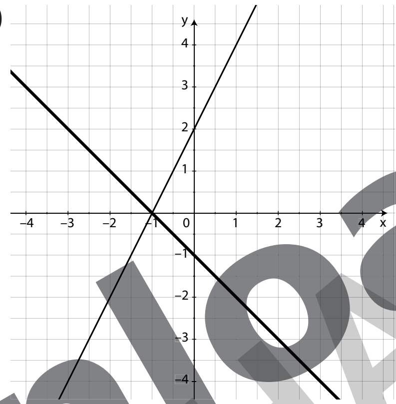
a) $\left| \begin{array}{l} y = x + 1 \\ y = -0{,}5x + 4 \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} y = -2x + 6 \\ y = -1{,}5x + 4 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} y = -11 + 4x \\ y = 2x - 5 \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} y = 5 - x \\ y = 2x + 1 \end{array} \right|$

2. Notiere zum Bild eine entsprechende Gleichung und lies die Lösung der Gleichung aus dem Bild ab.

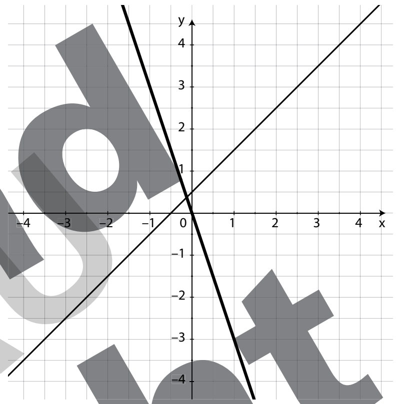
a)



b)



c)



3. Löse die angegebenen Gleichungssysteme grafisch.

a) $\left| \begin{array}{l} 4y = 24 + 6x \\ -y + 1 = x \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} y + 2x = 7 \\ -2y = -6x - 6 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} -9{,}6 = 4x - 8y \\ -3x = 9 - 5y \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} 12 = -8y + 4x \\ 3x - 6y = 9 \end{array} \right|$

4. Begründe mit dem grafischen Lösungsverfahren.

a) Wann haben lineare Gleichungssysteme keine Lösungen?

____

____

b) Wann haben grafische Lösungsverfahren unendlich viele Lösungen?

____

____

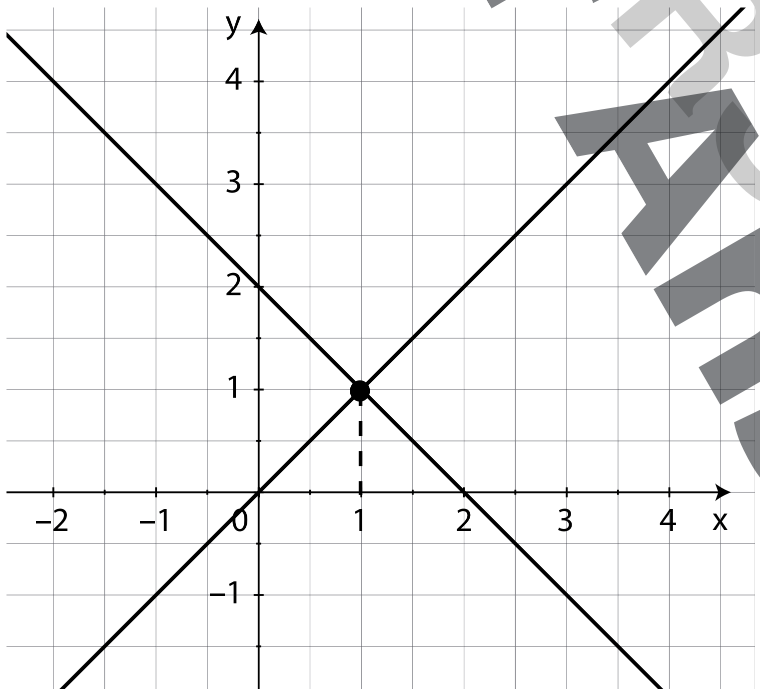
Grafische Lösungsverfahren 1

Das folgende lineare Gleichungssystem soll gelöst werden:

$$\begin{vmatrix} y = x \\ y = -x + 2 \end{vmatrix}$$

a) Zeichne die Funktionsgerade zu y = x in das Koordinatensystem.

