

Muster zur

Reiner Schölles

**Der grafikfähige Taschen-
rechner TI-84 Plus im
Unterrichtseinsatz der
Sekundarstufe I und II**

Ansicht

NETZWERK-LERNEN

Reihe Mathematik

Bestellnummer 02-006-019



Zum Autor

Dr. Reiner Schölles, Gymnasiallehrer, unterrichtet Mathematik und Physik, forscht an der Uni Bremen und ist unter anderem in der Lehrerfortbildung tätig.

Alle Rechte vorbehalten. All rights reserved.
Nachdruck, auch auszugsweise, vorbehaltlich der Rechte,
die sich aus § 53, 54 UrhG ergeben, nicht gestattet.

Lehrerselbstverlag
Sokrates & Freunde GmbH, Bonn (Germany) 2009
www.lehrerselbstverlag.de

Druck: docupoint GmbH, Magdeburg

Inhaltsverzeichnis

VORWORT	9
GRUNDFUNKTIONEN DES TI-84 PLUS IM ÜBERBLICK	10
Ein- und Ausschalten des TI-84 Plus	10
Tastaturbelegung des TI-84 Plus	10
Grundeinstellungen festlegen	11
Eingaben editieren	12
Variablen Werte zuweisen	13
Die alphabetische Anordnung aller Befehle und Funktionen	14
Fehlermeldungen	14
Speicher freigeben: Den TI-84 Plus zurücksetzen	15
GANZE ZAHLEN, BRÜCHE UND DEZIMALZAHLEN	17
Einfache Berechnungen durchführen	17
Bruchterme	17
Mit Brüchen rechnen	18
Einen Bruch in eine Dezimalzahl umwandeln	18
Eine Dezimalzahl in einen Bruch umwandeln	19
Einen unechten Bruch in eine gemischte Zahl umwandeln	19
Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)	20
Größter gemeinsamer Teiler (ggT)	20
Zahlen runden	21
FUNKTIONEN	22
Die Eingabe eines Funktionsterms	22
Die Wertetabelle	23
Graphen zeichnen	23

Einstellungen des Zeichenfensters (Menü WINDOW)	24
Graphische Darstellungen formatieren	25
Graphen schrittweise durchlaufen (abtasten)	26
Funktionswerte berechnen	26
Punktprobe durchführen	27
Gerade durch zwei Punkte	28
Nullstellen bestimmen	29
Nullstellen mit dem SOLVER ermitteln	29
Maximum und Minimum bestimmen	31
Schnittpunkt zweier Graphen bestimmen	32
Ableitung einer Funktion an einer Stelle ^{Sek II}	32
Ableitungsfunktion ^{Sek II}	33
Tangente zeichnen	34
Normalengleichung	34
Wendepunkte bestimmen ^{Sek II}	35
Taylorentwicklung ^{Sek II}	37
Integral: Einfache Flächenberechnung ^{Sek II}	39
Integral: Komplizierte Flächenberechnung ^{Sek II}	39
Integral: Fläche zwischen zwei Graphen ^{Sek II}	41
Integralfunktion ^{Sek II}	42
Scharfunktionen ^{Sek II}	43
Trigonometrische Funktionen	43
Abschnittsweise definierte Funktionen	44
Wurzelfunktionen	44
Umkehrfunktionen	45
Formeln programmieren	46
Graphische Darstellung von Folgen (explizit) ^{Sek II}	47
Graphische Darstellung von Folgen (rekursiv) ^{Sek II}	47

GLEICHUNGEN, GLEICHUNGSSYSTEME UND MATRIZEN	49
Lineare Gleichungen	49
Lineares Gleichungssystem	49
Quadratische Gleichungen mit dem SOLVER lösen	51
Ungleichungen	52
Matrizen addieren und subtrahieren ^{Sek II}	53
Matrizen vervielfachen ^{Sek II}	54
Matrizen multiplizieren ^{Sek II}	54
Matrizen transponieren ^{Sek II}	55
Auf einzelne Matrixelemente zugreifen ^{Sek II}	56
Die Dimension einer Matrix bestimmen ^{Sek II}	56
Negation einer Matrix ^{Sek II}	57
Matrixelemente runden ^{Sek II}	57
Inverse Matrix ^{Sek II}	58
Determinante einer Matrix ^{Sek II}	58
Matrizen potenzieren ^{Sek II}	59
Zeilen einer Matrix vertauschen ^{Sek II}	59
Vektoren auf lineare Abhängigkeit überprüfen ^{Sek II}	60
Linearkombination von Vektoren ^{Sek II}	61
Punktprobe bei Ebenen ^{Sek II}	62
Ebenengleichung aus drei Punkten bestimmen ^{Sek II}	63
EBENENGLEICHUNG: PARAMETERFORM IN KOORDINATENFORM UMWANDELN ^{SEK II}	65
Normalenvektor bestimmen ^{Sek II}	66
Schnittpunkt zweier Geraden ^{Sek II}	68
Schnittpunkt einer Ebene mit einer Geraden ^{Sek II}	69
Schnittgerade zweier Ebenen ^{Sek II}	71