b) Zeichne die Funktionsgerade zu y = –x + 2 in das gleiche Koordinatensystem.



c) Wie heißt die Lösung für das Gleichungssystem? Notiere.

x = 1; y = 1

Grafische Lösungsverfahren 2

1. Löse die angegebenen Gleichungssysteme grafisch.

a) *x = 2; y = 3* b) *x = 4; y = –2* c) *x = 3; y = 1* d) $x = \frac{4}{3}; y = 3\frac{2}{3}$

2. Notiere zum Bild eine entsprechende Gleichung und lies die Lösung der Gleichung aus dem Bild ab.

a) $\begin{vmatrix} y = x \\ y = 2x + 1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} y = -x - 1 \\ y = 2x + 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} y = x + 0{,}5 \\ y = -3x \end{vmatrix}$

x = –1; y = –1 *x = –1; y = 0* *x = –0,125; y = –0,375*

3. Löse die angegebenen Gleichungssysteme grafisch.

a) *x = –2 und y = 3* b) *x = 0,8; y = 5,4* c) *x = –6; y = –1,8*

d) *Geraden sind identisch, d. h. sie liegen aufeinander.*

4. Begründe mit dem grafischen Lösungsverfahren.

a) Wann haben lineare Gleichungssysteme keine Lösungen?

Wenn sich die beiden Geraden nicht schneiden. Die beiden Geraden verlaufen dann parallel.

b) Wann haben grafische Lösungsverfahren unendlich viele Lösungen?

Wenn die beiden Geraden genau aufeinander liegen.

Das folgende lineare Gleichungssystem soll rechnerisch mit dem Gleichsetzungsverfahren gelöst werden:

$$\left|\begin{array}{l} x = -y + 12 \\ x = 4y - 8 \end{array}\right|$$

1. Setze die beiden Gleichungen gleich.

2. Löse die Gleichung nach y auf.

3. Bestimme x.

1. Löse die angegebenen Gleichungssysteme mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) $\left| \begin{array}{l} x = 3y - 48 \\ x = y - 8 \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} y = 3x - 5 \\ y = x + 9 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} x = 2y + 1 \\ x = 3y - 4 \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} x = y + 5 \\ x = 2y + 4 \end{array} \right|$

e) $\left| \begin{array}{l} y = 2x + 1 \\ y = 5 + x \end{array} \right|$ f) $\left| \begin{array}{l} x = 3y - 2 \\ x = 2y + 2 \end{array} \right|$ g) $\left| \begin{array}{l} y = 16 - x \\ x = 0{,}5x - 5 \end{array} \right|$ h) $\left| \begin{array}{l} x = 9 + 8y \\ x = 31 - 3y \end{array} \right|$

2. Löse die angegebenen Gleichungssysteme mit dem Gleichsetzungsverfahren.
Tipp: Bei einigen Gleichungen musst du zunächst Umformungen durchführen bevor du die beiden Gleichungen gleichsetzt.

a) $\left| \begin{array}{l} 5x = 60 + 10y \\ 5x = 4y + 48 \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} 5x + 5y = 10 \\ 3x + 5y = 14 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} 2y + 12x = 132 \\ 4x + 4y = 104 \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} 2x + 6y = 18 \\ x + 5y = 13 \end{array} \right|$

3. Bring die Anweisung zum Lösen eines linearen Gleichungssystems in die richtige Reihenfolge. Notiere dazu die Buchstaben in der richtigen Reihenfolge.

A) Beide Gleichungen gleichsetzen.