LISTEN	73
Dateneingabe	73
Den kleinsten und größten Wert einer Liste bestimmen	73
Eine Liste auf- oder absteigend sortieren	74
Summe aller Listenelemente berechnen	74
Statistische Kennzahlen berechnen (Mittelwert usw.)	75
Liste automatisch ausfüllen (seq)	76
In Listen rechnen	77
Auswertung einer Häufigkeitsliste (Klassenarbeit)	78
Daten graphisch darstellen (Säulendiagramm)	78
Daten graphisch darstellen (Boxplot)	79
Lineare Regression und Korrelationskoeffizient	81
Weitere Regressionsmodelle	83
Vervielfachen von Vektoren ^{Sek II}	84
Skalarprodukt zweier Vektoren ^{Sek II}	85
Vektorprodukt zweier Vektoren ^{Sek II}	86
Betrag eines Vektors ^{Sek II}	87
Winkel zwischen zwei Vektoren ^{Sek II}	88
WAHRSCHEINLICHKEITSRECHUNG UND STATISTIK	89
Zufallszahlen erzeugen	89
Simulation mit Hilfe von Zufallszahlen	90
Elemente anordnen: $n!$	91
Ziehen ohne Zurücklegen/Wiederholung (Reihenfolge beachten): nPr	91
Ziehen ohne Zurücklegen/Wiederholung (Reihenfolge egal): nCr	92
Ziehen mit Zurücklegen/Wiederholung (Reihenfolge beachten): n^k	92
Binomialverteilung: Genau k Erfolge ^{Sek II}	93
Binomialverteilung: $0, 1, \dots, k$ Erfolge ^{Sek II}	94

Binomialverteilung: Alle Werte bestimmen ^{Sek II}	95
Binomialverteilung: Histogramm ^{Sek II}	96
Binomialverteilung: Intervallwahrscheinlichkeiten ^{Sek II}	97
Binomialverteilung: Approximation durch Dichtefunktion Sek II	98
Erwartungswert ^{Sek II}	99
Varianz und Standardabweichung ^{Sek II}	101

Muster zur Ansicht – NETZWERK-LERNEN

Vorwort

Wenn im Unterricht mal wieder der GTR zum Einsatz kam, z.B. um den Verlauf des Graphen einer Funktion darzustellen oder ein lineares Gleichungssystem zu lösen, wurde ich oft von Schülerinnen und Schülern gefragt, ob es denn für die einzelnen Schritte, die auszuführen waren, keine *einfache* Anleitung gebe. (Das Handbuch wollten die Schülerinnen und Schüler eindeutig nicht wälzen!) Damit war die Idee zu diesem Buch geboren!

Die einzelnen Kapitel und Beispiele sind aus dem Unterricht, aus Fortbildungen, Seminaren und Vorträgen heraus entstanden und decken genau die Themenbereiche ab, die von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern immer wieder angesprochen wurden. Trotzdem handelt es sich hierbei nur um eine Auswahl, denn die Einsatzmöglichkeiten des TI-84 Plus sind zu vielfältig. Daher bin ich für Erweiterungsvorschläge jederzeit dankbar!

Themenbereiche, die überwiegend der Sekundarstufe II zuzuordnen sind, sind im Inhaltsverzeichnis entsprechend kenntlich gemacht.