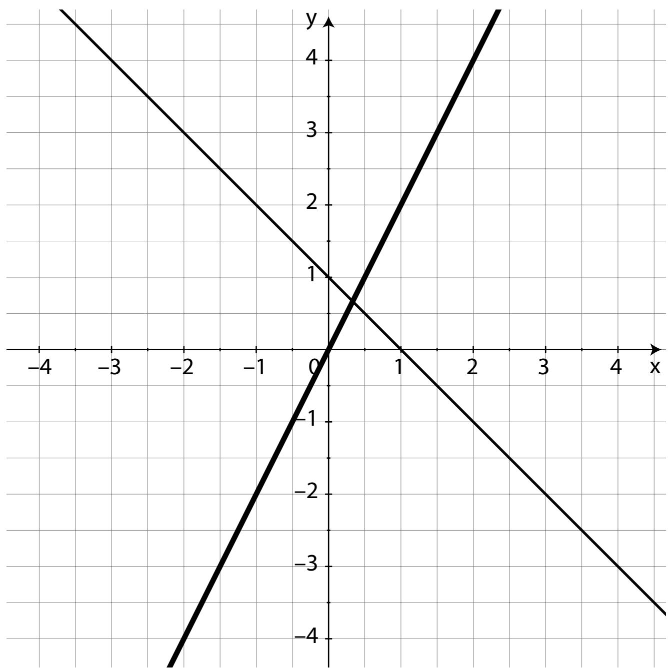
B) Den Lösungswert für die 1. Variable bestimmen.

C) Die Lösung für die erste Variable in die Ausgangsgleichung einsetzen und auflösen.

D) Beide Gleichungen nach der gleichen Variablen auflösen.

4. Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden rechnerisch.

$f_1(x) = 2x$; $f_2(x) = -x + 1$



Gleichsetzungsverfahren 1

Das folgende lineare Gleichungssystem soll rechnerisch mit dem Gleichsetzungsverfahren gelöst werden:

$$\left| \begin{array}{l} x = -y + 12 \\ x = 4y - 8 \end{array} \right|$$

1. Setze die beiden Gleichungen gleich.

$-y + 12 = 4y - 8$

2. Löse die Gleichung nach y auf.

$20 = 5y$

$4 = y$

3. Bestimme x.

$x = -4 + 12 = 8$

Gleichsetzungsverfahren 2

1. Löse die angegebenen Gleichungssysteme mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) $x = 12; y = 20$ b) $x = 7; y = 16$ c) $x = 11; y = 5$ d) $x = 6; y = 1$
e) $x = 4; y = 9$ f) $x = 10; y = 4$ g) $x = 14; y = 2$ h) $x = 25; y = 2$

2. Löse die angegebenen Gleichungssysteme mit dem Gleichsetzungsverfahren.
Tipp: Bei einigen Gleichungen musst du zunächst Umformungen durchführen bevor du die beiden Gleichungen gleichsetzt.

a) $x = 8; y = -2$ b) $x = -2; y = 4$ c) $x = 8; y = 18$ d) $x = 3; y = 2$

3. Bring die Anweisung zum Lösen eines linearen Gleichungssystems in die richtige Reihenfolge. Notiere dazu die Buchstaben in der richtigen Reihenfolge.

D) Beide Gleichungen nach der gleichen Variablen auflösen.

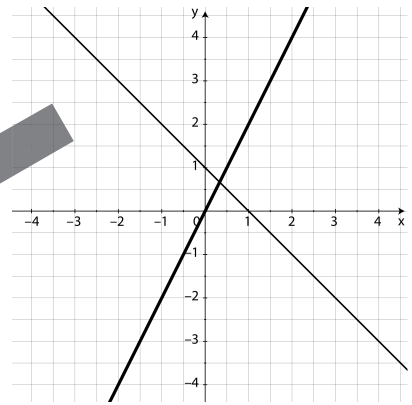
A) Beide Gleichungen gleichsetzen.

B) Den Lösungswert für die 1. Variable bestimmen.

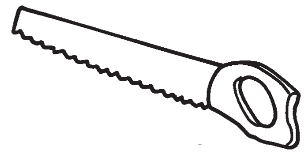
C) Die Lösung für die erste Variable in die Ausgangsgleichung einsetzen und auflösen.

4. Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden rechnerisch.
$f_1(x) = 2x$; $f_2(x) = -x + 1$

$S(\frac{1}{3} / \frac{2}{3})$



Peter hat eine 120 cm lange Holzlatte. Daraus möchte er ein Rechteck zimmern (es soll kein Rest bleiben). Die Länge soll doppelt so breit sein, wie die Höhe. Wie groß müssen Länge und Breite gewählt werden?



a) Um die Aufgabe zu lösen, benötigst du ein lineares Gleichungssystem. Dazu müssen zwei Gleichungen aufgestellt werden. Die Gleichungen werden aus dem Aufgabentext abgeleitet.
Lies die jeweilige Gleichung aus dem Text:

I. Peter hat eine 120 cm lange Holzlatte. Daraus möchte er ein Rechteck zimmern.

____

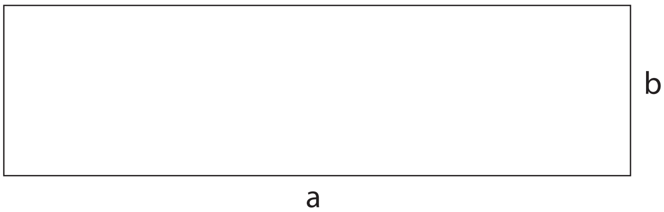
II. Die Länge soll doppelt so lang sein, wie die Breite.

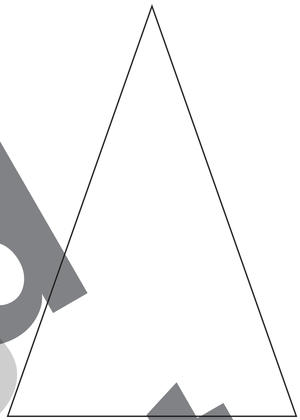
____

b) Löse das lineare Gleichungssystem.

Lineare Gleichungssysteme

1. Jonas möchte aus 90 cm Draht ein Rechteck basteln (es soll kein Rest bleiben). Die Länge soll 10 cm länger sein als die Breite des Rechtecks. Wie lang müssen die Länge und die Breite gewählt werden? Stelle ein geeignetes Gleichungssystem auf uns löse es.

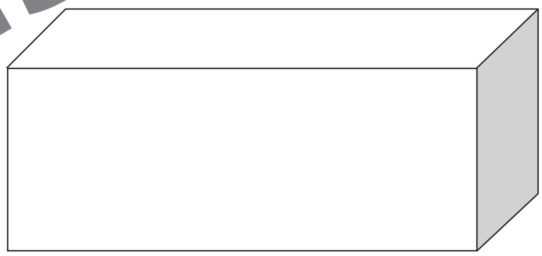




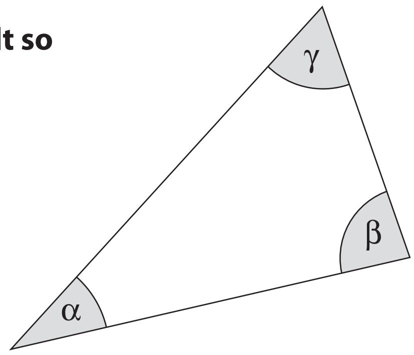
2. Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis halb so groß wie der Schenkel. Der Umfang des Dreiecks beträgt 290 mm. Wie groß ist die Basis und wie lang ist ein Schenkel?

3. Ein Parallelogramm besitzt ein Flächeninhalt von 15 544 cm². Eine Grundseite ist 5 cm länger als die dazugehörige Höhe. Wie lang ist diese Grundseite und die dazugehörige Höhe?

4. Bernd hat das Kantenmodell eines Quaders mit Draht gebaut. Er hat dafür 1000 cm Draht benötigt. Die Länge des Quaders beträgt 28 cm. Die Breite ist 8 cm kleiner als die Höhe. Wie groß sind die Höhe und die Breite des Quaders?