Das Buch kann als „Nachschlagewerk“ benutzt werden, d.h. es ist nicht notwendig, das Buch von der ersten bis zur letzten Seite durchzulesen. Beim Ausprobieren der Beispiele sind aber einige (wenige) Dinge zu beachten:

- ◆ Evtl. solltest du vor dem Ausprobieren eines Beispiels den TI-84 Plus in den Ausgangszustand zurücksetzen: [2ND][MEM]{7: Reset}{1: All RAM}{2: Reset}[ENTER]¹.
- ◆ Einige Menübefehle können, je nach Aktualität deines Betriebssystems, von den hier dargestellten Befehlen (leicht) abweichen. Die Versionsnummer des Betriebssystems erhältst du über [2ND][MEM]{1: About}. Hier wurde V2.40 verwendet.
- ◆ Wenn du in einem Ausdruck eine Listenvariable, z.B. die Liste L1, verwenden willst, so erhältst du sie über die Zweitbelegung der Tastatur: im Beispiel L1 also über [2ND][1]. Du kannst nicht den Buchstaben „L“ und die Ziffer „1“ verwenden!
- ◆ Wenn du in einem Ausdruck eine Funktionsvariable, z.B. Y1, verwenden willst, so erhältst du sie über das VARS-Menü, im Beispiel Y1 also über [VARS]{Y-VARS}{1: Function...}{1: Y1}[ENTER]. Du kannst auch hier nicht den Buchstaben „Y“ und die Ziffer „1“ verwenden!
- ◆ Berechnungen und Befehlsaufrufe erfolgen häufig im Hauptbildschirm. Du kannst jederzeit zu ihm zurückkehren, indem du [2ND][QUIT] drückst.

Und jetzt wünsche ich dir beim Arbeiten mit dem Buch und dem GTR so viel Spaß wie ich beim Schreiben und Ausprobieren der Beispiele hatte.

Bremen, im Juni 2009


Dr. Reiner Schölles

¹ Tasten stehen in eckigen, Menübefehle in geschweiften Klammern.

Die alphabetische Anordnung aller Befehle und Funktionen

Du suchst einen Befehl oder eine Funktion und weißt nicht mehr, in welchem Menü er oder sie sich versteckt hat? Dann solltest du in der alphabetischen Liste des GTR nachsehen. Dort finden sich auch die Funktionen und Befehle, die in keinem Menü auftauchen.

So wird's gemacht:

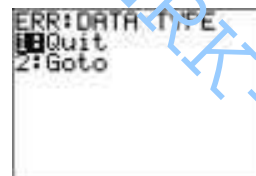
1. Aufruf des CATALOG-Menüs über  über [2ND][CATALOG].
 2. Navigiere mit den Cursortasten oder gib den Anfangsbuchstaben des gesuchten Befehls ein. Die ALPHA-Taste ist aktiviert, so dass einfach die entsprechende Taste mit dem grün darüber befindlichen Buchstaben gedrückt werden kann.
- ① Mathematische Operatoren, Konstante und andere Zeichen und Symbole findest du vor dem „A“ bzw. hinter dem „Z“.
 - ① Wenn du einen Befehl oder eine Funktion in keinem Menü findest, wie z.B. die hyperbolischen Funktionen (\sinh usw.), dann solltest du auf jeden Fall einmal den alphabetischen Katalog durchsuchen. Meistens wirst du dort fündig.

Fehlermeldungen

Dein TI-84 Plus macht nicht was du willst? Die häufigste Ursache sind Eingabe- oder Bedienungsfehler! In Form einer Fehlermeldung teilt sich dir der GTR dann mit. Dann hast du zwei Möglichkeiten:

So wird's gemacht:

1. Die Auswahl von {1: Quit} bringt dich zurück zum Hauptbildschirm und ermöglicht die erneute Eingabe des fehlerhaften Befehls.
2. {2: Goto} bringt dich dagegen zurück in die fehlerhafte Eingabezeile und ermöglicht die Korrektur der Eingabe.



Ganze Zahlen, Brüche und Dezimalzahlen

Einfache Berechnungen durchführen

Berechne: $-2 \cdot 3 + 4 \cdot (2 + 3)$.

So wird's gemacht:

- ⓘ Der TI-84 Plus beachtet die dir bekannten Vorrangregeln: „Es wird von links nach rechts gerechnet, Klammerrechnung geht vor, Punkt- vor Strichrechnung“.
- ⓘ Es wird zwischen dem Rechenzeichen [-] und dem Vorzeichen [(-)], der Negation, streng unterschieden.
- 1. Gib den Ausdruck im Hauptbildschirm ein:

$$[(-)][2][\times][3][+][4][\times][(][2][+][3][)]$$
- 2. Wenn du nach Eingabe des Ausdrucks [ENTER] drückst, wird das Ergebnis rechtsbündig im Hauptbildschirm angezeigt.
- ⓘ Mit [2ND][ENTRY] kann der Ausdruck in den Hauptbildschirm zurückgeholt und erneut editiert werden, z.B. könnte innerhalb der Klammer die „3“ durch eine „5“ ersetzt werden.
- ⓘ Willst du mit dem Ergebnis weiterarbeiten, kannst du es in einer Variablen speichern, z.B. in der Variablen „A“. Dazu benutzt du die Tastenkombination [STO▶][ALPHA][A][ENTER]. Damit steht das Ergebnis („22“) für weitere Berechnungen zur Verfügung. Für die Ausführung der Multiplikation „22 x 10“ reicht jetzt die Eingabe [ALPHA][A][x][1][0][ENTER].
- ⓘ [CLEAR] löscht den gesamten Bildschirm.

TI-84 Plus calculator screen showing the input of the expression $-2 \cdot 3 + 4 \cdot (2 + 3)$ and the result 14.

TI-84 Plus calculator screen showing the input of the expression $-2 \cdot 3 + 4 \cdot (2 + 5)$ and the result 22, followed by the storage of the result into variable A.

TI-84 Plus calculator screen showing the input of the expression $A \cdot 10$ and the result 220.

Bruchterme

Berechne den Wert des Terms $\frac{-20 \cdot 15}{45 - 15}$.

So wird's gemacht:

- ⓘ Du kannst den Term nicht einfach von links nach rechts in den GTR eintippen! Du musst deutlich machen, dass durch den „gesamten“ Nenner dividiert werden soll!

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Die Brüche $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{6}$ sollen addiert werden. Bei ungleichnamigen Brüchen musst du zuerst den Hauptnenner (das kleinste gemeinsame Vielfache) suchen, dann die Brüche gleichnamig machen (entsprechend erweitern) und anschließend die Brüche addieren.

So wird's gemacht:

1. Wähle `[MATH]{NUM}{8:lcm(}`.
 2. Der Befehl `lcm` erwartet die beiden Zahlen, deren kleinstes gemeinsames Vielfaches berechnet werden soll, als Parameter. Im Beispiel also 4 und 6, getrennt durch ein Komma. Die abschließende Klammer nicht vergessen und `[ENTER]` drücken. Das kleinste gemeinsame Vielfache, der Hauptnenner also, lautet 12.
- ⓘ `lcm`: least common multiple.
- ⓘ `lcm` kann auch mit zwei Listen aufgerufen werden: `lcm(Liste1,Liste2)`. In diesem Fall liefert `lcm` eine Liste mit den kleinsten gemeinsamen Vielfachen für jedes Elementpaar der beiden Listen zurück. Beispiel:
- ```
lcm({4,2,3},{6,5,14})
(12 10 42)
```

```
lcm({4,2,3},8)
(8 8 24)
```
- ⓘ Eine dritte Möglichkeit besteht darin, eine Liste mit einem Wert zu vergleichen. In diesem Fall wird jedes Listenelement mit dem Wert verglichen und eine Liste der kleinsten gemeinsamen Vielfachen ausgegeben. Beispiel: `lcm({4,2,3},8)`.

```
MATH NUM CPX PRB
3: iPart(
4: fPart(
5: int(
6: min(
7: max(
8: lcm(
9: gcd(
```

```
lcm(4,6) 12
```

```
lcm({4,2,3},{6,5,14})
(12 10 42)
```

```
lcm({4,2,3},8)
(8 8 24)
```

## Größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Der Bruch  $\frac{68}{119}$  soll gekürzt werden. Dazu brauchst du den (nach Möglichkeit größten) gemeinsamen Teiler von Zähler und Nenner.