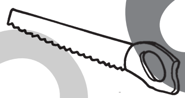


5. In einem Dreieck ist $\alpha = 65°$ groß. γ ist doppelt so groß wie β. Wie groß sind γ und β?



Anwendungsaufgaben 1

Peter hat eine 120 cm lange Holzlatte. Daraus möchte er ein Rechteck zimmern (es soll kein Rest bleiben). Die Länge soll doppelt so breit sein, wie die Höhe. Wie groß müssen Länge und Breite gewählt werden?



a) Um die Aufgabe zu lösen, benötigst du ein lineares Gleichungssystem. Dazu müssen zwei Gleichungen aufgestellt werden. Die Gleichungen werden aus dem Aufgabentext abgeleitet. Lies die jeweilige Gleichung aus dem Text:

I. Peter hat eine 120 cm lange Holzlatte. Daraus möchte er ein Rechteck zimmern.

$2a + 2b = 120$

II. Die Länge soll doppelt so lang sein, wie die Breite.

$a = 2b$

b) Löse das lineare Gleichungssystem.

$$\left|\begin{array}{l} 2a + 2b = 120 \\ a = 2b \end{array}\right|$$

Einsetzungsverfahren:

$2 \cdot (2b) + 2b = 120$

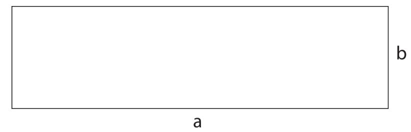
$4b + 2b = 120$

$6b = 120$

$b = 20\text{ cm}; a = 40\text{ cm}$

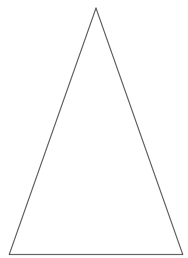
Anwendungsaufgaben 2

1. Jonas möchte aus 90 cm Draht ein Rechteck basteln (es soll kein Rest bleiben). Die Länge soll 10 cm länger sein als die Breite des Rechtecks. Wie lang müssen die Länge und die Breite gewählt werden? Stelle ein geeignetes Gleichungssystem auf uns löse es.



$\left|\begin{array}{l} 2a + 2b = 90 \\ a = b + 10 \end{array}\right|$ *Das Rechteck ist 27,5 cm lang und 17,5 cm breit.*

2. Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis halb so groß wie der Schenkel. Der Umfang des Dreiecks beträgt 290 mm. Wie groß ist die Basis und wie lang ist ein Schenkel?

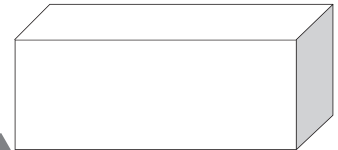


$\left|\begin{array}{l} 2b = s \\ a = b + 290 \end{array}\right|$ *Die Basis ist 58 cm lang. Die beiden Schenkel sind jeweils 116 cm lang.*

3. Ein Parallelogramm besitzt ein Flächeninhalt von 15 544 cm². Eine Grundseite ist 5 cm länger als die dazugehörige Höhe. Wie lang ist diese Grundseite und die dazugehörige Höhe?

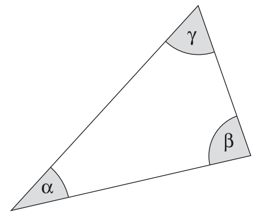
$\left|\begin{array}{l} g \cdot h = 15\,544 \\ g = h + 5 \end{array}\right|$ *Das Parallelogramm besitzt eine Grundseite von 127,2 cm. Die dazugehörige Höhe beträgt 122,2 cm.*

4. Bernd hat das Kantenmodell eines Quaders mit Draht gebaut. Er hat dafür 1000 cm Draht benötigt. Die Länge des Quaders beträgt 28 cm. Die Breite ist 8 cm kleiner als die Höhe. Wie groß sind die Höhe und die Breite des Quaders?



$\left|\begin{array}{l} 4 \cdot 28 + 4b + 4h = 1000 \\ b + 8 = h \end{array}\right|$ *Der Quader ist 107 cm breit und 115 cm hoch.*

5. In einem Dreieck ist $\alpha = 65°$ groß. γ ist doppelt so groß wie β. Wie groß sind γ und β?



$\left|\begin{array}{l} 6 + \beta + \gamma = 180 \\ \gamma = 2\beta \end{array}\right|$ *$\beta = 38{,}33°$ und $\gamma = 76{,}67°$.*