### So wird's gemacht:

1. Wähle `[MATH]{NUM}{9:gcd(}`.
2. Der Befehl `gcd` erwartet die beiden Zahlen, deren größter gemeinsamer Teiler berechnet werden soll, als Parameter. Im Beispiel also 68 und 119, getrennt durch ein Komma. Die abschließende Klammer nicht vergessen und `[ENTER]` drücken. Das größte gemeinsame Vielfache, der Hauptnenner also, lautet 17.

```
MATH NUM CPX PRB
3: iPart(
4: fPart(
5: int(
6: min(
7: max(
8: lcm(
9: gcd(
```

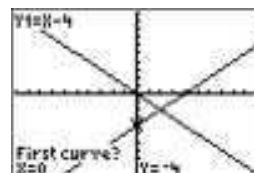
```
gcd(68,119) 17
```

## Schnittpunkt zweier Graphen bestimmen

Bestimme den Schnittpunkt der beiden Geraden  $y_1 = x - 4$   
 $y_2 = -x$

### So wird's gemacht:

- Gib die beiden Funktionsterme in den Y=-Editor ein.
  - Aus dem CALCULATE-Menü ([2ND][CALC]) wählst du {5: intersect} und bestätigst die Fragen nach erster (*First curve*) und zweiter (*Second curve*) Kurve mit [ENTER] oder wechselst zwischen den Kurven mit [▲] und [▼]. Den Schätzwert (*Guess*) für den Schnittpunkt gibst du über die Tastatur ein oder bestätigst den vom GTR vorgeschlagenen Wert ebenfalls mit [ENTER].
  - Intersect* liefert dann die Koordinaten des Schnittpunktes. Hier im Beispiel also die Werte  $x = 2$  und  $y = -2$ .
- ⓘ Der Schnittpunkt der beiden Graphen muss auf dem Bildschirm sichtbar sein, um *Intersect* verwenden zu können.

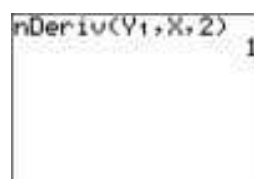
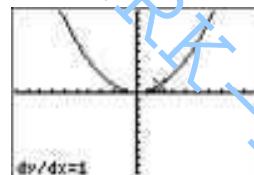
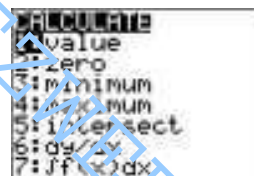


## Ableitung einer Funktion an einer Stelle Sek II

Bestimme die Ableitung (Steigung) der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{4}x^2$  an der Stelle  $x = 2$ .

### So wird's gemacht:

- Gib den Funktionsterm „ $\frac{1}{4}x^2$ “ in den Y=-Editor ein.
  - [GRAPH] zeichnet dir den Graphen der Funktion.
  - Aus dem CALCULATE-Menü ([2ND][CALC]) wählst du {6: dy/dx} und tippst für X den Wert „2“ ein.
  - Der GTR liefert die Ableitung der Funktion an der Stelle  $X=2$  in Form von „dy/dx=1“.
- ⓘ Alternativ kann die Ableitung einer Funktion an einer Stelle auch aus dem Hauptbildschirm heraus berechnet werden: Wähle dazu aus dem MATH-Menü den Eintrag {8: nDeriv(}. Der Befehl wird mit den Parametern *Ausdruck* (Funktionsterm oder Funktionsvariable), *Variable* (X) und *Wert* (Stelle, an der die Ableitung/Steigung berechnet werden soll) aufgerufen.



## Integral: Einfache Flächenberechnung <sup>Sek II</sup>

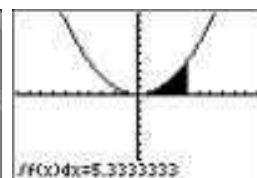
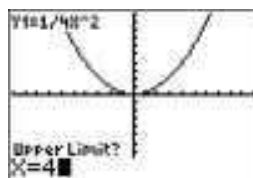
Bestimme den vom Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{4}x^2$  und der positiven  $x$ -Achse in den Grenzen von 0 bis 4 eingeschlossenen Flächeninhalt.

### So wird's gemacht:

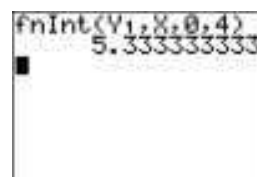
1. Gib den Funktionsterm „ $\frac{1}{4}x^2$ “ in den Y=-Editor ein.
2. [GRAPH] zeichnet dir den Graphen der Funktion.
3. Aus dem CALCULATE-Menü ([2ND][CALC]) wählst du {7:  $\int f(x)dx$ }.



4. Als untere Grenze (*Lower Limit*) gibst du „0“ und als obere Grenze (*Upper Limit*) den Wert „4“ ein.

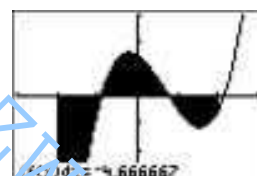


5. Der GTR markiert das berechnete Flächenstück und gibt als Ergebnis  $\int f(x)dx = 5.3333333$  aus.



- ⓘ Alternativ kann das numerische Integral auch aus dem Hauptbildschirm heraus berechnet werden. Wähle dazu aus dem MATH-Menü den Eintrag {9: fnInt()}. Der Befehl wird mit den Parametern *Ausdruck* (Funktionsterm oder Funktionsvariable), *Variable* (X), *UntereGrenze* und *ObereGrenze* aufgerufen.

- ⓘ Denke daran, dass zwischen dem Flächeninhalt und dem Integral unterschieden werden muss: das Integral kann auch negativ sein!



- ⓘ Soll der Flächeninhalt der vom Graphen und der  $x$ -Achse eingeschlossenen Fläche berechnet werden und befinden sich in dem Intervall Nullstellen, so müssen zunächst die Nullstellen bestimmt und erst dann der Flächeninhalt mit den Nullstellen als Grenzen berechnet werden.

## Integral: Komplizierte Flächenberechnung <sup>Sek II</sup>

Bestimme den vom Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 1,5$  und der  $x$ -Achse in den Grenzen von -2 bis 2 eingeschlossenen Flächeninhalt.

### So wird's gemacht:

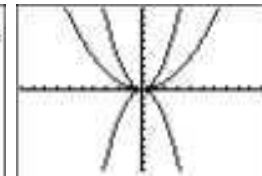
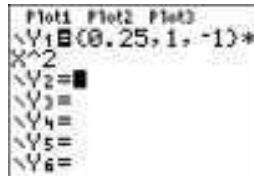
1. Gib den Term „ $x^3 - 2x^2 - x + 1,5$ “ in den Funktionseditor (Y=) ein.

## Scharfunktionen <sup>Sek II</sup>

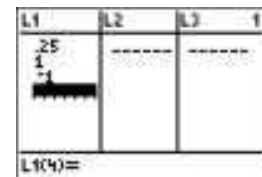
Zeichne die Graphen der Scharfunktion  $f_a$  mit  $f_a(x) = ax^2$ ,  $a \in \{0,25;1;-1\}$ .

### So wird's gemacht:

- Rufe den Y=-Editor auf und gib den Term der Scharfunktion unter Y1 ein, wobei die Werte des Parameters in geschweiften Klammern stehen.



- [GRAPH] zeichnet dir die Graphen der Scharfunktion.
- Alternativ kannst du die Werte für den Scharparameter  $a$  auch in einer Liste ablegen, z.B. in L1. Rufe dazu den Listeneeditor auf ([STAT]{1: Edit...}) und gib die Werte „0,25“, „1“ und „-1“ in die Liste L1 ein.



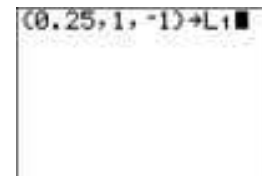
- Anschließend rufst du den Y=-Editor auf, löschst den Eintrag unter Y1 mit [CLEAR] und gibst den neuen Term ein (siehe Abbildung). Die graphische Darstellung ([GRAPH]) unterscheidet sich selbstverständlich nicht von dem vorherigen.



- In diesem Beispiel werden folgende Graphen gezeichnet:

$$f_{0,25}(x) = 0,25 \cdot x^2, \quad f_1(x) = x^2 \quad \text{und} \quad f_{-1}(x) = -x^2.$$

- Die Listenelemente können auch im Hauptbildschirm eingegeben werden.



- Ob die Scharparameter im Funktionsterm in Mengenkammern oder in Form einer Liste angegeben werden, hängt wohl von der persönlichen Vorliebe ab. Die Anzeige der Graphen ist in beiden Fällen identisch.

## Trigonometrische Funktionen

Zeichne die trigonometrische Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sin(x)$ .

### So wird's gemacht:

- Stelle zunächst sicher, dass du den richtigen (gewünschten) Winkelmodus eingestellt hast: [MODE] und dann entweder RADIAN oder DEGREE (Gradmaß). Die Einstellung hat Einfluss auf die Darstellung des Graphen.

